cci editore Studi Superiori

gore critico e un linguaggio chiaro e accessibile, il volume presenta
cipali linee di sviluppo storico del concetto di spazio, dal mondo
alla teoria einsteiniana della relatività generale. In un quadro
isciplinare che abbraccia in varia misura fisica, metafisica,
tica, geometria, psicologia, teologia, magia e astrologia, il libro
era, sotto una speciale lente di ingrandimento, alcuni dei più
anti nodi teorici, metodologici e applicativi della storia del
ro filosofico e scientifico occidentale: dal problema del rapporto
zio, natura e movimento nel mondo antico e medievale alle nuove
ogie rinascimentali, dalla rivoluzione copernicana al problema
iverso infinito, dalla filosofia naturale di Newton al rapporto
zio, soggetto e conoscenza in età moderna, dai nuovi modelli
rici non euclidei agli sviluppi dell'elettromagnetismo
ntesco e della fisica relativistica del xx secolo.

Molaro è professore associato di Storia della scienza all'Università
di di Milano-Bicocca. Si occupa di storia ed epistemologia delle scienze
giche, con particolare riguardo per la tradizione fenomenologica
iatria, psicopatologia e psicologia sperimentale, e di storia dei concetti
ci, inquadrati nel più ampio contesto di un'interazione disciplinare
ofia, fisica, matematica e psicologia.

ISBN 978-88-290-2392-9



Progetto grafico: Falcinelli & Co.

Molaro Storia del concetto di spazio Carocci editore

Storia del concetto di spazio

Dai Greci alla relatività generale

Aurelio Molaro

Carocci editore Studi Superiori

STUDI SUPERIORI / 1422

SCIENZE E CULTURA SCIENTIFICA

Aurelio Molaro

Storia del concetto di spazio

Dai Greci alla relatività generale

I lettori che desiderano
informazioni sui volumi
pubblicati dalla casa editrice
possono rivolgersi direttamente a:

Carocci editore

Viale di Villa Massimo, 47
00161 Roma
tel. 06 / 42 81 84 17

Siamo su:
www.carocci.it
www.facebook.com/caroccieditore
www.instagram.com/caroccieditore

Carocci editore Studi Superiori

1ª edizione, marzo 2024
© copyright 2024 by Carocci editore S.p.A., Roma

Impaginazione e servizi editoriali: Pagina soc. coop., Bari

Finito di stampare nel marzo 2024
da Grafiche VD srl, Città di Castello (PG)

ISBN 978-88-290-2392-9

Riproduzione vietata ai sensi di legge
(art. 171 della legge 22 aprile 1941, n. 633)

Senza regolare autorizzazione,
è vietato riprodurre questo volume
anche parzialmente e con qualsiasi mezzo,
compresa la fotocopia, anche per uso interno
o didattico.

Indice

Introduzione 9

1. Spazio, natura e movimento 21
1.1. Tra finito e infinito: il Caos di Esiodo e i presocratici 21
1.2. Ideale o materiale? Platone e la natura ibrida dello spazio 30
1.3. Una questione di autorità: Aristotele e lo spazio come limite dei corpi 35
1.4. Voci fuori dal coro: alternative all'aristotelismo in età ellenistica e tardoantica 44
1.5. Suggestioni e intuizioni medievali: spazio, *impetus* e infinito 55

2. Nuove cosmologie: verso l'infinito e oltre? 69
2.1. Cusano e l'infinità dello spazio nelle filosofie del Rinascimento 69
2.2. La rivoluzione copernicana, Giordano Bruno e la nuova metafisica dello spazio 84
2.3. Il nuovo universo infinito e le cautele di Keplero e Galilei 98

3. Materia, sostanza, relazione (e Dio) 115
3.1. La macchina del mondo fisico: Cartesio e l'identificazione di spazio e materia 115
3.2. Momenti fondativi: Newton e il concetto di spazio assoluto 126

3.3. Leibniz *contra* Newton: lo spazio come ordine di coesistenza 142
3.4. Tra matematica e teologia: Joseph Raphson e la mistica dello spazio divino 156

4. Lo spazio dell'esperienza e l'esperienza dello spazio 165
4.1. Spazio, soggetto e conoscenza nella filosofia empirista inglese 165
4.2. Kant e lo spazio come trascendentale dell'esperienza esterna 180
4.3. Dall'idealismo alla fenomenologia (via Bergson): un breve *excursus* 192

5. Nuove geometrie, nuove prospettive 203
5.1. Euclide senza macchia? Gli *Elementi* e il problema del quinto postulato 203
5.2. La svolta (inconsapevole) di Gerolamo Saccheri 218
5.3. La *rivoluzione* non euclidea: Gauss, Bolyai e Lobačevskij 228
5.4. Spazi e mondi possibili: le *ipotesi* di Riemann e i *fatti* di Helmholtz (e Mach) 245
5.5. Geometria, spazio e convenzioni: Poincaré tra Russell e Le Roy 264

6. Le onde, l'energia e gli spazi curvi 275
6.1. Spazio ed elettromagnetismo: Faraday, Maxwell e il concetto di campo 275
6.2. Einstein, la teoria della relatività e lo spazio-tempo quadridimensionale 290
6.3. Fisica, geometria ed esperienza: aspetti del dibattito filosofico sulla relatività 307

Bibliografia 337

Indice dei nomi 359

Introduzione

Questo volume nasce con un obiettivo preciso: presentare le principali linee di sviluppo storico del concetto di spazio dal mondo greco alla teoria einsteiniana della relatività generale. Soprattutto dal punto di vista fisico, lo spazio è generalmente rappresentato come quel luogo indefinito e illimitato, tridimensionale e vuoto, in cui si ritengono contenute e collocate tutte le cose materiali. Talvolta, si è soliti assegnare a tale concetto un significato più concreto, legato cioè all'ambiente particolare in cui si svolgono determinati fenomeni (come il movimento dei corpi celesti nell'universo), alla distanza che intercorre tra due o più oggetti o persone, o a una determinata estensione del suolo passibile di misurazione. In un senso figurato, poi, il concetto di spazio può riferirsi a una maggiore o minore libertà di movimento, azione e decisione in vari ambiti della vita sociale, politica, economica o culturale dell'uomo, oppure ancora a un più o meno quantificato e circoscritto periodo di tempo.

Come si può facilmente intuire, si tratta di un concetto particolarmente ricco e problematico che, al di là della sua valenza antropologica[1], è andato acquisendo significati e risvolti tecnico-applicativi anche molto diversi in base allo specifico contesto teorico e disciplinare (e ai relativi presupposti fondazionali) in cui è stato di volta in volta tematizzato e utilizzato: dalla fisica alla metafisica, dalla gnoseologia alla psicologia, dall'aritmetica alla geometria, fino alla cosmologia, alla teologia, alla magia e all'astrologia. Come accade anche per molti altri importanti concetti scientifici (come quelli di tempo, massa, forza ed energia, solo per fare qualche esempio), ripercorrere la storia del concetto di spazio permette di riconsiderare, sotto una speciale lente di ingrandimento, alcuni tra i principali nodi teorici, metodologici e applicativi che hanno

1. Sulla sistematica dei rapporti tra uomo e spazio, cfr. soprattutto Bollnow (2011) e Bandi, Vegetti (2024).

segnato la storia del pensiero filosofico e scientifico occidentale. Del resto, come al riguardo si è espresso anche Hermann Weyl nella sua *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft* (1927), «in nessun punto la matematica, le scienze naturali e la filosofia si permeano così intimamente come nel problema dello spazio»[2]. Il risultato di tale indagine non delinea però un quadro organico, strutturalmente unitario e internamente privo di contrasti, lacune o differenze: al contrario, ciò che ne emerge è una caleidoscopica costellazione di posizioni e soluzioni teoriche che possono perfino arrivare ad accomunare autori e opere tra loro anche molto distanti tanto sul piano temporale quanto – e forse soprattutto – su quello intellettuale.

Dal punto di vista storico ed epistemologico, il concetto di spazio ha generato almeno tre ordini di problemi: 1. il problema relativo alla sua *natura*; 2. quello relativo alla sua *realtà*; 3. quello relativo alla sua *struttura metrica*. Una breve analisi di ciascuno di questi aspetti permetterà al lettore di individuare alcuni assi tematici fondamentali che gli consentiranno di orientarsi con maggiore sicurezza all'interno del più ampio resoconto in senso diacronico proposto nei vari capitoli di questo volume.

1. Per quanto attiene al problema della *natura* dello spazio, inteso come problema dell'esteriorità in generale e di ciò che rende possibile il rapporto tra gli oggetti nella realtà fisica, nella breve premessa a *Concepts of Space* di Max Jammer (1954) Albert Einstein ha efficacemente individuato due paradigmatiche soluzioni teoriche tra loro concorrenti che possiamo enucleare nel modo seguente: *a*) lo spazio come *qualità relativa* alla posizione degli oggetti materiali nel mondo; *b*) lo spazio come *contenitore assoluto* di tutti gli oggetti materiali del mondo. A queste due soluzioni se ne deve però aggiungere una terza, fatta propria dallo stesso Einstein, che inquadra lo spazio alla luce del concetto fisico di *campo*. Ora, secondo Einstein,

> quanto al concetto di spazio, sembra che questo sia stato preceduto dal concetto psicologicamente più semplice di luogo. Il luogo è prima di tutto una (piccola) porzione della superficie terrestre identificata da un nome. La cosa il cui "luogo" viene specificato è un "oggetto materiale" o corpo. Una semplice analisi mostra che il "luogo" è anche un gruppo di oggetti materiali. Ha la parola "luogo" un significato indipendente da questo, o si può assegnare ad essa tale significato? Se a questo problema si dà una risposta negativa, allora si è indotti nell'opinione che lo spazio (o luogo) è una specie di ordine degli oggetti materiali e nient'altro. Se il concetto di spazio viene formato e limitato in questo modo, allora non ha senso parlare di spazio vuoto. E poiché la formazione dei concetti è stata sempre guidata da un'istintiva lotta per l'economia, si è indotti quasi naturalmente a respingere il concetto di spazio vuoto. È, tuttavia, possibile pensare in un modo diverso. In una data scatola possiamo mettere un certo numero di grani di riso o di ciliegie, ecc. Si tratta in questo caso di una proprietà dell'oggetto materiale "scatola", la qual proprietà deve essere considerata "reale" nello stesso senso della scatola stessa. Si può chiamare questa proprietà lo "spazio" della scatola. Ci possono essere altre scatole che in questo senso hanno uno "spazio" ugualmente ampio. In tal modo questo concetto di "spazio" acquista un significato che è libero da ogni relazione con un particolare oggetto materiale. Per questa via mediante un'estensione naturale dello "spazio scatola" si può arrivare al concetto di uno spazio indipendente (assoluto), di estensione illimitata, in cui sono contenuti tutti gli oggetti materiali. Allora un oggetto materiale che non sia situato nello spazio è semplicemente inconcepibile; per un altro verso, nello schema della formazione di questo concetto è affatto concepibile che possa esistere uno spazio vuoto[3].

Nel primo caso, dunque, lo spazio senza oggetti materiali è un puro *nonsense*, dal momento che è proprio la loro reciproca relazione a definirne la condizione di esistenza e la struttura; nel secondo caso, un oggetto materiale può essere concepito solo come esistente nello spazio, e lo spazio è una realtà assoluta, indipendente cioè dalla presenza e dall'ordine degli oggetti. «Libere creazioni dell'immaginazione umana»[4], queste due accezioni del concetto di spazio si ritrovano a vario titolo già nelle riflessioni dei primi filosofi greci, per i quali esso rappresenta ora una qualità relativa alla posizione degli oggetti (Aristotele), ora il contenitore o lo scenario immobile che fa da sfondo al movimento dei corpi materiali (dai pitagorici agli atomisti, dagli epicurei agli stoici). Nella concezione aristotelica, in particolare, lo spazio non è pensabile senza un corpo in esso contenuto e, a differenza di quanto sostenuto dai pitagorici e dagli atomisti, non è il corpo ad avere bisogno dello spazio per essere collocato, ma è lo spazio ad avere bisogno dei corpi e del loro movimento per la propria sussistenza: in questo senso, se non

2. Weyl (1967, p. 82).

3. Einstein (1966, pp. 9-10).
4. Ivi, p. 10.

si desse alcun corpo non si darebbe neppure il luogo che lo contiene, e lo spazio nella sua generalità finisce in ultima istanza per rappresentare una semplice giustapposizione o somma di luoghi. Interpretata anche criticamente in età tardoantica, questa visione dello spazio ha attraversato, con alcune eccezioni, buona parte della riflessione medievale per essere poi ripresa su presupposti meccanicistici da Cartesio e, nella sua forma definitiva, dal razionalismo di Leibniz, per il quale lo spazio si definisce come un semplice *ordine di coesistenza* di cose tra loro simultanee allo stesso modo in cui il tempo è l'espressione di un *ordine di successione* di cose tra loro non simultanee. Alla concezione *relazionale* dello spazio proposta da Leibniz si oppone storicamente quella di Newton, per il quale è invece necessario pensare l'esistenza di uno *spazio assoluto* infinito, omogeneo, isotropo e indivisibile: nella filosofia naturale newtoniana, infatti, lo spazio così inteso rappresenta la base o il fondamento immobile del movimento dei corpi materiali, l'unico parametro possibile per la misura dei moti veri nonché il mezzo attraverso cui si trasmette istantaneamente la forza gravitazionale che tiene insieme l'intero universo.

La teoria dello spazio assoluto ha goduto di ampio credito soprattutto in fisica almeno fino alla seconda metà del XIX secolo, quando emerge, grazie agli studi di Faraday e Maxwell sui fenomeni elettromagnetici, una nuova concezione dello spazio come *campo*, ripresa e sviluppata da Einstein soprattutto nella teoria della relatività generale. Lo spazio diviene così il *supporto* su cui rappresentare l'insieme dei campi che descrivono la realtà fisica e le cui componenti dipendono dalla definizione di tre parametri spaziali e di un parametro temporale nella forma di un continuo quadridimensionale denominato *spazio-tempo* o *cronòtopo*. Le leggi di questo campo sono generalmente covarianti (sono cioè indipendenti dalla scelta di un particolare sistema di coordinate), e ciò rende di fatto superflua l'introduzione o l'assunzione di uno spazio assoluto in senso newtoniano. Sia i fenomeni inerziali che quelli gravitazionali vengono spiegati attraverso i mutamenti della struttura metrica del campo: uno spazio-tempo curvo, descrivibile in termini non euclidei, che si modifica localmente in funzione della presenza o della distribuzione di materia-energia.

2. Il problema della *realtà* dello spazio si è sviluppato almeno secondo tre specifiche direttrici tematico-concettuali: *a*) come *realtà fisica* o *realtà teologica*; *b*) come *realtà soggettiva* o *realtà psicologica*; *c*) come *realtà applicativa*. Nel primo caso, a prescindere dalla sua concezione come

luogo o come contenitore degli oggetti materiali, lo spazio è visto come reale dal punto di vista fisico, come un elemento o una condizione del mondo, o ancora come una proprietà della materia: è quanto sostenuto, solo per fare qualche esempio, da Platone, Aristotele o dagli epicurei e – in varia misura – dalla lunga tradizione di ricerca che ha preso avvio con la nascita della scienza moderna. Aspetti più propriamente teologici, che inquadrano lo spazio come un attributo di Dio o della Causa Prima, si possono invece ritrovare nel pensiero neoplatonico, nella filosofia ebraica e in quella rinascimentale (da Cusano a Campanella, fino a Giordano Bruno), ma anche nelle riflessioni di Henry More e Spinoza, di Newton (che notoriamente parla dello spazio assoluto come *sensorium Dei*) e del suo giovane seguace Joseph Raphson, il quale perviene, influenzato anche da More, a una vera e propria divinizzazione dello spazio reale. Propaggini di questo particolare punto di vista si possono ancora trovare, nel XX secolo, nella filosofia neorealista di Alexander e nel suo concetto di *deità*.

La tesi della realtà soggettiva dello spazio, già avanzata da Hobbes nel *De corpore*, permea in età moderna non soltanto le opere dei filosofi empiristi inglesi (come Locke, Berkeley e Hume) – laddove esso rappresenta un concetto meramente empirico, ovvero un'idea derivata da sensazioni – ma anche il razionalismo leibniziano, per il quale lo spazio è un concetto discorsivo e universale di cui si possiede una qualche nozione innata e la cui funzione è quella di esprimere i rapporti delle cose tra loro. Nel tentativo di coniugare queste due posizioni, Kant ha sottolineato la soggettività trascendentale dello spazio come condizione di possibilità di ogni esperienza del mondo esterno: esso non è né un concetto né una percezione, ma un'intuizione pura, *a priori*, su cui peraltro si basano i giudizi universali e necessari della geometria. Ulteriori sviluppi concettuali sulla soggettività dello spazio si ritrovano nell'idealismo tedesco ottocentesco e – su differenti presupposti – nella filosofia di Bergson, mentre fondamentali analisi sulla costituzione della spazialità a livello coscienziale sono state offerte, nella prima metà del Novecento, dalla variegata tradizione fenomenologica europea e, sul versante psicologico-sperimentale e psicologico-sociale, dalle ricerche del gestaltismo berlinese e di Kurt Lewin sull'organizzazione, le modalità di strutturazione e le dinamiche dello *spazio percettivo* e dello *spazio di vita*.

L'ipotesi della realtà applicativa dello spazio ha dato origine a una posizione per così dire intermedia (o perfino agnostica) rispetto al

problema della sua realtà o della sua irrealtà. Astenendosi dal fornire una risposta definitiva al riguardo, essa si limita invece a considerare le potenzialità di concreto utilizzo di un determinato ordine spaziale nella descrizione del mondo fisico. È questo un punto di vista che è giunto a piena maturazione con la scoperta e lo sviluppo dei sistemi geometrici non euclidei a opera di Gauss, Bolyai e Lobačevskij e con l'ampio dibattito generatosi, a partire dai primi anni dell'Ottocento, su quale geometria riflettesse meglio la struttura fisica del mondo. L'impossibilità di risolvere completamente la questione ha spinto diversi matematici a prescindere da tale problematica e ad adottare un punto di vista pragmatico, per cui la scelta di un particolare schema geometrico per la descrizione di un determinato campo di fenomeni è solo una questione di opportunità scientifica o di semplice *comodità* (come nel caso di Poincaré). Con la teoria della relatività generale, Einstein ha di fatto sancito la piena applicabilità scientifica delle geometrie non euclidee all'indagine fisica: sotto questo profilo, infatti, è il maggiore o minore grado di semplicità del sistema complessivo delle leggi fisiche e del sistema fisico-teorico nella sua globalità a condizionare l'adozione di una particolare geometria nello studio della realtà naturale. Ciò, tuttavia, non significa negare *in toto* le possibilità applicative del modello geometrico euclideo in ambito fisico, dal momento che esso rimane approssimativamente valido per limitate e infinitamente piccole regioni dello spazio-tempo.

3. A quest'ultimo aspetto si lega anche il problema della *struttura metrica* dello spazio, la cui definizione e caratterizzazione dipende essenzialmente dal tipo di geometria di volta in volta preso in considerazione: da quella *parabolica* euclidea a curvatura costante nulla a quella *iperbolica* di Bolyai e Lobačevskij a curvatura costante negativa, fino al modello *ellittico* di Riemann, per il quale lo spazio assume una curvatura costante positiva. Ciò comporta la definitiva messa in crisi dell'idea dell'unica sussistenza dello spazio tridimensionale e isotropo della geometria euclidea: nella matematica pura non c'è infatti alcuna necessità logica di pensare lo spazio in questi termini, ma è possibile concepirlo in n-dimensioni potenzialmente infinite. In questo contesto, un ruolo fondamentale è stato svolto dal celebre *Programma di Erlangen* di Felix Klein, che sulla scorta degli sviluppi ottocenteschi della geometria proiettiva, descrittiva e algebrica ha definito ogni particolare geometria come lo studio delle proprietà dello spazio che sono invarianti rispetto a un fissato gruppo di trasformazioni, detto *gruppo fondamentale*:

le proprietà dello spazio considerate in senso geometrico dipendono infatti dal gruppo di operazioni ritenuto fondamentale. D'altra parte, a differenza della geometria classica, la geometria così intesa non presuppone più che il proprio oggetto di studio – cioè lo spazio – goda di determinate proprietà necessarie, esprimibili attraverso definizioni univoche, assiomi evidenti e postulati indimostrabili. Più ancora, evitando di fare appello a elementi o a specifiche operazioni intuitive, essa ha perso il carattere di necessità razionale proprio della geometria classica (e prima ancora della logica aristotelica), privilegiando invece le invarianze che possono essere ottenute attraverso operazioni opportunamente stabilite e liberamente scelte.

Nel suo carattere essenzialmente orientativo, l'ordine di problemi fin qui delineato non può certo pretendere di esaurire tutta la ricchezza e la complessità semantica di cui il concetto di spazio si è progressivamente caricato nella storia del pensiero filosofico e scientifico occidentale. A questo proposito, la ricostruzione storiografica proposta in questo volume permetterà al lettore di confrontarsi con sfumature concettuali, connessioni tematiche, interazioni disciplinari e conseguenze tecnico-applicative che una semplice schematizzazione per assi teorici non è pienamente in grado di cogliere e valorizzare. Per quanto si sia cercato di perseguire la massima completezza possibile, l'indagine storico-critica proposta nelle pagine che seguono ha comportato un'inevitabile selezione in termini di autori (e relative opere) considerati. Ciò significa che più che a una trattazione enciclopedica questo volume aspira a una sintesi storiografica organica, il più possibile chiara ed efficace sotto il profilo espositivo e argomentativo, che possa costituire il punto di partenza per nuove e più approfondite ricerche in un ambito straordinariamente complesso e affascinante come quello della storia delle idee e dei concetti scientifici. Se tale obiettivo sia stato o meno raggiunto, sarà il lettore stesso a stabilirlo in piena libertà e con gli strumenti di cui dispone.

Quanto alla sua articolazione interna, il presente studio si sviluppa in sei distinti capitoli. Il CAP. 1, intitolato *Spazio, natura e movimento*, muove dalle più antiche caratterizzazioni dello spazio presenti nella *Teogonia* di Esiodo e nei frammenti dei filosofi naturalisti greci per affrontare più nello specifico la dottrina platonica dello spazio come genere *terzo* rispetto alle idee e alla materia e quella, elaborata da Aristotele nelle *Categorie* e nel quarto libro della *Fisica*, del luogo come primo limite immobile del corpo contenente. A ciò fa seguito una veloce

rassegna di posizioni alternative (o per lo meno eterodosse) rispetto al dettato aristotelico proposte dall'epicureismo e dallo stoicismo in età ellenistica, da commentatori come Simplicio, Giovanni Filopono e Damascio in età bizantina e da Guglielmo di Ockham, dai fisici parigini e dai *calculatores* di Oxford in età tardomedievale.

Il CAP. 2 – *Nuove cosmologie: verso l'infinito e oltre?* – si apre con l'analisi del rapporto tra spazio e infinito in Cusano alla luce della sua dottrina della *coincidentia oppositorum* e prosegue con una rassegna delle posizioni di alcuni importanti esponenti del *milieu* filosofico rinascimentale come Marcello Palingenio Stellato, Giulio Cesare Scaligero, Bernardino Telesio, Francesco Patrizi e Tommaso Campanella. Il merito di questi autori è storicamente duplice: da una parte, aver contribuito al progressivo superamento della concezione aristotelica dello spazio e al suo decisivo svincolamento dal tradizionale schema categoriale sostanza-accidente; dall'altra, aver posto almeno in termini metafisici il problema dell'infinito e della sua natura come problema cosmologico generale. Dopo avere delineato gli aspetti principali della cosmologia copernicana, il capitolo prosegue presentando più analiticamente la nuova metafisica dello spazio infinito di Thomas Digges e Giordano Bruno e le cautele manifestate da due dei principali protagonisti della rivoluzione scientifica del XVII secolo – Johannes Kepler e Galileo Galilei – a proposito dell'infinità dell'universo.

Il CAP. 3, intitolato *Materia, sostanza, relazione (e Dio)*, prosegue nell'indagine sul concetto di spazio in età moderna analizzando anzitutto l'identificazione di spazio e materia proposta da Cartesio e le sue ricadute sulla concezione del vuoto e del movimento dei corpi celesti. Successivamente l'attenzione si sposta su uno dei più importanti nuclei teorici dell'intero volume: il concetto newtoniano di *spazio assoluto*, presentato anche attraverso il celebre esperimento mentale del secchio descritto dallo stesso Newton nello *Scolio* alle *Definizioni* dei *Principia mathematica*. Segue una mirata analisi del carteggio tra Leibniz e il teologo newtoniano Samuel Clarke, che risale al biennio 1715-16 e alla luce del quale è possibile leggere la peculiare concezione leibniziana dello spazio (presente anche negli *Initia rerum mathematicarum metaphysica*) come sistema di relazioni tra cose. Non mancano, in questo contesto, espliciti riferimenti ad altri autori, da Torricelli (di cui Leibniz critica le ricerche sul vuoto) a Gassendi, Malebranche e Spinoza, fino a Pascal, per il quale il concetto di spazio, così come gli altri concetti scientifici, non viene né dimostrato né definito, ma si fa oggetto di

un'intuizione più vicina alle verità del cuore che a quelle della ragione matematico-geometrica. Un'attenzione particolare è altresì dedicata a Ernst Mach, tra i più vivaci critici dello spazio assoluto di Newton nel secondo Ottocento. Dopo un veloce rimando all'opera di Eulero e al suo riconoscimento della funzione positiva esercitata dal concetto di spazio assoluto nella comprensione scientifica del mondo, il capitolo si chiude con l'analisi della vera e propria mistica dello spazio divino proposta alla fine del XVII secolo da Joseph Raphson nel *De spatio reali*.

Il CAP. 4 – *Lo spazio dell'esperienza e l'esperienza dello spazio* – sposta il focus dell'indagine storica sul concetto di spazio da problemi di ordine fisico a temi più strettamente psicologici e gnoseologici. Dopo avere considerato il problema del rapporto tra spazio, soggetto e conoscenza nella prospettiva dell'empirismo inglese (con una particolare attenzione per l'opera di George Berkeley), il capitolo prosegue con un'ampia analisi della concezione kantiana dello spazio come condizione trascendentale dell'esperienza esterna condotta nel contesto di un mirato confronto dapprima con gli scritti precritici e quindi con la *Kritik der reinen Vernunft*. Chiude il capitolo un breve *excursus* dedicato agli sviluppi del concetto di spazio tra XIX e XX secolo nell'idealismo hegeliano, in Herbart, Bergson, Stumpf, nella *Gestalttheorie* e nella filosofia e nella psicopatologia di ispirazione fenomenologica con particolare riferimento all'analitica esistenziale di Martin Heidegger e alla *Daseinsanalyse* di Ludwig Binswanger.

Il CAP. 5, intitolato *Nuove geometrie, nuove prospettive*, è interamente dedicato a una delle tappe più significative della storia della matematica del primo Ottocento: la scoperta e la codifica dei sistemi geometrici non euclidei. Ampio spazio, in questo contesto, è preliminarmente concesso a una ricapitolazione dei caratteri essenziali della geometria euclidea così come è presentata negli *Elementi*. Da ciò emerge il carattere problematico del quinto postulato (quello cioè che sancisce l'unicità della parallela passante per un punto esterno a una retta data), confermato peraltro dagli svariati tentativi di fornirne una definizione equivalente e soprattutto di dimostrarne la verità che hanno contraddistinto la storia della geometria almeno fino agli inizi del XIX secolo. Tra questi tentativi, alcuni dei quali vengono analiticamente presentati in successione diacronica, spicca in modo particolare quello del matematico gesuita Gerolamo Saccheri, la cui opera costituisce il vero e proprio presupposto logico-concettuale della cosiddetta rivoluzione non euclidea e della relativa idea di spazio. Dopo avere considerato gli specifici

contributi di Gauss, Bolyai e Lobačevskij, il capitolo presenta in forma analitica le idee di Riemann e di Helmholtz (oltre che di Mach) sui fondamenti del sapere geometrico e si chiude con l'esposizione del punto di vista convenzionalistico di Poincaré, letto anche alla luce delle sue vivaci controversie con Bertrand Russell e con Édouard Le Roy.

Il CAP. 6 – *Le onde, l'energia e gli spazi curvi* – indaga l'evoluzione del concetto di spazio nel contesto della teoria elettromagnetica di Faraday e Maxwell e di quella relativistica di Albert Einstein. Nella sua struttura argomentativa, il capitolo presenta, nell'ordine, le ricerche di Faraday e Maxwell sui fenomeni elettrici e magnetici; le principali caratteristiche del campo elettromagnetico; il celebre esperimento di Michelson e Morley e le sue conseguenze teoriche (l'inconsistenza della teoria dell'etere cosmico e la costanza della velocità della luce nello spazio vuoto); le prime soluzioni di FitzGerald e Lorentz; gli aspetti essenziali delle due relatività einsteiniane (speciale e generale) e le loro implicazioni sul concetto di spazio. A questo proposito, un'attenzione particolare è posta all'idea di spazio-tempo quadridimensionale elaborata da Hermann Minkowski nel 1908 e al concetto di *curvatura* dello spazio-tempo nelle sue interazioni dinamiche con la materia. Chiude il capitolo un lungo paragrafo dedicato all'analisi del dibattito filosofico sul rapporto tra fisica, geometria ed esperienza generatosi nella prima metà del Novecento dopo la formulazione della teoria relativistica. Protagonisti di questo dibattito sono autori di diversa formazione e sensibilità filosofico-scientifica: oltre a Einstein stesso, vengono prese in considerazione le posizioni di Dingler, Weyl, Whitehead, Alexander, Schlick, Reichenbach, Carnap e Cassirer. Un brevissimo accenno è infine riservato al dibattito contemporaneo sull'interpretazione della struttura matematica della relatività generale e sull'ipotesi, tutt'ora oggetto di ampie discussioni, della cosiddetta *gravità quantistica a loop*.

A conclusione di questo lungo e impegnativo lavoro, desidero esprimere profonda gratitudine a coloro che, con grande pazienza e disponibilità, hanno letto e commentato diverse parti del libro fornendo, in ogni occasione, suggerimenti fondamentali per migliorarlo in chiarezza e contenuto: Renato Pettoello, Elio Nenci e Massimo Galuzzi. Un affettuoso ringraziamento va anche a Mauro Antonelli, Pietro Redondi, Roberta Passione e Ivan Malara per alcuni mirati e indispensabili consigli, e agli amici e colleghi del Dipartimento di Psicologia dell'Università degli Studi di Milano-Bicocca per il loro sostegno.

Va da sé che la responsabilità di eventuali errori o inesattezze ancora presenti nel testo è solo e interamente mia.

Dedico questo libro alla memoria di mio padre Alberto. *Der Schmerz, der Stillstand des Lebens lassen die Zeit zu lang erscheinen.*

Milano, dicembre 2023

I

Spazio, natura e movimento

I.1

Tra finito e infinito: il Caos di Esiodo e i presocratici

Nel mondo greco-antico[1], una primissima tematizzazione dell'idea di spazio si lega al contesto mitico-religioso della *Teogonia* di Esiodo (VIII-VII secolo a.C.). Com'è noto, la *Teogonia* ripercorre, in forma poetica, le origini e i principali avvenimenti della coscienza religiosa greca a partire da un originario Caos (Χάος) fino al momento in cui Zeus, detronizzando Crono, vince la guerra contro i Titani e viene acclamato re degli dèi e signore dell'Olimpo. Nell'opera di Esiodo, il Caos costituisce la prima, anche in ordine temporale, delle quattro potenze principali insieme a Gaia o Gea (Γαῖα, la terra), Tartaro (Τάρταρος, la realtà tenebrosa e sotterranea) ed Eros (Ἔρος, l'amore come principio di unione e di armonia). Rivolgendosi canonicamente alle Muse, supremo ideale poetico della grecità ed emblema dell'«eterna magnificenza del divino»[2], così Esiodo racconta – in un discorso ricco di significati cosmogonici – l'inizio della lunga serie di generazioni che ha portato alla costituzione del *pantheon* greco e della variegata stirpe degli eroi:

> Celebrate la sacra stirpe degli immortali che sempre sono, | quelli che nacquero da Terra e da Cielo stellato, | e dalla Notte oscura, e quelli che nutrì il Mare salato; | dite come dapprima nacquero gli dèi e la terra | e i fiumi e l'infinito [ἀπείριτος] mare che con l'onda infuria | e gli astri rilucenti e l'ampio cielo in alto, | e quelli che nacquero da questi, dèi dispensatori di beni, | e come divisero gli averi e come spartirono gli onori, | e anche come dapprima occuparono

1. La letteratura storico-critica al riguardo è oltremodo vasta e articolata. A questo proposito, ci limitiamo a segnalare almeno i contributi di Algra (1995), Huggett (1999, pp. 1-90) e Sorabji (1988).

2. Otto (1996, p. 49).

l'Olimpo ricco di anfratti. | Ditemi queste cose, o Muse che abitate le dimore d'Olimpo, | dal principio, e dite chi di loro fu primo. | Prima di tutto certo fu Caos, poi | Terra dall'ampio seno, sempre sede sicura di tutti | gli immortali, che abitano la vetta dell'Olimpo nevoso | e il Tartaro caliginoso nel fondo della Terra dalle ampie vie, | e Eros, il più bello fra gli dèi immortali, | che scioglie le membra, e che di tutti gli dèi e degli uomini tutti | doma nel petto la mente e la saggia volontà[3].

In questa prospettiva, il Caos può essere inteso come precondizione di ogni realtà divina e materiale che si manifesta come uno spazio *aperto* o *spalancato* (dai verbi greci χαίνειν e χάσκειν), o ancora come un abisso cieco e senza limiti. Di fatto, la Terra – che nutre e genera ogni cosa – nasce dal grembo di Caos e ne rappresenta la polarità solida, definita e separata. Anche dopo il pieno sviluppo degli esseri divini, il Caos perdura come un vero e proprio spazio abissale di fondo o come un'oscura nebulosità informe: una realtà, quindi, non del tutto assimilabile al semplice vuoto o ancora al semplice luogo in cui le singole entità si originano e trovano collocazione.

Se il concetto di spazio presente in Esiodo si mantiene ancora legato a una dimensione essenzialmente mitico-poetica, è nel pensiero dei cosiddetti *presocratici* che esso assume maggiore rilievo filosofico e scientifico, alla luce di un più definito tentativo di spiegazione razionale della realtà e del suo principio primo e generatore (ἀρχή). Posto che già nelle scoperte geometriche di Talete di Mileto (VII-VI secolo a.C.) si può implicitamente ritrovare una nozione di spazio tridimensionale che verrà compiutamente codificata nel III secolo a.C. negli *Elementi* euclidei, è nelle opere degli ionici Anassimandro (vissuto all'incirca tra il 610 e il 546 a.C.) e del suo amico e allievo Anassimene (VI secolo a.C.) che emerge, secondo la testimonianza del filosofo e matematico bizantino Simplicio (VI secolo d.C.), una prima caratterizzazione dello spazio in quanto principio *infinito* o *illimitato* (ἄπειρον), originaria ed eterna mescolanza di tutte le cose da cui «tutti i cieli provengono e i mondi che in essi esistono»[4].

3. Θεογονία, vv. 105-122 (Esiodo, 2018, pp. 17-9).

4. Anassimandro, 12A9 DK (Giannantoni, 1969, p. 98). Com'è noto, la tradizione attribuisce ad Anassimandro il primo modello geometrico della struttura dell'universo, dove la Terra è vista come un disco o cilindro di altezza pari a un terzo del diametro che *galleggia* nello spazio e che occupa il centro comune di più cerchi, rispettivamente occupati dalle stelle, dalla Luna e dal Sole. Sul tema, cfr. Couprie, Hahn, Naddaf (2003).

Un discorso analogo si ritrova anche nelle riflessioni dei primi pitagorici, i quali assegnano al numero, elemento costitutivo di ogni cosa, una sorta di spazialità. Si tratta di una concezione dello spazio, elaborata di concerto con i primi sviluppi dell'aritmo-geometria, la cui radice è rappresentata dall'idea di *soffio* o *spirito infinito* (πνεῦμα ἄπειρον). Attraverso tale soffio, il vuoto sarebbe introdotto nel cielo e andrebbe a favorire la distinzione degli oggetti naturali, vale a dire una forma di separazione e divisione tra cose poste l'una dopo l'altra. Ciò si verificherebbe innanzitutto nei numeri, dal momento che è il vuoto stesso a delimitarne la natura. Così si esprime in proposito Aristotele nel IV libro della *Fisica*:

> Anche i Pitagorici ammettevano l'esistenza del vuoto e dicevano che esso, per opera del «soffio infinito», avanza nel cielo, come se questo respirasse, e che è proprio il vuoto a delimitare le cose della natura, quasi che il vuoto fosse un elemento che separa gli enti consecutivi e li delimita; e asserivano che ciò si verifica anzitutto nei numeri, giacché il vuoto delimita la loro natura[5].

In questo senso, gli intervalli spaziali risultano necessari in funzione della separazione dei singoli numeri, concepiti nella loro realtà materiale e sostanziale. Questa concezione dello spazio, ancora lontana da implicazioni di ordine fisico, riceverà una più adeguata sistemazione teorica solo più tardi, in particolare con Filolao di Crotone (470-390 a.C.) e Archita di Taranto (428-360 a.C.). Oltre a una concezione astronomica che vede al centro dell'universo un grande fuoco e attorno ad esso i singoli corpi celesti (Terra compresa) in rotazione antioraria, a Filolao si deve anche la formalizzazione del ruolo dei numeri nei modelli fisici, giacché «tutte le cose che si conoscono hanno numero: senza il numero non sarebbe possibile pensare né conoscere alcunché»[6]. È però ad Archita di Taranto che la tradizione ha attribuito una più solida riflessione sulla natura dello spazio come *luogo* (τόπος) di tutti i corpi delle regioni terrestri. Secondo quanto riporta Simplicio nel suo commento alle *Categorie* aristoteliche, Archita – contemporaneo e amico di Platone – distingue in particolare tra *luogo* (ovvero *spazio*) e *materia*, così che lo spazio risulta differente e indipendente da essa. Come tale, ciascun corpo occupa un luogo e

5. *Physica*, IV 6, 213b22-28 (Aristotele, 1983a, p. 88).

6. Filolao, 44B4 DK (Giannantoni, 1969, p. 466).

non può esistere se non esiste il suo luogo: «dal momento che tutto ciò che si muove si muove in un certo luogo, e l'agire e il patire sono movimenti, è chiaro che il luogo in cui esiste ciò che agisce e patisce è la prima cosa»[7]. Di fatto, Archita delinea una concezione dello spazio come *contenitore* degli oggetti materiali in base alla quale tutte le cose sono nello spazio, mentre lo spazio (il cui ambiente è lo stesso vuoto infinito) non è in nessuna cosa ed è indipendente dai corpi. Lungi dal rappresentare una pura estensione, lo spazio di Archita, in quanto luogo, si presenta come una sorta di «atmosfera primordiale, dotata di pressione e di tensione e limitata dal vuoto infinito»[8], la quale ha il potere – al di là della sua caratterizzazione metafisica – di fissare, al suo interno, i limiti dei corpi impedendo loro di crescere o rimpicciolirsi indefinitamente. A ciò si aggiunge il riconoscimento, destinato tuttavia a subire la rigida censura aristotelica, dell'infinità dello spazio. Tale assunto è provato da Archita attraverso un celebre esperimento mentale, citato nella *Fisica* (fr. 30) del filosofo aristotelico Eudemo di Rodi (circa 350-290 a.C.) e ripreso, oltre che da Simplicio, anche da Lucrezio nel *De rerum natura*[9], che riportiamo per intero:

7. Simplicio (1907, p. 357: 90*v*). D'ora in avanti, la traduzione di tutti i passi citati direttamente nel testo o in nota e tratti da opere in lingua greca, latina, inglese, francese o tedesca di cui non esiste alcuna edizione italiana è da ritenersi esclusivamente nostra.

8. Jammer (1966, p. 21).

9. Cfr. *De rerum natura*, I, vv. 958-983 (Lucrezio, 1976, p. 123): «Tutto l'esistente, dunque, non è limitato in nessuna direzione; o dovrebbe avere un estremo. Ma è evidente che nulla può avere un estremo, se al di là non esiste qualche cosa che lo limiti, sì che appaia un punto oltre il quale la facoltà dei nostri sensi non può più seguirlo. Ora, perché si deve ammettere che al di fuori del tutto niente esiste, non ha estremo, dunque è senza confine e misura. Né importa in quale delle sue regioni tu sosti: sempre, qualunque luogo uno occupi, da tutte le parti egualmente infinito lascia l'universo. E poniamo ora che sia limitato tutto lo spazio: se uno corresse al suo termine, alla riva estrema, e scagliasse un dardo volante, vuoi tu che questo, vibrato con forza gagliarda, vada dove è stato lanciato e voli lontano, o credi che qualche cosa lo ostacoli e gli si opponga? Una di queste due ipotesi è necessario che tu ammetta e scelga. Ma l'una e l'altra ti preclude ogni scampo e ti costringe a riconoscere che l'universo si estende senza confine. Infatti, sia che un ostacolo trattenga il dardo e non lasci che giunga là dove è stato lanciato e si configga nel bersaglio, sia che voli oltre, non è partito dal limite. Così ti incalzerò e, dovunque porrai l'estrema riva, ti domanderò che cosa avvenga allora del dardo. Avverrà che in nessun luogo potrà fermarsi il confine, e la possibilità della fuga protrarrà sempre la fuga».

Archita, come dice Eudemo, svolgeva l'argomento servendosi di domande: S'io mi trovassi all'estremità dello spazio, ad esempio nel cielo delle stelle fisse, potrei tendere la mano o un bastoncino fuori di quella? O non potrei? Dire che non si può è assurdo: ma se si ammette che si può tendere la mano fuori, quello ch'è fuori sarà corpo [σῶμα] o spazio (e non c'è differenza, come vedremo). Si procederà dunque nello stesso modo, da estremità raggiunta ad altra estremità raggiunta, sempre ripetendo la domanda. E così, trovandosi che c'è sempre qualche cosa ove può giungere il bastoncino, è evidente che questo qualche cosa è infinito [ἄπειρον]. Ora, se esso è corpo, l'assunto è dimostrato; se è spazio, dato che lo spazio è ciò in cui è o può essere un corpo, e che quando si parla delle sostanze eterne s'ha da dire senz'altro che è quello che è in potenza, anche così sarà dimostrato che infiniti sono corpo e spazio[10].

Se lo spazio pitagorico può dunque essere inteso, in un senso molto generale, come il luogo *vuoto* e *infinito* da cui sorgono i corpi e che circonda ogni singola realtà, il problema della legittimità del vuoto costituisce l'oggetto della riflessione filosofica della scuola eleatica di Parmenide, Zenone e Melisso, seppure con sensibilità non sempre consonanti. In particolare, Parmenide di Elea (VI-V secolo a.C.) – teorico dell'unicità, immobilità e indivisibilità dell'essere e oppositore del pluralismo naturalista ionico e dei dualismi pitagorici ed eraclitei – nel suo poema *Sulla natura* esclude il vuoto dal dominio dell'essere (τὸ εἶναι), concepito (più o meno metaforicamente) come una sorta di sfera piena e perfettamente delimitata, sempre uguale a sé stessa nello spazio e nel tempo. Nell'essere, infatti, non «vi è in alcuna parte un di più di essere che possa impedirne la contiguità, né un di meno, ma è tutto pieno di essere. Per cui è tutto contiguo: difatti l'essere è a contatto con l'essere»[11], e «poiché vi è un limite estremo, è compiuto da ogni lato, simile alla massa di ben rotonda sfera di ugual forza dal centro in tutte le direzioni»[12]. In altri termini, come negazione del pieno, il vuoto – riportato alla categoria di *ciò che non è* (μὴ ὄν) – è da Parmenide escluso da ogni ambito di realtà.

Difendendo l'ortodossia parmenidea, Zenone di Elea (489-431 a.C.) individua non più nel vuoto ma direttamente nello spazio – in quanto luogo (τόπος) o ambiente universale del molteplice reale – lo stesso ordine di contraddizioni riscontrabile in ogni molteplicità. Se-

10. Archita, 47A24 DK (Giannantoni, 1969, p. 491).

11. Parmenide, 28B8.27-29 DK (ivi, p. 275).

12. Parmenide, 28B8.46-48 DK (ivi, p. 276).

condo quanto riporta Aristotele[13], il ragionamento di Zenone si sviluppa in questo semplice modo: se lo spazio esiste, esso deve esistere in qualche luogo, vale a dire in uno spazio ulteriore; ciò, tuttavia, vale anche per questo secondo spazio, e così via all'infinito, il che mostra la stessa contraddizione tra finito e infinito che si può ritrovare nel molteplice e ne dimostra l'intrinseca assurdità. In questo contesto, anche i più celebri paradossi contro la realtà del movimento, definiti da Russell «incommensurabilmente sottili e profondi»[14] sul piano logico-matematico, hanno una diretta attinenza con la più generale tematica dello spazio. Consideriamone almeno due.

Il primo di essi, noto come *paradosso dello stadio*, afferma che non si può arrivare all'estremità di uno stadio a partire dall'estremità opposta, dal momento che bisognerebbe prima arrivare alla metà di esso, e prima ancora alla metà della metà, e così via all'infinito: di conseguenza, secondo Zenone, non è possibile percorrere infinite parti di spazio in un tempo finito.

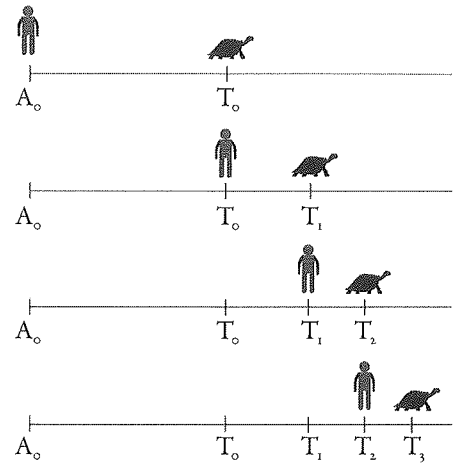
Il secondo argomento, comunemente noto come *paradosso di Achille e della tartaruga* (FIG. 1.1), contro ogni evidenza esperienziale sancisce che, se Achille fosse sfidato da una tartaruga in una corsa e le concedesse un piede di vantaggio, egli non sarebbe mai in grado di raggiungerla. Una delle descrizioni più citate di questo paradosso è offerta, oltre che da Aristotele[15], anche dal narratore e saggista argentino Jorge Luis Borges (1899-1986) in uno dei capitoli più affascinanti di *Altre inquisizioni* (1952):

> Achille corre dieci volte più veloce della tartaruga e le dà un vantaggio di dieci metri. Achille percorre quei dieci metri, la tartaruga ne percorre uno; Achille percorre quel metro, la tartaruga percorre un centimetro; Achille percorre quel centimetro, la tartaruga un millimetro, Achille piè veloce il millimetro, la tartaruga un decimillimetro, e così all'infinito, senza che Achille possa mai raggiungerla...[16]

Il ragionamento di Zenone si fonda su un presupposto concettuale preciso: una volta posta l'infinita divisibilità dello spazio, un corpo che si muove in esso non potrà mai arrivare alla propria meta, poiché dovrà

13. Cfr. *Physica*, IV 1, 209a; IV 3, 210b (Aristotele, 1983a, pp. 74-5, 80).
14. Russell (1964, p. 105).
15. Cfr. *Physica*, VI 9, 239b15-28 (Aristotele, 1983a, pp. 160-1).
16. Borges (1973, p. 109).

FIGURA 1.1
Il paradosso di Achille e della tartaruga



superare gli infiniti punti di cui si compone ogni distanza impiegando un tempo infinito. La soluzione proposta al riguardo da Aristotele fa leva essenzialmente sulla necessità di distinguere tra un piano della realtà e un piano del pensiero, ascrivendo a mera possibilità mentale l'aumento o la diminuzione indefinita di una qualsiasi quantità o grandezza data. In questo senso, se nella realtà si danno solo distanze *finite*, un corpo in movimento sarà a tutti gli effetti in grado di raggiungere la propria meta, dal momento che completerà in un tempo finito l'intervallo (esso stesso finito) da percorrere. Si tratta, come si può facilmente intuire, di una soluzione non del tutto esauriente, in quanto fondata sull'ipotesi dell'effettivo carattere finito dello spazio reale. D'altra parte, la possibilità della divisibilità all'infinito rimane logicamente e matematicamente legittima e con essa Zenone ha posto, come diversi matematici e filosofi (Bertrand Russell *in primis*) hanno sottolineato, le basi concettuali del calcolo infinitesimale.

Tra gli Eleati, non sono mancate in ogni caso prospettive discordanti rispetto alla dottrina originaria di Parmenide circa l'immutabilità e l'omogeneità dell'essere. Melisso di Samo (V secolo a.C.), per esempio, pur negando l'esistenza del vuoto e riconoscendo all'essere – non senza una certa ambiguità – i caratteri di ingenerabilità, incorruttibilità, immutabilità, unicità e incorporeità, ne stabilisce anche l'infinità spaziale e temporale:

Dal momento dunque che non è nato ed è e sempre era e sempre sarà così anche non ha principio né fine, ma è infinito. Perché se fosse nato avrebbe un principio (a un certo punto infatti avrebbe cominciato a nascere) e un termine (a un certo punto infatti avrebbe terminato di nascere); ma dal momento che non ha né cominciato né terminato e sempre era e sempre sarà, non ha né principio né termine. Non è infatti possibile che sempre sia ciò che non esiste tutt'intiero[17].

Se dunque per Parmenide l'infinità è imperfetta perché manca di determinazione, per Melisso – per il quale l'essere «deve essere sempre infinito in grandezza»[18] – è proprio la finitezza dell'essere, cioè il fatto di essere *finito* nello spazio, a costituire qualcosa di assurdo, giacché in tal caso esso sarebbe determinato e limitato dal suo contrario, vale a dire dal nulla, e ciò appare logicamente inconcepibile.

Un ordine concettuale diverso, finalizzato ad aggirare le difficoltà logiche sollevate dal rigido monismo degli Eleati e «costruito come un'arma destinata a sormontare le difficoltà del continuo matematico»[19], si può invece ritrovare nelle dottrine dei fisici *pluralisti*, e in particolare nei primi atomisti Leucippo di Mileto (V secolo a.C.) e Democrito di Abdera (circa 460-360 a.C.). Movendo – scrive in proposito Aristotele – da una netta distinzione tra spazio geometrico come *continuum* divisibile all'infinito e spazio fisico (materia) esteso e indivisibile nelle sue componenti ultime,

Leucippo [...] e il suo compagno Democrito affermano che sono elementi il pieno e il vuoto, [considerando l'uno come essere, l'altro come non-essere,] identificano il pieno e il solido con l'essere, il vuoto col non-essere (perciò essi sostengono anche che l'essere non esiste affatto più del non-essere, giacché il vuoto è reale come il corpo), e secondo loro queste sono le cause della realtà, e cause in senso materiale[20].

In questa prospettiva, poi ripresa e interpretata – come vedremo più avanti – da Epicuro e Lucrezio, lo spazio costituisce un vuoto non-essere infinito in cui sono collocati e si muovono, in forza di un movimento da intendersi come caratteristica intrinseca, gli atomi invisibili (da Aristotele identificati con l'essere), i cui urti e le cui varie combinazioni

17. Melisso, 30B2 DK (Giannantoni, 1969, p. 316).
18. Melisso, 30B3 DK (*ibid.*).
19. Schrödinger (1963, p. 234).
20. *Metaphysica*, I 4, 985b4-9 (Aristotele, 1984b, p. 19).

danno origine ai fenomeni e agli enti naturali. Come tale, l'infinità dello spazio può essere dedotta dall'esistenza di un infinito numero di atomi che, oltre a sancire l'indivisibilità della materia, risultano qualitativamente identici e quantitativamente diversi per forma e grandezza. Lo spazio, concepito come un'infinita estensione vuota, non esercita alcuna influenza sul moto della materia. Gli atomi, infatti, si muovono eternamente e spontaneamente (cioè a prescindere da una causa esterna) nel vuoto, incontrandosi e scontrandosi in una sorta di volteggiare caotico: il divenire cosmico e la molteplicità degli enti naturali, così come l'infinità dei mondi, sono dovuti a questo movimento incessante di atomi che regola la formazione, la trasformazione e la disgregazione della realtà naturale.

Nell'ambito dell'antica sofistica, la posizione di Gorgia di Lentini (circa 483-375 a.C.) è infine degna di nota, soprattutto perché in essa si può ritrovare l'affermazione della differenza categoriale tra spazio e materia e del carattere finito dello spazio stesso. Com'è noto, a Gorgia si lega soprattutto il riconoscimento dell'impossibilità di attingere a una conoscenza sicura della realtà (cioè l'impensabilità e l'inesprimibilità dell'essere) e la concomitante valorizzazione del linguaggio come strumento di suggestione e persuasione privo di ogni potere rivelativo nei confronti della verità. L'argomento di Gorgia contro l'infinità dello spazio è contenuto in un ampio passo del suo scritto *Sul non essere* (o *Sulla natura*) riportato dal medico e filosofo scettico Sesto Empirico (circa 160-210 d.C.) nel primo dei suoi cinque libri *Adversus dogmaticos*, dedicato ai logici (§§ 69-70):

Poiché ha un principio tutto ciò che nasce; ma l'eterno, essendo per definizione ingenerato, non ha avuto principio. E non avendo principio, è illimitato [ἄπειρον]. E se è illimitato, non è in alcun luogo. Perché se è in qualche luogo, ciò in cui esso è, è cosa distinta da esso; e così l'essere non sarà più illimitato; dunque l'illimitato non è in alcun luogo. E neppure è contenuto in se stesso. Perché allora sarebbero la stessa cosa il contenente e il contenuto, e l'essere diventerebbe duplice, cioè luogo e corpo; essendo il contenente, luogo, e il contenuto, corpo. Ma questo è assurdo. Dunque l'essere non è neppure in se stesso. Sicché se l'essere è eterno, è illimitato; se è illimitato, non è in alcun luogo; e se non è in alcun luogo, non esiste. Ammessa dunque l'eternità dell'essere, si conclude all'inesistenza assoluta[21].

21. Gorgia, 82B3 DK (Giannantoni, 1969, p. 917).

Per Gorgia, lo spazio non può essere infinito, perché se l'esistente fosse infinito esso non sarebbe in alcun luogo particolare. Infatti, se fosse in qualche luogo, ciò in cui si trova sarebbe qualcosa di distinto da esso, e l'esistente – in quanto contenuto da qualcosa – non sarebbe più infinito. Del resto, il *contenente* è qualcosa di *più esteso* del *contenuto*, e nulla può estendersi più dell'infinito: conseguentemente, l'infinito non può essere in alcun luogo né può contenere sé stesso, giacché in tal caso esso finirebbe per identificarsi con il proprio contenuto (e l'esistente sarebbe sia spazio che materia). In altri termini, secondo Gorgia, l'impossibilità dell'esistenza dell'infinito non può che escludere l'infinità dello spazio.

1.2
Ideale o materiale? Platone e la natura ibrida dello spazio

In uno dei passi più controversi della *Fisica*, Aristotele riconosce a Platone (427-347 a.C.), suo maestro, un merito particolare: quello di essere andato ben oltre la semplice affermazione dell'esistenza o meno dello spazio e di avere anche tentato, a differenza dei suoi predecessori, «di dirne l'essenza»[22], il suo *che cos'è*, identificandolo con la materia come pura tridimensionalità geometrica. Al di là della lettura aristotelica, sostenuta peraltro anche in ambito neoplatonico e destinata a esercitare una larga influenza nel dibattito filosofico successivo, non c'è dubbio che la riflessione platonica sullo spazio (o la spazialità) goda di un carattere tanto originale quanto problematico, del quale cercheremo ora di fornire almeno i lineamenti essenziali.

La concezione platonica dello spazio è compiutamente esposta nella seconda parte di uno dei dialoghi più importanti della maturità dell'autore: il *Timeo*. In questo dialogo, Platone affronta il problema cosmologico dell'origine e della formazione dell'universo, introducendo – nel prudente quadro di un discorso o «favola verosimile»[23] – la figura-limite del *demiurgo*. Come divino artefice, il demiurgo platonico è dotato di intelligenza e volontà, si trova in una sorta di posizione intermedia tra il mondo delle idee e le cose e fornisce alla realtà materiale – collocandola nel tempo, immagine mobile dell'eternità – il

22. *Physica*, IV 2, 209b16 (Aristotele, 1983a, p. 76).
23. *Timaeus*, 29d (Platone, 1987, p. 368).

principio vivificante dell'*anima del mondo*. Ciò che contraddistingue la riflessione dell'ultimo Platone è infatti l'esigenza di una considerazione più unitaria della realtà capace di superare il rigido dualismo tra mondo delle idee e realtà materiale, intesa dal filosofo come *copia* sensibile delle essenze archetipe ideali contemplate dal demiurgo e da esso utilizzate nell'ordinamento del mondo:

> Questo nuovo ragionamento intorno all'universo avrà più partizioni del precedente. Allora noi distinguemmo due specie, ora noi dobbiamo dichiarare una terza specie nuova. Perché nel discorso di prima ne bastavano due, l'una posta come specie del modello, intelligibile e sempre nello stesso modo, l'altra come immagine del modello, generata e visibile. E allora non ne distinguemmo una terza, credendo che due sarebbero sufficienti: ma ora sembra che il ragionamento ci costringa a tentare di chiarire con le parole questa specie difficile e oscura. E qual potenza si deve stimare che abbia secondo natura? Questa specialmente, d'essere ricettacolo di tutto ciò che si genera, quasi una nutrice[24].

Ricollegandosi molto probabilmente alla tradizione pitagorica ed eleatica (soprattutto di Melisso), Platone delinea qui una particolare concezione della spazialità nei termini di un'entità – chiamata *chora* (χώρα, letteralmente "regione" o "luogo" in senso lato) – che non appartiene alle due specie di realtà intelligibili (*idee*) e sensibili (*materia*), ma che come realtà *intermedia*, luogo e sede delle cose corruttibili, si qualifica come *terzo genere* o *terza natura*. Come tale, lo spazio cosmico originario della *chora* costituisce il luogo o ricettacolo, di per sé informe, funzionale all'ordinamento del mondo sensibile, cioè uno spazio che prende forma a imitazione delle idee eterne, che non trattiene nulla ma è attraversato da tutto. In altri termini, si tratta di una realtà spuria, che gode del carattere indeterminato e della mutevolezza propri della materia corruttibile e che tuttavia partecipa del carattere necessario della sfera intelligibile o del mondo ideale incorruttibile. Ancora, come una *matrice* (ἐκμαγεῖον), cioè come supporto che ritiene le tracce di qualcosa senza tuttavia farsi determinare dalla loro consistenza sensibile,

> si deve dire che è sempre la stessa, perché non perde affatto la sua potenza, ma riceve sempre tutte le cose, e in nessun modo prende mai una forma simile ad alcuna di quelle cose che entrano in essa: perché essa di sua natura è la materia

24. *Timaeus*, 48e-49b (ivi, p. 393).

formativa di tutto, che è mossa e figurata dalle cose che vi entrano, e appare, per causa di esse, ora in una forma e ora in un'altra: e le cose ch'entrano ed escono son sempre immagini di quelle che esistono sempre, improntate da esse in modo ineffabile e meraviglioso[25].

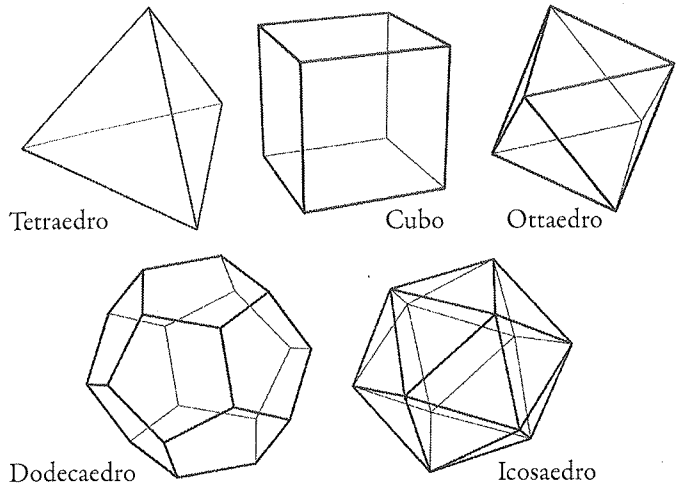
Lo spazio platonico si pone al tempo stesso come *luogo* della trasformazione e come *ricettacolo* (ὑποδοχή) che continuamente riceve e plasma, proprio come una *nutrice* (τιθήνη), la materia informe. Esso ha una natura essenzialmente ibrida: a prescindere dalle forme da cui è determinato, non può essere percepito e dunque è come se non esistesse; gode di un essere distinto dalle forme che assume in quanto sfondo costante del divenire; è invisibile ed è partecipe dell'intelligibile. Scrive in proposito Platone:

V'erano anche prima che esistesse il cielo tre princìpi distinti, l'essere, lo spazio e la generazione. La nutrice della generazione, inumidita e infocata, accogliendo le forme della terra e dell'aria e ricevendo tutte le altre modificazioni che seguono a quelle, si mostrava svariatissima d'aspetto, e per esser piena di forze non somiglianti né equilibrate, non era in equilibrio in nessuna parte, ma, oscillando inegualmente da ogni parte, era scossa dalle dette forze e a sua volta movendosi le scoteva. E le diverse parti, mosse quali in un luogo, quali in un altro, si separavano ed eran sempre trasportate, come, quando sono scosse e ventilate dai vagli e dagli arnesi per purgare il frumento, le parti dense e gravi vanno in una parte, e le rare e lievi si posano portate in altro posto: così allora quelle quattro specie, scosse dal loro ricettacolo, che si moveva esso stesso come uno strumento agitatore, separavano da sé, quanto potevano, le parti più dissimili, e costringevano sopra tutto nel medesimo luogo le più simili, e per questo, prima che da esse l'universo ordinato nascesse, occuparono chi un luogo, chi un altro[26].

Se la *chora* rappresenta il luogo della trasformazione, il demiurgo, come artigiano divino amante del Bene e capo gerarchico dell'ordine celeste, manipola la materia dello spazio, direzionandone le trasformazioni in ossequio a leggi matematiche e geometriche universali e preesistenti, e dunque riconfigurando la materia caotica a partire dai quattro elementi naturali. D'altra parte, «prima tutte queste cose erano disposte senza ragione né misura: quando poi dio prese a ordinare l'universo, da

25. *Timaeus*, 50b-50c (ivi, p. 396).
26. *Timaeus*, 52d-53a (ivi, p. 399).

FIGURA I.2
I cinque solidi regolari platonici



principio il fuoco e l'acqua e la terra e l'aria, che pure avevano qualche vestigia di sé, erano tuttavia in quello stato, come conviene che sia ogni cosa dalla quale dio è assente»[27], cioè in uno stato caotico, amorfo e disarmonico.

Nel suo ampio discorso cosmologico, Platone concepisce gli elementi naturali (di per sé non originari) come dotati di precise strutture spaziali riconducibili alla figura geometrica del triangolo: di fatto, la similitudine stereometrica rappresenta il principio ordinatore dei singoli corpi macroscopici. In alcune tra le pagine più affascinanti del *Timeo*, Platone descrive anche il modo in cui il demiurgo, a partire dalla combinazione di triangoli elementari (scaleno-rettangolo e isoscele-rettangolo) e mediante precisi rapporti numerici, arriva a formare i solidi geometrici regolari[28] (FIG. I.2) da cui derivano il fuoco (*tetraedro*, composto da quattro triangoli equilateri), l'aria (*ottaedro*, costituito da otto triangoli equilateri), l'acqua (*icosaedro*, ottenuto con venti triangoli equilateri) e la terra (*esaedro* o *cubo*, formato da sei quadrati). Ad

27. *Timaeus*, 53a-53b (*ibid.*).
28. Le costruzioni di questi particolari poliedri convessi regolari sono contenute nelle proposizioni 13-17 del libro XIII degli *Elementi* euclidei; a questo proposito, cfr. Euclide (1970, pp. 971-81).

essi si deve poi aggiungere il *dodecaedro* (ottenuto con dodici pentagoni regolari), che per i pitagorici rappresenta il solido più vicino alla sfera, inscrivibile cioè in una sfera con il maggior numero di punti a contatto con essa. Nel *Timeo* Platone non specifica il processo di composizione del dodecaedro, limitandosi invece ad affermare che «dio se ne giovò per decorare l'universo»[29]: saranno in seguito i suoi allievi (Aristotele *in primis*) a definirlo esplicitamente come *etere* o *quintessenza*, principio materiale del mondo celeste. A causa della sua forma cubica la terra, secondo Platone, è il più *immobile* e più *plasmabile* dei corpi[30], vale a dire dei quattro elementi, e tale condizione è data dal fatto che essa possiede le basi più stabili e più solide. Di conseguenza, essa si trova al centro dell'universo, così come gli altri elementi dello spazio si trovano disposti in base alla loro crescente mobilità, resa possibile dal minor numero di facce dei solidi che li costituiscono (nell'ordine: acqua, aria, fuoco). La varietà dei quattro elementi, il loro comportamento e le loro interazioni con i sensi umani sono così dovuti alle differenze di forma e dimensione dei triangoli elementari di cui sono formate le loro superfici piane o basi.

Tutto ciò delinea un ordine di idee che, riducendo la fisica alla geometria, ha avuto grande influenza sul pensiero fisico del primo Medioevo (di fatto, la *Fisica* aristotelica sostituirà il *Timeo* solo verso la metà del XII secolo) ma anche, in età moderna, sulla matematica, sull'astronomia e perfino sull'arte e l'architettura[31]. Basti pensare, solo per fare qualche esempio, al *Libellus de quinque corporibus regularibus* (circa 1480) di Piero della Francesca, al *De divina proportione* (1509) di Luca Pacioli o alle pregiate tarsie lignee della chiesa veronese di Santa Maria in Organo realizzate intorno al 1520 da Giovanni da Verona, ma anche alle opere di Leonardo da Vinci, Rafael Bombelli, Niccolò Tartaglia e

29. *Timaeus*, 55c (Platone, 1987, p. 403). Un'ulteriore descrizione del dodecaedro come immagine dell'universo si trova in *Phaedo*, 110b-110c (Platone, 1974, pp. 175-6), dove si può leggere: «Anzi tutto dunque, o amico, egli riprese, dicono questo, che la vera terra, chi la guardi dall'alto, ha l'aspetto delle nostre palle di cuoio a dodici pezzi, iridescente, e come intarsiata di diversi colori; e di codesti colori perfino quelli che adoprano i pittori qui da noi sono immagini appena». I colori menzionati da Platone, uno per ogni pentagono che costituisce il dodecaedro, sono in tutta evidenza gli stessi dodici colori elementari di cui si parla in *Timaeus*, 67c-69a (Platone, 1987, pp. 418-20).

30. Cfr. *Timaeus*, 55e (ivi, p. 404).

31. A questo proposito, cfr. in particolare Kristeller (2005).

Galileo Galilei (il cui platonismo, vero o presunto, è tutt'ora oggetto di importanti discussioni storiografiche) oppure al *Mysterium cosmographicum* (1596) di Giovanni Keplero, su cui torneremo più avanti. Perfino Werner Heisenberg, uno dei padri della meccanica quantistica, in una delle sue *Gifford Lectures* tenute tra il 1955 e il 1956 all'Università di St. Andrew è arrivato a vedere nella teoria platonica dei solidi regolari una prima prefigurazione della struttura atomica dell'acqua[32].

1.3
Una questione di autorità: Aristotele e lo spazio come limite dei corpi

Il concetto di spazio elaborato da Aristotele (384-322 a.C.) si determina essenzialmente come *luogo* (τόπος) o *limite dei corpi*. Si trova esposto nel sesto capitolo delle *Categorie* e, in una forma senz'altro più compiuta, nel quarto libro della *Fisica*. Primo dei sei scritti di logica che costituiscono l'*Organon* insieme al *De interpretatione*, agli *Analitici primi* e *secondi*, ai *Topici* e agli *Elenchi sofistici*, le *Categorie* aristoteliche si propongono di indagare le caratteristiche fondamentali e strutturali dell'essere, vale a dire quelle determinazioni generalissime che ogni essere ha e non può non avere (la sostanza, la qualità, la quantità, la relazione, l'agire, il subire, il dove, il quando, il trovarsi e l'avere). Tali determinazioni, dette *categorie*, dal punto di vista ontologico rappre-

32. «Se i solidi regolari, che rappresentano i quattro elementi, possono essere identificati con gli atomi, Platone», scrive in proposito Heisenberg (1964, pp. 84-5), «mostrò chiaramente come essi non siano indivisibili. Platone costruisce i solidi regolari servendosi di due triangoli base, l'equilatero e l'isoscele, che sono messi assieme a formare la superficie dei solidi. Perciò gli elementi possono (almeno in parte) essere trasformati l'uno nell'altro. I solidi regolari possono venir risolti nei triangoli che li costituiscono e con i quali possono formarsi nuovi solidi regolari. Ad esempio, un tetraedro e due ottaedri possono essere risolti in venti triangoli equilateri, che possono essere ricombinati per formare un icosaedro. Ciò significa: un atomo di fuoco e due atomi di aria possono essere combinati per formare un atomo d'acqua. Ma i triangoli fondamentali non possono essere considerati come materia giacché essi non hanno estensione spaziale. L'unità di materia si crea soltanto quando i triangoli si mettono insieme per formare un solido regolare. Le più piccole particelle di materia non sono gli Enti fondamentali, come nella filosofia di Democrito, ma sono forme matematiche. Da ciò appare evidente che la forma è più importante della sostanza di cui essa è la forma».

sentano i generi supremi dell'essere, cioè i modi fondamentali attraverso cui si presenta la realtà, mentre dal punto di vista logico indicano i modi fondamentali con cui l'essere si predica delle cose (come quando si afferma, per esempio, che un uomo alto sta mangiando una mela disteso su un prato nel cuore della notte).

La tematizzazione del concetto di spazio operata da Aristotele nelle *Categorie* muove da una constatazione di fondo: tra le quantità, alcune possono dirsi *discrete* se le loro parti non hanno nessun limite comune in cui si congiungono, mentre altre risultano *continue* laddove le loro parti hanno un limite comune in cui si congiungono. Se alla categoria di *quantità discreta* appartengono, per esempio, il numero e il discorso (inteso come enunciato), a quella di *quantità continua* si legano la linea, la superficie, il corpo, il tempo e – per l'appunto – lo spazio[33]. Scrive Aristotele a proposito delle quantità *discrete*:

> In effetti, le parti del numero non hanno alcun limite comune [κοινὸς ὅρος], in cui si congiungano. Assumendo il cinque, ad esempio, come parte del dieci, il cinque e l'altro cinque non si congiungeranno in alcun limite comune, ma risulteranno sempre distinti; del pari, il tre ed il sette non si congiungeranno in alcun limite comune, ed in termini universali, non sarà possibile riguardo al numero stabilire un limite comune delle parti, le quali risulteranno sempre discrete. Di conseguenza, il numero è una delle quantità discrete. Allo stesso modo, poi, tra le quantità discrete si trova pure il discorso [λόγος]. In effetti, che il discorso sia una quantità, è evidente, dal momento che lo si misura in sillabe brevi e lunghe: intendo riferirmi, qui, al discorso pronunciato. In tal caso le parti del discorso non si congiungono in alcun limite comune; non sussiste difatti un limite comune, in cui le sillabe si congiungano[34].

E, a proposito delle quantità *continue*, così ancora si esprime Aristotele:

> La linea invece è continua: è possibile, difatti, stabilire un limite comune, in cui le sue parti si congiungano, cioè il punto. Del pari, riguardo alla superficie si può assumere come limite la linea, dal momento che le parti del piano si congiungono in un limite comune. Allo stesso modo, poi, anche rispetto al corpo [σῶμα] potresti stabilire un limite comune (la linea o la superficie), in cui le parti del corpo si congiungano. Del resto, anche il tempo e lo spazio [τόπος] sono quantità di tale natura: in effetti, il tempo presente si congiunge

33. Cfr. *Categoriae*, 6, 4b20-25 (Aristotele, 1984a, p. 15).
34. *Categoriae*, 6, 4b25-37 (ivi, pp. 15-6).

> sia con il tempo passato che con quello avvenire. Lo spazio, a sua volta, va annoverato tra le quantità continue: le parti del corpo, che si congiungono in un limite comune, occupano infatti un certo spazio, e di conseguenza, anche le parti dello spazio, rispettivamente occupate dalle singole parti del corpo, si congiungeranno nel medesimo limite in cui si congiungono le parti del corpo. Perciò lo spazio risulterà continuo, dato che le sue parti si congiungono in un solo limite comune[35].

In questo senso, si potrebbe sostenere che la spazialità – come quantità continua, giacché solo in un insieme continuo sono possibili movimento e mutamento – è concepita da Aristotele come la somma totale di tutti i luoghi occupati dai corpi, essendo il luogo quella parte di spazio i cui limiti coincidono con i limiti del corpo che lo occupa. È questo un ordine di idee che Aristotele sviluppa, ricollegandosi soprattutto alle problematiche pitagoriche, zenoniane e platoniche, nel quarto libro della *Fisica*.

La dottrina aristotelica del luogo esposta nella *Fisica* comprende tanto la struttura del mondo sublunare e la teoria dei luoghi naturali, quanto l'indagine sul luogo specifico occupato da un singolo corpo. Qui, d'altra parte, più che una teoria dello spazio in senso generale viene proposta una teoria del *luogo* o delle *posizioni* nello spazio. A ciò si lega lo studio organico del concetto di movimento – la fisica è come tale scienza dei corpi in movimento – che peraltro sancisce, in polemica con l'impostazione atomistica, l'impossibilità dell'esistenza del vuoto. Di fatto, nella prospettiva aristotelica, all'interno del mondo concepito come un vero e proprio *plenum* materiale si identificano i singoli luoghi semplicemente giustapposti o sommati, i quali tuttavia non vanno a costituire uno spazio unitario. Seguiamo però il ragionamento di Aristotele.

Se «tutto il sensibile è per natura in un qualche luogo»[36], se c'è cioè un luogo per ogni cosa e ciò che non esiste non è in nessun luogo, l'esistenza del luogo sembra risultare chiara, secondo Aristotele, dallo spostamento reciproco dei corpi: «difatti, dove ora è l'acqua, lì, quando essa se n'esce come da un vaso, è l'aria; e, in tale circostanza, un corpo diverso viene ad occupare quel medesimo luogo»[37]. In questo senso,

35. *Categoriae*, 6, 5a1-14 (ivi, p. 16).
36. *Physica*, III 5, 205a10 (Aristotele, 1983a, p. 63).
37. *Physica*, IV 1, 208b2-4 (ivi, p. 73).

se un luogo può essere occupato da corpi diversi che si sostituiscono l'uno all'altro, esso non può che risultare diverso dai corpi che di volta in volta lo occupano. Inoltre, anche lo spostamento dei corpi naturali e semplici – cioè il fuoco, la terra, l'aria e l'acqua – indica non soltanto che il luogo è qualcosa di esistente, ma anche che ha una *potenza* o *capacità* (δύναμις). Ciascun corpo, infatti, è dotato di una certa inclinazione verso qualche luogo, e in assenza di ostacoli si muove verso il suo *luogo naturale* in base al proprio peso e a specifiche caratteristiche, secondo un ordine di determinazioni spaziali (come *alto* e *basso*, *davanti* e *dietro*, *destra* e *sinistra*) di tipo assoluto, ovvero sussistenti di per sé (Aristotele parla in proposito di *determinazione naturale*) e quindi indipendenti da variabili apparenze di prospettiva in senso soggettivo.

D'altra parte, se il luogo esiste, risulta comunque difficile determinare se esso sia un'ipotetica massa corporea o qualche altra cosa. Analizzandone il genere, Aristotele riconosce al luogo le tre dimensioni canoniche: lunghezza, larghezza e profondità. Si tratta, in tutta evidenza, delle medesime dimensioni da cui è determinato ciascun corpo fisico: ciò nonostante, «è impossibile che il luogo sia un corpo, perché allora in esso stesso ci sarebbero due corpi»[38], e poiché ogni corpo esiste in un luogo, esso dovrebbe risultare contenuto in un altro luogo, e così via all'infinito. Come tale, dunque, il luogo sembra portare con sé un ordine problematico piuttosto complesso: da una parte, per la sua particolare natura, esso non è un elemento né può derivare da elementi corporei o incorporei; dall'altra, esso ha una grandezza, ma non può essere considerato un corpo, mentre gli elementi dei corpi sensibili sono corpi a tutti gli effetti e dagli elementi intelligibili non deriva alcuna grandezza fisica. Ciò spinge Aristotele a confrontarsi con alcune ipotesi sostenute soprattutto dai pitagorici e da Platone (al quale peraltro ascrive, discutibilmente, l'identificazione dello spazio o *chora* con la materia), e a rigettare l'ipotesi che il luogo possa coincidere anche con la forma: infatti, la forma di una cosa non può essere separata da essa, mentre il luogo risulta evidentemente separabile, come avviene nel caso di un bicchiere svuotato, all'interno del quale l'aria prende il posto dell'acqua. Tuttavia, quando si afferma che il luogo è qualcosa di separato o di separabile dal corpo che è in esso contenuto, è fondamentale precisare che si tratta di una separazione o di una separabilità analoga a quella che sussiste tra un recipiente e ciò che esso contiene:

38. *Physica*, IV 1, 209a6-7 (ivi, p. 75).

corpi e luogo sono tra loro distinti, seppure correlati e in contatto ma non sovrapponibili. In questo senso, ogni cosa è in un luogo come in un recipiente, in immediato contatto con esso, ma non si identifica con esso né con la sua forma. Come tale, dunque, il luogo è un accidente, ha un'esistenza reale ma non separata nel senso di un essere sostanziale, e può essere definito come il limite adiacente al corpo in esso contenuto o *limite primo del corpo contenente*, ovvero ciò che immediatamente delimita un corpo in quanto suo recipiente, pur non essendo parte del contenuto né essendo ad esso eccedente:

Anzitutto noi affermiamo che il luogo è ciò che contiene quell'oggetto di cui è luogo, e che non è nulla della cosa medesima che esso contiene; inoltre, che il primo luogo non è né minore né maggiore; inoltre, che esso è privo di ciascuna cosa ed è separabile; e, ancora, che ogni luogo ha l'alto e il basso, e che per natura ciascun corpo è portato e permane nel proprio luogo, e che ciò si verifica sia in alto sia in basso[39].

Il luogo non può essere inteso come «un intervallo, un qualcosa di intermedio»[40] che si frappone nei corpi e che è capace di sussistere, come grandezza, indipendentemente dal movimento dei corpi. Di fatto, secondo Aristotele, non può esserci alcun interstizio vuoto tra contenente (luogo) e contenuto[41]. Ciò ovviamente non implica che essi possano essere distinti e che il movimento di un corpo nel luogo sia in effetti diverso dal movimento di una parte nel tutto, la quale si muove insieme con il tutto quando questo è in movimento. Di contro, il corpo nel luogo si muove mentre il luogo stesso rimane, per così dire, *immobi-*

39. *Physica*, IV 4, 211a1-5 (ivi, p. 80).

40. *Physica*, IV 4, 212a10-11 (ivi, p. 83).

41. Alla base dell'affermazione aristotelica si trovano le nozioni di *contiguo* (*discreto*) e di *continuo*. Se la prima indica che due cose siano tra loro in *contatto* in una o più parti, la seconda stabilisce – come si è visto anche nelle *Categorie* – che due cose hanno, per così dire, un *confine*, un limite in comune. In questo senso, se il luogo è come tale un continuo e rappresenta il limite del contenente, ciò non implica che esso goda del carattere della continuità con il corpo che contiene: in altri termini, che il limite del contenente e il limite del contenuto siano la stessa cosa. Il limite del corpo e quello del luogo che lo contiene sono pertanto entità *distinte* ma *contigue*, dal momento che solo in questo modo il corpo sarebbe immediatamente nel limite del contenente. Se infatti il luogo e il corpo fossero in un rapporto di continuità, il corpo sarebbe nel luogo come parte nel tutto, ovvero come una parte del luogo come tutto, il che per Aristotele è qualcosa di assurdo.

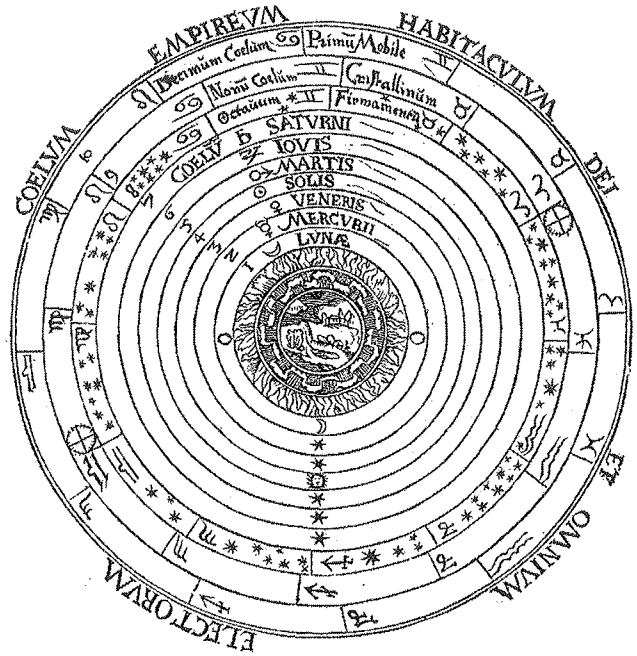
le. L'esempio, riportato da Aristotele, della nave che si muove nel fiume può senz'altro aiutarci a chiarire quest'ordine di idee: «quando qualcosa che è dentro un'altra si muove e cambia in una cosa mossa, come una navicella in un fiume, essa si serve di ciò che la contiene come di un vaso piuttosto che come di un luogo»[42]. In altri termini, la nave è il luogo di tutto ciò che ospita a bordo e che si muove in quanto essa è in movimento, mentre l'intero fiume è il luogo nel quale la nave si muove in quanto suo primo contenente. Di fatto, non è il fiume a muoversi, ma la nave che di volta in volta occupa posizioni sempre diverse con il suo movimento, così che non si darebbe luogo se non ci fossero corpi in movimento nel luogo stesso.

Su questa base, Aristotele arriva a formulare una nuova e più completa definizione (nel senso di un *concetto-limite*) di luogo come «primo immobile limite del contenente»[43]: uno spazio che, diverso da un semplice recipiente (come un vaso), contiene i corpi, ma che non ha alcuna relazione sostanziale di continuità con essi e che è immobile in senso relativo, giacché la sua superficie interna non muta rispetto al corpo contenuto (diversamente, si verificherebbe l'assurdità di un luogo che si muove insieme al corpo stesso che lo occupa). Per quanto diverso dal corpo che contiene, lo spazio aristotelico non è dunque pensabile come realtà a sé stante, senza un corpo contenuto o indipendente dai corpi: al contrario, esso è sempre *luogo di qualcosa*. A differenza di quanto avviene nelle concezioni pitagoriche e atomistiche, tuttavia, non sono i corpi a necessitare di un luogo per essere collocati nello spazio, ma i corpi stessi – e in particolare i corpi in movimento – costituiscono, per così dire, la condizione stessa di possibilità dell'esistenza del luogo che li contiene.

In un senso molto generale, è possibile enucleare l'idea aristotelica di spazio come insieme dei luoghi propri dei corpi ovvero come un'entità *finita* che coincide con l'ultimo cielo delle stelle fisse[44] e che al suo interno non ammette l'esistenza del vuoto. L'universo aristotelico (FIG. 1.3), che non manca di nulla, è composto di sfere omocentriche, mutuate da Eudosso[45], ed è finito: un carattere, quello della finitudine,

42. *Physica*, IV 4, 212a15-19 (Aristotele, 1983a, p. 83).
43. *Physica*, IV 4, 212a20 (*ibid.*).
44. Cfr. *Physica*, IV 5, 212b20 (ivi, p. 85).
45. A differenza del sistema aristotelico, il modello di universo proposto dal matematico e astronomo greco Eudosso di Cnido (384-322 a.C.) non ha tuttavia un

FIGURA 1.3
L'universo aristotelico nella *Cosmographia* dell'astronomo tedesco Pietro Apiano (1539)



che è simbolo di perfezione, mentre l'infinito – inteso come una potenza che rimane sempre tale[46] – non può mai essere compiutamente in atto, e al di fuori di esso c'è sempre altro e non nulla. L'universo poi, per

carattere fisico, ma solo matematico. Esso prevede un sistema di sfere omocentriche, aventi cioè un unico centro di rotazione, e colloca ciascun pianeta all'equatore di una sfera che ruota in modo uniforme. Le singole sfere, che hanno come centro la Terra immobile, ruotano a velocità e in direzioni differenti ma uniformi intorno a diversi assi. Per spiegare i vari fenomeni di retrogradazione di Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno, Eudosso assegna loro quattro sfere, mentre soltanto tre al Sole e alla Luna in quanto non soggetti a moto retrogrado. Alle stelle fisse, il cui unico moto è la rotazione diurna attorno alla Terra, è infine assegnata una sola sfera. Questo complesso sistema, probabilmente messo a punto come espediente geometrico finalizzato a rendere conto dei moti planetari, viene poi completato e migliorato da Callippo di Cizico (circa 370-300 a.C.), cui si deve l'introduzione di altre sette sfere (due per la Luna e il Sole, una per Mercurio, Venere e Marte). Su questi temi, cfr. in particolare Dreyer (1980, pp. 78-111).
46. Cfr. *Metaphysica*, XI 10, 1066b-1067a (Aristotele, 1984b, pp. 330-4).

Aristotele, non sta fisicamente in alcun luogo[47]. Se infatti le sue parti sono nello spazio, come totalità esso non è contenuto in alcunché, dal momento che è ciò che contiene tutto[48]:

> Ciò che, infatti, è in un luogo, è anch'esso un qualcosa e, inoltre, ci deve essere anche una qualche altra cosa a prescindere da questa in cui esso è e da cui è contenuto. Ma, se si prescinde dall'intero universo, non c'è alcuna altra cosa al di fuori del tutto, e perciò tutte le cose sono nel cielo: ché il cielo, s'intende, è tutto! Il luogo, invece, non è il cielo, ma, per così dire, l'estremità del cielo, ed è [immobile limite] contiguo al corpo mobile: e per questo la terra è nell'acqua, questa nell'aria, questa, a sua volta, nell'etere, l'etere nel cielo: ma il cielo non è affatto in un'altra cosa[49].

Come totalità, l'universo non può affatto *cambiare luogo*, ma si muove di movimento circolare poiché non c'è spazio per una traslazione. Le sue singole parti – ciascuno cioè dei quattro elementi (terra, acqua, aria e fuoco) che costituiscono il mondo *sublunare* – si muovono, rispetto al proprio luogo naturale, secondo il moto rettilineo anche laddove ne siano violentemente allontanati. Di contro, la materia perfetta (l'etere) che costituisce il mondo celeste e le sue sfere possiede per natura il solo

47. Per la verità, Aristotele sembra assegnare una sorta di luogo anche all'ultima sfera, specificando però che essa occupa, per così dire, un luogo in modo *indiretto*, cioè per il tramite delle sue parti: «infatti, in un certo senso, tutte le parti sono in un luogo, giacché si cingono reciprocamente sull'orbita», come si legge chiaramente in *Physica*, IV 5, 212b12-14 (Aristotele, 1983a, p. 84). Si tratta, come ha messo bene in evidenza anche Grant (2001, pp. 89-90), di un tentativo piuttosto incerto di trovare un luogo per l'ultima sfera delle stelle fisse, a cui alcuni commentatori – come, per esempio, Averroè (1126-1198) – hanno cercato di porre rimedio sostenendo che l'ultima sfera occupa un luogo soltanto *accidentalmente* (*per accidens*), dal momento che il suo centro (cioè la Terra) si trova *essenzialmente* (*per se*) in un luogo.

48. A questo proposito, come ha notato Max Jammer (1966, pp. 29-30), «forse non è del tutto ingiustificato suggerire un paragone tra la nozione di spazio fisico nella cosmologia di Aristotele e la nozione di "spazio sferico" di Einstein come è esposta nella prima cosmologia relativistica. In entrambe le teorie una discussione su ciò che è lo spazio finito "esterno" è priva di senso. Inoltre, l'idea delle "linee geodetiche", determinate dalla geometria dello spazio, e la loro importanza per la descrizione dei percorsi delle particelle materiali o raggi di luce, suggerisce una certa analogia con la nozione di "luoghi naturali" e delle vie che conducono ad essi. La differenza è, naturalmente, che nella teoria di Einstein la geometria dello spazio è essa stessa una funzione della distribuzione massa-energia in accordo con le famose equazioni di campo, e non è euclidea ma riemanniana». Su questi aspetti, cfr. PAR. 6.2.

49. *Physica*, IV 5, 212b15-22 (Aristotele, 1983a, p. 85).

moto circolare, una forma di movimento simile alla quiete in quanto non comporta alcuna effettiva traslazione o mutamento di luogo. Va da sé, poi, che il primo motore divino e le altre intelligenze motrici non abbisognano strutturalmente di alcun luogo per l'esplicitazione della loro azione.

Una simile concezione dello spazio e dell'universo esclude, nella prospettiva aristotelica, l'esistenza del vuoto[50], che Leucippo e Democrito intendono invece come condizione generale del movimento degli atomi. Secondo Aristotele, infatti, alla base del riconoscimento del vuoto si trova l'idea secondo cui ogni cosa esistente è un corpo e dove non c'è un corpo c'è il vuoto: in questo senso, ciò che è in realtà pieno d'aria viene erroneamente indicato come vuoto. Tali constatazioni contrastano però con i dati dell'osservazione, e ciò è stato dimostrato, per esempio, da filosofi come Anassagora, i quali, «per dimostrare che l'aria è qualcosa, si servono della contorsione degli otri, indicando, così, quanta sia la forza dell'aria»[51]. Un'ulteriore prova a favore dell'inesistenza del vuoto si può ritrovare, secondo Aristotele, nell'analisi del movimento locale, reso di fatto impossibile se compiuto nel vuoto in quanto privo di limiti e determinazioni (cioè indifferenziato):

> Ma come vi potrà essere un movimento naturale lungo il vuoto e l'infinito, se in questi non persiste alcuna differenza? Infatti nel primo, in quanto infinito, e nel secondo, in quanto vuoto, l'alto non differisce affatto dal basso (giacché come del nulla non c'è alcuna differenza, così è pure del non-ente, e il vuoto par che sia, in certo modo, non-ente e privazione); lo spostamento naturale, invece, ha le sue differenze, sicché gli oggetti che naturalmente si muovono sono differenti. Dunque, o non c'è per natura alcuno spostamento in nessun luogo e per nessuna cosa, oppure, se questo c'è, non c'è affatto un vuoto[52].

Ancora, nel vuoto la velocità dei corpi risulterebbe incalcolabile e tutti i corpi si muoverebbero, di fatto, alla stessa velocità infinita a causa della mancanza di resistenza del mezzo – sia esso l'aria o l'acqua o la terra – attraversato da un corpo in movimento. Lo stesso moto violento non potrebbe esistere, dal momento che questo tipo di movimento richiede un contatto continuo tra il movente e il mosso e la velocità di un corpo in movimento è riconosciuta come direttamente proporzionale

50. Cfr. *Physica*, IV 6-9 (ivi, pp. 86-99).

51. *Physica*, IV 6, 213a24-26 (ivi, p. 86).

52. *Physica*, IV 8, 215a5-15 (ivi, pp. 91-2).

alla potenza motrice e inversamente proporzionale alla resistenza del mezzo in cui il moto ha luogo. In termini moderni:

$$\text{velocità } (v) \propto \frac{\text{potenza motrice } (p)}{\text{resistenza } (r)}$$

Se dunque la resistenza è nulla, non è invero possibile, secondo Aristotele, stabilire alcun rapporto di proporzionalità tra il mezzo attraversato e il movimento del corpo che lo attraversa, e un corpo si muoverebbe alla stessa velocità, a prescindere dalla sua grandezza e dal suo peso. Alla base di questo assunto – che influenzerà negativamente gli sviluppi della fisica nei secoli successivi e che verrà definitivamente rigettato da Galilei già nel trattato giovanile *De motu* (scritto intorno al 1590 ma pubblicato postumo nel 1687)[53] – si trova l'idea che le velocità di un corpo attraverso mezzi diversi sono inversamente proporzionali alle densità dei mezzi, così che il rapporto tra le velocità è uguale al reciproco del rapporto delle densità corrispondenti. In questo senso, se la densità del vuoto è pari a zero, si avrebbe nel vuoto una velocità infinita: ciò giustifica per Aristotele l'impossibilità del vuoto in natura e la sua esclusione dall'orizzonte conoscitivo della *Fisica*.

1.4
Voci fuori dal coro: alternative all'aristotelismo in età ellenistica e tardoantica

Le tesi aristoteliche in ambito fisico e cosmologico, completate e integrate nel II secolo d.C. dall'astronomo e geografo alessandrino Claudio Tolomeo (circa 100-170 d.C.)[54], hanno posto una pesante ipoteca sugli sviluppi teorici e sperimentali della fisica, dell'astronomia e dei rela-

53. Cfr. Galilei (1890). Per Galilei, infatti, nel vuoto, dove il peso specifico del mezzo è uguale a zero, un corpo cadrebbe con una velocità direttamente proporzionale al suo peso specifico. Di conseguenza, due corpi diversi ma dotati del medesimo peso specifico cadrebbero con uguale velocità tanto nello stesso mezzo quanto nel vuoto. Nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* (1638), Galilei estenderà la portata di questa legge, divenuta poi parte integrante della fisica newtoniana, dimostrando che nel vuoto tutti i corpi cadrebbero alla stessa velocità a prescindere dalla loro composizione e dalla loro dimensione.

54. Cfr. Dreyer (1980, pp. 174-88).

tivi concetti di spazio e movimento. Di fatto, almeno fino alla tarda Scolastica (XIV secolo), esse hanno costituito il termine di riferimento privilegiato delle principali teorie sullo spazio (e in generale sull'universo) proposte in età medievale. Ciò nonostante, non sono mancate alcune voci discordanti che, soprattutto da un punto di vista filosofico, hanno manifestato alcune criticità presenti nella *Fisica* e nel *De caelo* o che hanno declinato, secondo sensibilità differenti, istanze teoriche di matrice pitagorica, atomistica o platonica.

Secondo la testimonianza di Simplicio, già Teofrasto (371-287 a.C.), allievo e successore di Aristotele nella direzione del Liceo, nei pochi frammenti rimasti delle sue *Opinioni dei fisici* muove alcune critiche significative alla teoria dei luoghi del maestro, arrivando perfino a parlare della possibilità di un moto dello spazio e dell'incomprensibilità di una concezione dell'universo come non esistente nello spazio (vale a dire senza luogo). La conclusione cui arriva Teofrasto è essenzialmente questa: lo spazio di per sé stesso non costituisce un'entità, ma soltanto una *relazione d'ordine* tra i vari corpi, di cui determina le rispettive posizioni:

> Forse il luogo [τόπος] non ha di per sé alcuna essenza, ma si dice semplicemente in relazione all'ordine [τάξις] e alla posizione [θέσις] dei diversi corpi, tenendo conto della loro natura e delle loro potenze [δυνάμεις]. Così è per gli animali, per le piante e per tutti gli esseri eterogenei, siano essi animati o inanimati, ma a condizione che siano dotati di una natura in grado di imporre loro una forma determinata. E infatti in essi le diverse parti hanno un certo ordine e una certa posizione in relazione all'essenza considerata nella sua totalità; pertanto, si dice che ognuna di queste parti è nel suo dominio [χώρα] quando occupa il posto che le è naturale, giacché ciascuna delle parti del corpo desidera e rivendica il luogo e la posizione che le appartengono[55].

Di fatto, Teofrasto considera lo spazio come un sistema di relazioni coniugate nello stesso modo in cui un biologo, nel sezionare un animale e nell'indagarne le singole parti, considera un organo sempre in relazione a un altro organo oltre che al resto del corpo. La posizione di Teofrasto – che segna un passaggio critico della dottrina aristotelica del luogo e del luogo naturale in particolare che troverà ulteriori formulazioni in autori dei primi secoli dell'era cristiana come Damascio – rico-

55. Simplicio (1882, p. 639: 149v).

nosce che ciascun corpo ha la posizione che gli è propria allorquando tutte le parti dell'universo sono disposte nel modo che conviene alla natura del mondo.

In polemica con Aristotele, le principali filosofie dell'età ellenistica (stoicismo ed epicureismo) hanno declinato il concetto di spazio nei termini di un'estensione infinita e incorporea che procede *oltre* i limiti del cosmo. In particolare, la scuola stoica – il cui fondatore e principale esponente è stato Zenone di Cizio (vissuto all'incirca tra il 336 e il 263 a.C.) – se da una parte concepiscono il mondo (κόσμος) come una *sfera* finita (e come tale più adatta al movimento), dall'altra ammettono, solo al di fuori di esso, la possibilità di un *vuoto infinito*. Come riporta anche Diogene Laerzio nelle sue *Vite e dottrine dei più celebri filosofi*[56], il vuoto è come tale *incorporeo* allo stesso modo dei significati (o *esprimibili*), del luogo (τόπος) e del tempo come estensione del movimento del cosmo. All'interno del mondo, infatti, il vuoto viene escluso a motivo dell'intima unione e connessione (*sintonia*) delle realtà celesti e di quelle terrestri: un principio di continuità che, se in Aristotele costituiva una proprietà puramente geometrica della materia compatta, nella scuola stoica si pone come un vero e proprio principio fisico, come un agente responsabile della propagazione dei processi fisici attraverso lo spazio che arriva a trasformare il cosmo in un vero e proprio campo d'azione. D'altra parte, al vuoto – di per sé isotropo e privo di ogni qualità direzionale o dimensionale – risulta assegnata la funzione particolare di *contenere* i frammenti del mondo dopo ogni *conflagrazione* (ἐκπύρωσις), intesa come quel momento palingenetico che segna la distruzione di tutti gli esseri e la formazione di un nuovo ordine cosmico attraverso cicli evolutivi che si ripetono eternamente e che corrispondono sul piano temporale a un anno platonico[57].

Alla base di quest'ordine di idee si trova uno scostamento teorico non indifferente relativo all'idea di spazio (nel senso di luogo) aristotelica. Se per Aristotele il luogo era infatti la superficie contenente il corpo circondato, per gli stoici deve essere inteso come l'estensione giacente tra i punti della superficie contenente. Ciò permette di rico-

56. Cfr. Diogene Laerzio (2005, pp. 857-9: libro VII, §§ 140-141).

57. Chiamato anche *grande anno*, l'anno platonico definisce il tempo impiegato (oggi stimato a circa 25.772 anni) dall'asse terrestre per compiere un giro completo a seguito del movimento di precessione degli equinozi.

noscere l'esistenza di un vuoto esterno all'universo materiale, cioè un universo concepibile come un'isola circondata da un vuoto infinito, piena e coesa, al cui interno la posizione dei corpi non è mai determinata da alcuna proprietà del vuoto, bensì dalla loro stessa natura.

Una decisa ripresa della concezione atomistica dello spazio si trova invece – come si è già accennato – nella riflessione di Epicuro (341-270 a.C.), la cui fisica si fonda su assunti rigorosamente materialistici e meccanicistici. A differenza di Leucippo e Democrito, però, Epicuro arricchisce la propria concezione dello spazio nei termini di un infinito *anisotropo*. Il vuoto epicureo, infatti, non è più un vuoto assolutamente omogeneo, privo di direzioni e contenente atomi senza peso, ma un vuoto incorporeo che possiede varie direzioni (e in particolare la direzione privilegiata verso il basso) e ospita al suo interno atomi corporei *pesanti*, caratterizzati da un numero finito ma indeterminabile di forme e in eterno movimento. Scrive in proposito Epicuro nella sua *Epistola a Erodoto*:

> Gli atomi poi sono in continuo moto sempre e gli uni cadono perpendicolarmente, gli altri declinano spontaneamente dal moto retto, gli altri rimbalzano per l'urto; di questi poi gli uni nel loro moto divergono lontani fra loro, gli altri trattengono questo stesso rimbalzo, quando siano respinti dagli atomi che ad essi s'intrecciano, o quando sono contenuti da altri atomi fra loro intrecciati. E questo avviene, perché il vuoto che separa gli atomi gli uni dagli altri non può, per la sua propria natura, opporre ostacolo alla loro caduta: e d'altra parte la loro insita solidità e durezza fa che urtati rimbalzino, finché l'intreccio atomico non li respinge indietro dal rimbalzo. Questi moti poi avvengono *ab aeterno*, perché eterni sono gli atomi ed il vuoto[58].

E ancora:

> È necessario che gli atomi siano equiveloci, quando procedano attraverso al vuoto senza cozzare contro nulla: perché il pesante non si muoverà più veloce del piccolo e leggero, quando però non trovi ostacolo, né il piccolo del grande, avendo il suo corso sempre in una sola direzione, quando nulla neppure contro esso s'opponga; né più veloce sarà il moto in alto né quello laterale per effetto degli urti, né quello in basso per causa del proprio peso. Infatti fino a quando perduri l'una o l'altra specie di questi due moti, il movimento perdu-

58. Epicuro (2003, pp. 45-6: §§ 43-44).

rerà veloce come il pensiero, fino a che qualche intoppo non vi si opponga, o dall'esterno, o dal proprio peso, contro l'impulso ricevuto da ciò che produsse il rimbalzo[59].

Di fatto, secondo Epicuro, i mondi (infiniti e soggetti a generazione e corruzione) si formano in forza del movimento degli atomi nel vuoto infinito e del loro cadere nel vuoto, dovuto al loro peso, in linea retta e alla medesima velocità. L'urto in virtù del quale gli atomi si aggregano andando a costituire i vari mondi è definito da Epicuro – ripreso e valorizzato in questo anche dal poeta latino Tito Lucrezio Caro (I secolo a.C.)[60] – come "deviazione" (*clinamen*) casuale rispetto alla traiettoria rettilinea. Con tale principio, di per sé estraneo all'originaria impostazione democritea, marcatamente deterministica, Epicuro arriva di fatto a introdurre un elemento di *casualità* e *indeterminazione* all'interno del mondo naturale compatibile con l'agire autonomo e spontaneo dell'essere umano. È lo stesso Lucrezio, nel *De rerum natura*, a delineare compiutamente quest'ordine di idee:

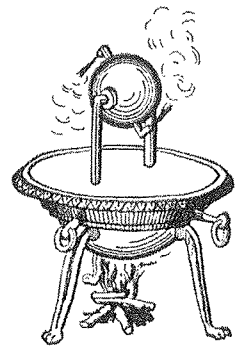
> Infine, se ogni moto è sempre legato con altri e dall'antico moto nasce il nuovo secondo un ordine certo, né col declinare i princìpi creano un inizio di movimento che spezzi i decreti del fato, sì che da tempo infinito causa non segua a causa, donde ha origine sulla terra per i viventi questa libera volontà, donde viene, dico, questa volontà avulsa dai fati, per cui procediamo ciascuno dove il piacere ci guida e, come i princìpi, deviamo nel muoverci non in un attimo certo né in un punto certo dello spazio, ma solo quando lo comporta la mente?[61]

Come tali, le prospettive fisico-filosofiche dello stoicismo e dell'epicureismo – e in particolare la distinzione stoica tra il mondo pieno e il vuoto infinito fuori dal mondo e l'affermazione epicurea del significato anche etico dell'idea di spazio infinito – giocheranno un ruolo decisivo nell'elaborazione di soluzioni teoriche alternative all'aristotelismo medievale da parte della filosofia della natura del Rinascimento e nel pensiero e nell'opera di autori come Bernardino Telesio, Niccolò Cusano e Giordano Bruno.

Ulteriori voci discordanti rispetto alla teoria aristotelica dello spazio si possono poi ritrovare, su un fronte più strettamente tecnico-

59. Ivi, p. 53 (§§ 60-61).
60. Cfr. *De rerum natura*, II, vv. 216-250 (Lucrezio, 1976, pp. 145-7).
61. *De rerum natura*, II, vv. 251-260 (ivi, p. 147).

FIGURA I.4
L'eolipila di Erone



scientifico, negli *Pneumatica* di Erone di Alessandria (I secolo d.C.), opera tradotta nel Cinquecento con il titolo di *Spiritalia*, dove si trovano esposti vari tipi di apparecchi la cui forza motrice è costituita dall'energia eolica, dalla pressione atmosferica o dall'energia termica. Del resto, al nome di Erone si legano diverse scoperte e invenzioni, dalla formula per il calcolo dell'area del triangolo allo sviluppo e al perfezionamento di progetti di alto livello ingegneristico come il prototipo della prima macchina a vapore – chiamata *eolipila* (FIG. I.4) – o come vari organi ad acqua, fontane intermittenti e complessi macchinari in grado di mettere in scena, in maniera automatica, scene animate di tipo mitologico[62]. Ricollegandosi, con ogni probabilità, all'opera dell'ingegnere alessandrino Ctesibio (III secolo a.C.) o a quella del filosofo peripatetico Stratone di Lampsaco (IV-III secolo a.C.), nella prefazione al primo libro degli *Pneumatica*[63] Erone riconosce tanto l'impossibilità del vuoto in natura quanto – ed è questo l'aspetto senz'altro più rilevante – la possibilità di produrre vuoti continui in forma artificiale, con l'ausilio di particolari strumenti meccanici. Affermando la natura corporea dei raggi luminosi, considera poi la diffusione del calore attraverso l'acqua come una prova dell'esistenza di piccoli vuoti all'interno della materia. Ancora, immaginando che l'aria consista di minuscole particelle, tra le quali si trovano come *dis-*

62. Un'interessante ricostruzione storico-critica del concetto di macchina nel mondo antico è offerta da Micheli (1995).
63. Cfr. Erone (1899, pp. 1-28).

seminate piccole quantità di vuoto, arriva a sostenere che tale distribuzione naturale di particelle e di vuoto nell'aria possa essere alterata solo attraverso l'applicazione di specifiche forze esterne: sarebbero proprio questi piccoli vuoti a spiegare il fenomeno della trasparenza (permettendo alla luce di penetrare, almeno apparentemente, i corpi solidi) e della comprimibilità dell'aria.

Anche tra i commentatori bizantini di Aristotele del VI secolo non sono mancati contributi di indubbia originalità sul problema dello spazio: a questo proposito, vale la pena di menzionare almeno quelli di Simplicio, Giovanni Filopono e Damascio. Autore di notissimi commenti alla *Fisica*, alle *Categorie*, al *De caelo* e al *De anima* di Aristotele, Simplicio – uno dei maggiori rappresentanti del tardo neoplatonismo eclettico, vissuto all'incirca tra il 490 e il 560 d.C. – si è dedicato in particolare all'esposizione dettagliata del sistema astronomico aristotelico e alla registrazione dello sviluppo storico dei vari aspetti della scienza fisica. Com'è noto, la sua opera, animata da un ideale di essenziale concordanza tra le filosofie di Platone e di Aristotele, costituisce ancora oggi una fonte imprescindibile per la conoscenza del pensiero di molti autori (così come di molti dei loro frammenti originali) le cui opere risultano in larga parte perdute.

Una prospettiva di maggiore discontinuità è offerta invece da Giovanni Filopono, filosofo, teologo e scienziato alessandrino vissuto all'incirca tra il 490 e il 570 d.C., al cui nome è stato spesso associato l'appellativo di *Grammaticus*. Legato, come Simplicio, alla scuola neoplatonica di Alessandria, da lui diretta a partire dal 523, nel suo commentario al quarto libro della *Fisica* elabora una teoria dello spazio antitetica a quella di Aristotele, alla quale si lega una prima formulazione della teoria del movimento comunemente nota come teoria dell'*impetus*. In particolare, Filopono contrappone alla classica definizione aristotelica di luogo come limite adiacente al corpo contenente una definizione di luogo come *intervallo* (διάστημα) tridimensionale che corrisponde, in termini di misura, al volume dell'oggetto collocato nello spazio. Si tratta, secondo Filopono, di un *ricettacolo vuoto*, incorporeo e immutabile, completamente diverso dal corpo materiale che vi è immerso: una «pura dimensionalità priva di qualunque corporeità», dal momento che, «per quanto concerne la materia, spazio e vuoto sono identici»[64]. Questa identità di spazio e vuoto non presuppone

64. Filopono (1888, p. 567).

tuttavia l'esistenza di un vuoto *in atto*, cioè esistente in natura, ma costituisce, per così dire, una *necessità logica*. Come tali, vuoto e corpo si definiscono come correlati inseparabili, così che ciascuno di essi esige l'esistenza dell'altro e, nella dinamica del movimento, appena un corpo libera una parte di spazio (cioè cambia luogo), questa viene immediatamente occupata da un altro corpo. Di fatto, come ha rilevato anche il fisico e storico della scienza francese Pierre Duhem (1861-1916), una porzione di spazio può ricevere in successione corpi differenti senza tuttavia partecipare in alcun modo al movimento della materia che lo occupa, allo stesso modo in cui, nella dottrina aristotelica della sostanza, una forma succede ininterrottamente a un'altra in modo tale che la sostanza non risulti mai priva di forma[65].

Quest'ordine di idee, che concepisce lo spazio come un'estensione tridimensionale incorporea, priva di differenziazioni qualitative e al cui interno si collocano i singoli corpi, ha precise ricadute sulla teoria del moto nella sua relazione con il luogo. Per Filopono, infatti, risulta superflua qualsiasi distinzione qualitativa in termini di luoghi naturali, e lo spazio non può più essere concepito come la causa efficiente del moto, vale a dire come ciò che per natura *costringe* i corpi a muoversi nella direzione del loro luogo naturale. Di per sé, lo spazio di Filopono – che viene qui a connotarsi come un vero e proprio spazio unitario, isotropo e contenitore dei corpi materiali – non possiede più alcuna direzione, né alto o basso, né destra o sinistra, ma i corpi occupano semplicemente le posizioni loro assegnate dal demiurgo all'atto dell'ordinamento del mondo, tendendo per natura a mantenerle. I concetti che esprimono una direzione (come *su* o *giù*) non costituiscono più una qualità intrinseca dello spazio, ma acquistano una validità puramente geometrica e soprattutto teleologico-cosmologica. È come tale il demiurgo platonico, infatti, all'interno di un universo – e di uno spazio – concepito ancora come finito e limitato, ad assegnare e regolare il movimento e la caduta dei corpi[66].

65. Cfr. Duhem (1913, pp. 380-4).

66. A questo proposito, è doveroso sottolineare la notevole affinità sussistente tra la spiegazione di Filopono della caduta dei corpi e quella della gravità proposta, diversi secoli dopo, da Copernico nel primo libro del *De revolutionibus orbium coelestium* (1543), dove le ascendenze *lato sensu* platoniche sono tutt'altro che secondarie: «Da parte mia, penso che la gravità non sia altro che un certo naturale desiderio infuso dalla provvidenza divina dell'artefice del mondo nelle parti, perché esse, riunendosi nella forma di una sfera, realizzino la loro unità e la loro integrità» (Copernico, 1979,

In questo contesto, un elemento di indubbia originalità si può ritrovare nella ridefinizione della teoria aristotelica del moto violento e nella critica della dottrina tradizionale secondo la quale i corpi cadrebbero in velocità proporzionale al peso e non esisterebbe il vuoto. Negando che il mezzo sia il responsabile della perpetuazione del movimento dopo un impulso iniziale, Filopono osserva quanto segue: se l'aria a diretto contatto con un oggetto può causarne il moto mantenendolo in movimento per un certo periodo di tempo, allora sarebbe altrettanto possibile, per esempio, far muovere una pietra semplicemente agitando l'aria intorno ad essa. E ancora: se è davvero l'aria a trasportare una pietra o una freccia, perché la mano deve toccare la pietra e la freccia deve essere incoccata nell'arco? O perché una pietra pesante può essere scagliata più lontano rispetto a una leggerissima?

Diversamente da Aristotele, per il quale – come si è visto – la velocità del moto è proporzionale al rapporto tra la forza o potenza motrice e la resistenza del mezzo, secondo Filopono il ritardo dovuto al mezzo resistente è un fattore che deve essere *sottratto* (e non diviso) all'azione naturale della forza motrice. Per Filopono, infatti, non è l'aria a costituire la vera forza motrice, bensì una forza motrice o *energia* (ἐνέργεια) di natura *incorporea* – ciò che in seguito sarà detto *impetus* – impressa a un oggetto (come una pietra o un proiettile) e non all'aria da un motore iniziale. Come il fuoco è in grado di immettere calore su una barra di ferro e tale calore si conserva, almeno per un po' di tempo, sulla stessa barra dopo che questa è stata tolta dal fuoco, così un proiettile acquista una forza motrice che pure si conserva e che è in grado di spingere il proiettile tanto più lontano quanto maggiore sarà la forza ad esso impressa. Tale potenza motrice viene poi progressivamente consumata dalla tendenza naturale del corpo e dalla resistenza dell'elemento nel quale esso si muove, il che provoca la fine del movimento innaturale del proietto. L'aria circostante, dunque, non contribuisce alla perpetuazione del moto, ma rappresenta semmai un ostacolo al movimento stesso: un movimento senz'altro possibile anche nel vuoto, dal momento che proprio nel vuoto non sussiste alcuna resistenza esterna all'oggetto

p. 203). In altri termini, per Copernico la gravità non è la tendenza dei corpi a raggiungere il centro del mondo, ma la tendenza delle varie parti della Terra (ma anche degli altri corpi celesti) a formare un tutto. Una concezione simile a quella di Filopono è in verità presente anche in Simplicio, e in modo particolare nel suo commento al *De caelo* di Aristotele (cfr. Simplicio, 1894, p. 695: 307a).

capace di perturbare l'azione della forza impressa. Di fatto, Filopono delinea qui una teoria, quella dell'*impetus*, che attraverso la mediazione della cultura araba troverà illustri sostenitori tra il XIV e il XVI secolo (come Buridano e Oresme) e che, mettendo in crisi uno dei principali nodi concettuali della fisica aristotelica, aprirà definitivamente la strada alla moderna meccanica galileiana.

Nella cornice del neoplatonismo del V-VI secolo d.C., vale infine la pena di ricordare anche il contributo teorico di Damascio, filosofo originario di Damasco e ultimo scolarca della scuola di Atene, chiusa definitivamente dall'imperatore Giustiniano nel 529. Autore di uno scritto *Intorno ai primi princìpi*[67] e di una serie di commentari alle opere di Platone e Aristotele, Damascio ha sviluppato un neoplatonismo dalla forte caratterizzazione mistica, dove le verità che riguardano il rapporto tra la realtà dell'Uno (inteso come principio primo e potenza ineffabile, totalmente trascendente e buono) e le realtà molteplici da esso derivate costituiscono meri strumenti simbolici utilizzati dal pensiero umano per concepire qualcosa che di per sé procede al di là delle sue effettive possibilità conoscitive. In questo contesto, una densa riflessione sulla natura dello spazio si trova esposta nel trattato *Sulla misura dello spazio e del tempo*, di cui Simplicio ha fornito una relazione particolareggiata nel *Corollarium de loco* del suo commentario alla *Fisica* di Aristotele[68]. Il punto di partenza della teoria di Damascio, che nel suo carattere generale delinea un'idea di spazio come qualità relativa alla posizione degli oggetti, è questo: ogni corpo possiede un attributo, da esso inseparabile, costituito dalla sua *posizione* (θέσις). Di un corpo si possono distinguere due posizioni: l'una, da intendersi come la *disposizione* delle sue diverse parti (posizione *propria* di un corpo); l'altra, come posizione del corpo nell'universo. Tra le posizioni proprie di un corpo, ce n'è una che, più delle altre, conviene alla sua natura, così che le sue diverse parti risultano disposte nella maniera più adatta a una sorta di *perfezione formale*. Analogamente, tra le posizioni di un corpo nell'universo, ce n'è una che è la migliore possibile, in quanto *posizione naturale*. Il *luogo* (τόπος) è da Damascio distinto dalla *posizione* allo stesso modo in cui Aristotele distingue tra *tempo* e *movimento* (il tempo è infatti definito come «il numero del movimento secondo il

67. Cfr. Damascio (2022).
68. Cfr. Simplicio (1882, pp. 601-45) e Duhem (1913, pp. 342-50).

prima e il poi»[69]). In questo senso, il luogo costituisce l'insieme delle *misure* (μέτρον), in senso geometrico, che servono a fissare o stabilire una posizione, intesa come attributo di un corpo, la cui intima natura è tuttavia inaccessibile ai metodi della geometria. Come poi ciascuna parte dell'universo ha una propria posizione *naturale*, migliore per quella parte, così l'intero universo ha una sorta di *disposizione naturale* garantita dal fatto che tutte le sue parti si trovano nelle posizioni naturali corrispondenti.

A differenza delle concezioni più tradizionali che affermano che il luogo è separabile dal corpo che lo occupa, così che quando un insieme di corpi si muove lo stesso luogo riceve o ospita in successione corpi diversi, secondo Damascio la posizione di un corpo non è affatto separabile dal corpo stesso. In altri termini, quando un corpo si muove, la sua posizione – per quanto muti costantemente – non diventa mai posizione di un altro corpo, e dunque non viene ceduta, ma semplicemente cessa di esistere quando il corpo in movimento acquista una nuova posizione. Di fatto, è quanto succede a un corpo quando muta colore dal nero al bianco e il suo colore nero non viene trasferito ad altri corpi.

Un ulteriore nodo teorico sviluppato da Damascio concerne la possibilità o meno che il movimento presupponga la quiete: una questione, questa, già oggetto di importanti ripensamenti nel solco della scuola aristotelica e destinata a scatenare, nel XIII secolo, importanti dibattiti fisico-teologici. Secondo Damascio, la posizione di un corpo può cambiare senza che alcun altro corpo mantenga una posizione invariabile: è solo in virtù della nostra percezione del movimento che siamo soliti ricorrere, almeno in via ipotetica, a qualcosa che non sia in movimento, cioè a un oggetto fisso. Ciò nonostante, la mancanza di un corpo immobile non preclude di per sé la possibilità di un movimento locale, ma piuttosto rischia di ostacolare la nostra capacità di determinare il moto come tale in termini geometrici. Ecco perché il moto dell'intero

69. Cfr. *Physica*, IV 11, 219b1 (Aristotele, 1983a, p. 103). Del resto, secondo Aristotele, il tempo «non è movimento, se non in quanto il movimento ha un numero. Eccone una prova: noi giudichiamo il più e il meno secondo un numero, e il movimento maggiore o minore secondo il tempo: dunque il tempo è un numero. Ma poiché si dice "numero" in due modi (ché noi chiamiamo numero non solo il numerato e il numerabile, ma anche il mezzo per cui numeriamo), il tempo è il numerato, e non il mezzo per cui numeriamo. E sono cose diverse il mezzo per cui numeriamo e il numerato» (*Physica*, IV 11, 219b2-9: *ibid.*).

universo non è di per sé un'assurdità: il cielo (οὐρανός) continuerebbe a girare allo stesso modo anche se non ci fossero né l'est né l'ovest né il sud; tuttavia, noi non saremmo in alcun modo capaci di riconoscere le diverse posizioni assunte da un corpo nello spazio.

Come tale, dunque, il luogo – che non è una semplice finzione concettuale, ma definisce una realtà, per quanto incorporea – costituisce per Damascio la misura della *relazione posizionale* delle diverse parti di un oggetto o dell'intero oggetto nei confronti di altri oggetti, una posizione *inseparabile* dall'oggetto stesso. Se per Aristotele il luogo è sempre diverso dal suo contenuto e permane anche quando l'oggetto che lo occupava se ne allontana, per Damascio la posizione di un corpo in movimento definisce una semplice qualità relazionale con altri oggetti e non possiede né un'esistenza indipendente né il carattere dell'immobilità.

1.5
Suggestioni e intuizioni medievali: spazio, *impetus* e infinito

In epoca tardomedievale, il dibattito sulla natura dello spazio non conosce significative deviazioni rispetto all'ortodossia aristotelica, fatta eccezione per alcune formulazioni in seno al mondo arabo ed ebraico e, in misura maggiore, per le prospettive teoriche di Guglielmo di Ockham, dei fisici parigini e dei *calculatores* di Oxford[70]. Nella Scolastica, infatti, è la concezione dello spazio di Aristotele a dominare – con le relative ricadute in ambito astronomico e cosmologico – la riflessione di buona parte di autori, soprattutto teologi e filosofi, che nel costante tentativo di conciliare l'*auctoritas* aristotelica con la rivelazione biblica definiscono e modulano gli orizzonti culturali e scientifici delle Università. Se molti degli assunti teorici di Aristotele (come il concetto di elemento, la distinzione tra materia e forma, i quattro tipi di mutamento o l'incorruttibilità del mondo celeste, solo per fare qualche esempio) non vengono di fatto abbandonati né alterati almeno nel loro impianto filosofico generale, sono ancora una volta gli otto libri della *Fisica* a costituire l'oggetto privilegiato di critiche e riconcettualizzazioni anche molto significative. Vediamone alcune.

70. Su questi temi, cfr. almeno Aertsen, Speer (1998), Grant (1981; 1994; 2001, pp. 131-90), Parodi (1981) e Suarez-Nani, Rohde (2011).

Profondamente influenzato dal platonismo agostiniano del XII secolo ma anche dalla logica aristotelica degli *Analitici secondi* e dai modelli geometrico-metafisici di matrice euclidea e araba, nel breve trattato *De luce* (databile verosimilmente al 1225) il filosofo e teologo inglese Roberto Grossatesta (1175-1253) ha proposto una fisica e una metafisica della luce che ha specifiche ricadute anche sul concetto di spazio. Cancelliere dell'Università di Oxford (1222), vescovo di Lincoln (1235) e maestro di Ruggero Bacone (circa 1214-1292), Grossatesta ha affiancato le proprie analisi sulla natura del metodo empirico ad alcune significative ricerche sperimentali in campo ottico. Se già Agostino d'Ippona (354-430), come molti altri filosofi e teologi di ispirazione neoplatonica, vedeva nella luce qualcosa di analogo alla grazia divina e all'illuminazione che lo spirito umano riceve direttamente da Dio, per Grossatesta essa diviene la fondamentale «prima forma corporea»[71] che, estendendosi per sua stessa natura, *coestende* la materia di cui è forma. In altri termini, la luce – causa efficiente della generazione del corpo, cui si possono attribuire i mutamenti dell'universo – costituisce un'entità semplice e senza estensione che, dotata della capacità di automoltiplicarsi all'infinito, riesce a generare un *quantum* finito estendendo la materia nelle tre dimensioni spaziali del mondo fisico. Inquadrando il costituirsi della realtà fisica come retto dalle leggi della diffusione della luce attraverso la propagazione di raggi di forza (nei termini di una *moltiplicazione di specie* e *virtù*), Grossatesta sviluppa un'originale cosmologia con la quale rilegge il dettato biblico della creazione (il *fiat lux* del primo libro della *Genesi*) che sembra precorrere, almeno intuitivamente, la moderna teoria cosmologica dell'universo espansivo elaborata dal fisico e sacerdote belga Georges Lemaître (1894-1966) nel 1927 e nota come teoria del *Big Bang*[72]. Secondo Grossatesta, infatti, l'universo si sarebbe originato dall'espansione immediata e quasi istantanea di un *punto di luce* unito alla materia prima, fino a formare un corpo sferico di grandezza immane e i tredici cieli che lo compongono: Dio avrebbe creato un punto luminoso e inesteso, assolutamente semplice, che avrebbe concentrato in sé la forma e la materia del tutto da lui derivante e che si sarebbe espanso non *nello* spazio ma *come* spazio, dando così origine all'universo corporeo. Da questo atto di infinita energia si sarebbero poi generati il tempo e lo spazio finito

71. Grossatesta (2011, p. 76).
72. Cfr. Lemaître (2019). Sul tema, cfr. anche Lambert (2000) e Luminet (2006).

tridimensionale, geometricamente indagabile in quanto la luce stessa è, per sua natura, suscettibile di trattazione matematica. Propagandosi nello spazio in linee rette e piramidi radiali, la luce – fondamento di ogni dimensione spaziale – determina una serie di fenomeni naturali, come quelli relativi ai colori, nella sua interazione con i corpi celesti e materiali: sotto questo profilo, Grossatesta spiega il fenomeno dell'arcobaleno attribuendolo alla *rifrazione* (e non alla *riflessione*, come per Aristotele) della luce a opera delle nuvole, assimilate di fatto a enormi lenti di forma sferica. Se dunque tutti gli eventi fisici sono eventi della luce, la cui diffusione e i cui comportamenti risultano regolati da specifiche leggi geometriche e da precisi rapporti matematici, solo la matematica è in grado di fornire le ragioni e le spiegazioni dei fenomeni osservati in ambito fisico, dal momento che essa studia *in abstracto* la quantità e i rapporti tra le varie quantità. Su questa base, dal punto di vista matematico è possibile pensare lo spazio in termini puramente geometrici, immaginandolo per esempio come vuoto o esteso all'infinito per studiarne le specifiche proprietà astratte, senza con ciò confondere quest'ordine di ipotesi con la realtà effettiva del mondo fisico, che, come tale, continua a rimanere pieno e finito.

Come si è visto in precedenza, Aristotele nega tanto la possibilità di una creazione del mondo *ex nihilo* quanto l'esistenza degli atomi, del vuoto e dell'infinito. Nel 1277, la condanna dell'aristotelismo pronunciata dal vescovo di Parigi Étienne Tampier e da un collegio di teologi dell'Università di Parigi (esposta in 219 proposizioni) apre di fatto la strada a una più ampia riflessione su questi temi, dove il problema dello spazio e della dinamica terrestre e celeste, insieme a quello della materia, occupa una posizione di assoluto rilievo. Per esempio, il filosofo e teologo francese Nicola d'Autrecourt (1299-1369) – le cui opere, dalla forte connotazione scettica, sono state tacciate di eresia da papa Clemente VI nel 1346 e bruciate pubblicamente l'anno successivo – adotta una fisica essenzialmente epicurea che, oltre al riconoscimento del vuoto, vede nella materia, nello spazio e nel tempo un'aggregazione di atomi, punti e istanti alla base di tutti i processi di generazione e corruzione. Secondo questa prospettiva, infatti, ogni mutamento in natura dipende dall'aggregazione e dalla dispersione di particelle proprie del moto locale, e perfino la luce è a tutti gli effetti concepita come un movimento di particelle a velocità finita.

Contro l'idea comune dell'unicità e della limitatezza dello spazio (inteso come spazio *reale*, non immaginario o possibile), il filosofo e

religioso francescano inglese Guglielmo di Ockham (1288-1347) – che è stato peraltro maestro di Nicola d'Autrecourt – precorre la fisica rinascimentale affermando la possibilità di più mondi e negando l'esistenza di un centro e di una superficie limite assoluti. Oltre che per una teoria della conoscenza di matrice empiristico-nominalista, Ockham è noto anche per l'adozione di un principio metodologico di economia, detto "rasoio di Ockham" (*novacula Occami*), che prescrive la necessità di scegliere, tra le possibili soluzioni di un problema, quella più semplice, evitando altresì di creare realtà in sovrannumero rispetto a quelle da spiegare. In Ockham, infatti, l'esperienza delimita un campo di indagine critico nei confronti delle cristallizzazioni dogmatiche che hanno segnato lo sviluppo del pensiero e dell'indagine razionale sulla natura: un'indagine, cioè, svincolata dalle costruzioni tradizionali della metafisica (soprattutto aristotelica) e della teologia, la quale peraltro cessa di essere considerata come una scienza e le cui proposizioni, in virtù della sostanziale eterogeneità di fede e ragione, sono a tutti gli effetti razionalmente indimostrabili e valide unicamente in ambito morale.

Osservazioni rilevanti sul problema dello spazio si trovano soprattutto in opere – composte da Ockham negli anni di insegnamento all'Università di Oxford, intorno al 1320 – come le *Quaestiones in octo libros Physicorum*, le *Summulae in libros Physicorum* (o *Philosophia naturalis*) e l'*Expositio super Physicam Aristotelis*. Qui viene di fatto delineata, attraverso una serrata critica alla fisica aristotelica, una nuova concezione del cosmo che mette in discussione la diversità sostanziale, sostenuta per tutto il Medioevo, tra mondo celeste e mondo sublunare e che ammette soprattutto la possibilità dell'esistenza di più mondi. Proprio tale possibilità era esclusa da Aristotele perché, nella sua visione, in un ipotetico universo diverso dal nostro la relativa Terra si muoverebbe naturalmente verso il centro, andando a congiungersi con la nostra e formando di conseguenza un unico mondo. Ockham perviene al riconoscimento della pluralità dei mondi attraverso due strade: la prima, teologica, fa leva sull'infinita potenza divina, la quale permetterebbe a Dio di creare a suo piacimento una certa quantità di materia e un numero indeterminato di mondi; la seconda, fisica, si fonda sulla negazione delle determinazioni assolute dello spazio (ammesse invece da Aristotele), tale che un mondo diverso dal nostro sarebbe caratterizzato da un centro, un alto, un basso così come da movimenti del tutto autonomi e indipendenti, senza alcun rischio di congiungersi con il nostro stesso mondo. A quest'ordine di idee, destinato a influenza-

re in modo significativo le filosofie della natura in età rinascimentale, si devono poi aggiungere anche altre rilevanti acquisizioni teoriche: l'affermazione della possibilità di un *infinito reale*, dove il centro può trovarsi potenzialmente ovunque; il riconoscimento dell'infinita divisibilità dell'universo, essendo quest'ultimo potenzialmente infinito; l'ammissione, in termini di possibilità, dell'eternità del mondo.

Un discorso a parte meritano invece la concezione generale dello spazio e la relativa teoria del moto, che Ockham sviluppa in senso nominalistico e in forza dell'applicazione del proprio principio di economia. Posto che nulla esiste realmente, fatta eccezione per gli oggetti individuali o per le sostanze determinate da qualità osservabili (dette *res absolutae*), al di fuori di tali oggetti nulla può essere immaginato né in atto né in potenza: ciò si traduce essenzialmente nell'affermazione del valore puramente relazionale di termini come *spazio*, *tempo* e *movimento*, come tali privi di esistenza reale e definibili come *res respectivae*. In questo contesto, Ockham respinge il principio aristotelico secondo cui il movimento costituisce la realizzazione di una potenza, sostenendo altresì l'inutilità di qualsiasi postulazione di entità reali distinte dal corpo in moto alla base del movimento. Più ancora, nei suoi commentari alle *Sentenze* di Pietro Lombardo (circa 1100-1160) egli arriva a rifiutare tutte le spiegazioni allora in voga della causa del moto del proietto (cioè l'impulso dell'aria, l'azione a distanza o la forza impressa) limitandosi a sottolineare che il movimento può essere inteso come mutamento della relazione spaziale di un corpo con un altro corpo da un istante all'altro, giacché da una parte è impossibile distinguere tra ciò che conferisce il movimento e ciò che è mosso (*movens et motum est penitus indistinctum*), e dall'altra il corpo in movimento è mosso da sé stesso (*ipsum motum secundum se*), non da forze esistenti in esso o ad esso relative (*virtus absoluta in eo vel respectiva*)[73].

73. Cfr. Clagett (1981, pp. 547-8) e Crombie (1982, p. 264), dove sono riportati rispettivamente il testo latino e la traduzione pressoché integrale del passo dei *Commentarii (sive quaestiones) in quattuor libros Sententiarum* (II, questione 26, parte M) di Ockham in questione: «Ciò che muove in un moto di questo genere, dopo la separazione del corpo mobile dal proiciente originario è il corpo stesso, mosso da se stesso e non da forze esistenti in esso o ad esso relative, poiché è impossibile distinguere tra ciò che conferisce il movimento e ciò che è mosso. Se dici che un nuovo effetto ha una causa e che il moto locale è un nuovo effetto, io affermo che il moto locale non è un effetto nuovo nel senso di un effetto reale [...], perché non è altro che il fatto che il corpo in movimento si trova in parti differenti dello spazio in maniera tale che esso

In ambito fisico, le idee di Ockham vengono riprese e sviluppate in vario modo da diversi suoi seguaci, attivi nelle scuole inglesi di Oxford e Cambridge e soprattutto da un gruppo di fisici dell'Università di Parigi. Tra questi, vale la pena di ricordare almeno i francesi Giovanni Buridano (circa 1290-1358) e Nicola d'Oresme (1323-1382), ma anche il tedesco Alberto di Sassonia (1316-1390). Nel tentativo di correggere gli errori della meccanica aristotelica, soprattutto nelle *Quaestiones super octo libros physicorum Aristotelis* e nelle *Quaestiones de caelo et mundo*, Buridano riprende da Filopono il cuore della teoria dell'*impetus*: quando un motore mette in movimento un oggetto, esso imprime una potenza, proporzionale alla velocità impressa e al peso del proietto, capace di fargli proseguire il moto nella direzione iniziale e con velocità immutata finché non subisce l'azione di forze indipendenti come la resistenza dell'aria o la naturale gravità verso il basso. Come tale, la misura dell'*impetus* di un corpo può essere ottenuta, secondo Buridano, moltiplicando la quantità di materia in esso contenuta per la sua velocità. In assenza di forze contrarie o di un'*inclinazione* a un movimento contrario, poi, l'*impetus* durerebbe all'infinito. Come si può facilmente intuire, si tratta di una prima rudimentale formulazione del principio d'inerzia (sul quale tornerà anche Cusano un secolo dopo) che Buridano, tuttavia, si limita ad assegnare ai soli corpi celesti, il cui moto è all'epoca ritenuto ancora circolare per natura. Più in generale, nel quadro di un procedimento dimostrativo attuato *per imaginationem*, Buridano perviene al riconoscimento della possibilità dell'esistenza di uno spazio tridimensionale separato (cioè sussistente di per sé), del vuoto e dei relativi movimenti interni soltanto sul piano della *potentia dei absoluta*, vale a dire come espressione dell'infinita riserva di potere divino o delle sue infinite possibilità di attuazione: sul piano della *potentia dei ordinata*, cioè dell'ordine naturale costituito e originato da Dio, ad essi non è infatti concessa (come già sosteneva Aristotele) alcuna realtà fisica effettiva.

non è in una sola parte, poiché due cose che si contraddicono non possono essere vere entrambe [...]. Benché qualsiasi parte dello spazio che il corpo in moto attraversa sia nuova rispetto al corpo in moto, dato che il corpo adesso si muove attraverso quelle parti mentre prima non lo faceva, tuttavia quella parte non è nuova propriamente parlando [...]. Sarebbe certo sorprendente se la mia mano causasse una qualche potenza nella pietra per il semplice fatto che in seguito a un moto locale è venuta in contatto con la pietra».

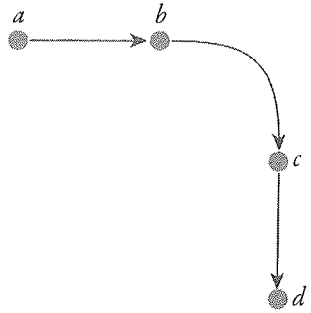
Al nome di Oresme, vescovo di Lisieux (1377) e consigliere di Carlo V, si legano contributi fondamentali in ambito fisico, matematico, astronomico ma anche politico-economico. In particolare, come astronomo ha sviluppato – soprattutto nel *Livre du ciel et du monde*, contenente il commento e la prima traduzione francese del *De caelo* di Aristotele – diverse ipotesi a favore del moto rotatorio diurno della terra sul proprio asse, dell'esistenza di uno *spazio vuoto incorporeo* al di fuori dell'universo e della pluralità dei mondi. Quando ha creato i pianeti, Dio disponeva, secondo Oresme, di qualcosa in grado di frenare l'accelerarsi indefinito del loro movimento: qualcosa di simile allo scappamento degli orologi, finalizzato a mantenere costante la velocità di discesa del peso motore. La stessa volta celeste – messa in moto da Dio all'inizio dei tempi, come è scritto nel dettato biblico – è immaginata da Oresme come i rotismi di un grande *horologium ferreum* che entra in funzione quando i pesi vengono lasciati liberi di scendere. Dio, d'altra parte, è come «un uomo che costruisce un orologio e lo mette in moto lasciandolo muoversi da sé», in modo tale che «tutte le ruote si muovano il più armoniosamente possibile»[74]. A questa ipotesi operativa concreta, Oresme associa il riconoscimento dell'incommensurabilità dei moti celesti, la comprensione delle cui leggi è ascritta unicamente all'infinita ragione divina e non a discipline scientificamente inconsistenti come l'astrologia: ciò nonostante, l'immagine di un universo-orologio permette comunque di pensare i movimenti osservabili nei cieli come dovuti a cause fisiche analoghe a quelle che agiscono nelle macchine costruite dalla mano dell'uomo. Come matematico, invece, Oresme ha introdotto – seppure in una forma embrionale[75] – l'impiego delle coordinate geometriche, perfezionate in seguito da Descartes, attraverso le quali rendere possibile tanto la rappresentazione grafica delle forme fenomeniche mutevoli nel tempo e nello spazio, quanto l'interpretazione delle leggi di natura in senso funzionale.

Già primo rettore dell'Università di Vienna (1365) e vescovo di Halbertstadt (1366), Alberto di Sassonia si è occupato soprattutto di fisica e logica. Come fisico, nel contesto di un'ampia ripresa della teoria aristotelica del luogo, più precisamente concepito come l'ultima superficie immobile del corpo contenente, diversa ma contigua rispetto

74. Cfr. Oresme (1968, p. 289).

75. In Oresme è infatti del tutto assente l'uso dell'algebra per descrivere le curve geometriche.

FIGURA 1.5
Composizione dell'*impetus* secondo Alberto di Sassonia



al corpo in esso, si è dedicato in particolare allo studio dei centri di gravità e della caduta dei gravi. Inoltre, a differenza di Nicola d'Oresme, sostiene ancora l'ipotesi aristotelico-tolemaica dell'immobilità della terra. Sviluppando poi la teoria dell'*impetus*, ne ha considerato la composizione secondo questa struttura (FIG. 1.5): una fase iniziale di moto puramente violento in cui l'*impetus* annienta la gravità naturale (traiettoria *a-b*); una fase intermedia in cui il moto risulta a un tempo violento e naturale (traiettoria *b-c*); una fase finale in cui il moto è del tutto naturale (in direzione verticale verso il basso) e la resistenza dell'aria o di altri agenti ha in un certo senso sconfitto l'*impetus* impresso (traiettoria *c-d*).

Come logico, nei suoi *Sophismata* Alberto di Sassonia ha elaborato centinaia di paradossi, alcuni dei quali hanno come oggetto l'infinito (soprattutto i sofismi LII-LXIII della prima parte). Per la verità, al problema dell'infinito egli ha dedicato pagine rilevanti anche nei suoi commentari alla *Fisica* e al *De caelo* aristotelici, ma è nei *Sophismata* che esso emerge nella sua fondamentale valenza logico-concettuale e matematica. Invece di richiamarsi alla diffusa distinzione scolastica tra l'uso *categorematico* (come termine che di per sé significa qualcosa) e *sincategorematico* (come termine che acquista un proprio significato solo in unione con termini categorematici) del termine "infinito", Alberto di Sassonia propone un'analisi delle condizioni logiche e linguistiche di proposizioni che comprendano tale termine e che siano vere e dotate di significato. A ciò si legano riflessioni, sviluppate attraverso celebri paradossi, sulla relazione tra esseri finiti e infiniti, sulla divisi-

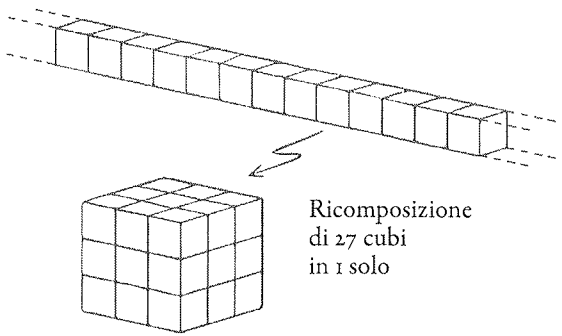
bilità del continuo e sull'infinito qualitativo. Uno di questi paradossi è noto tra i matematici proprio come uno dei vari *paradossi dell'infinito*. Secondo questo paradosso, peraltro di non secondaria importanza se considerato in relazione alla teoria degli insiemi e all'analisi degli infiniti attuali (si pensi, a questo proposito, all'opera dei matematici tedeschi Richard Dedekind e Georg Cantor[76]), il volume di una trave di lunghezza infinita sarebbe uguale al volume dell'intero spazio tridimensionale.

Possiamo esporre questo paradosso nel modo seguente[77]. Prendiamo una trave di legno di lunghezza infinita, di larghezza e profondità uguali e con una sezione quadrata di lato pari a 1 unità, e tagliamola in blocchi cubici di uguali dimensioni: ciò che otterremo sarà un numero infinito di cubi con i quali è possibile riempire tutto lo spazio, a patto di comporre sistematicamente i cubi nel modo corretto. Se attorniamo un primo blocco con 26 blocchi (cioè $3^3 - 1$), andremo a formare un cubo più grande con lo spigolo pari a 3 unità, come indicato nella FIG. 1.6. Se poi disponiamo intorno a questo cubo altri 98 blocchi (pari a $5^3 - 3^3$), otterremo un nuovo cubo di spigolo pari a 5 unità. Ripetendo questo procedimento con 218 dei blocchi iniziali (ovvero $7^3 - 5^3$) e, in progressione, con 386 blocchi ($9^3 - 7^3$), con 729 blocchi ($11^3 - 9^3$) e così via all'infinito, saremo in grado di costruire un cubo di volume sempre crescente. Di conseguenza, la trave di lunghezza infinita da cui siamo

76. Secondo Cantor, in particolare, è *infinito* un insieme i cui elementi stanno in corrispondenza biunivoca con gli elementi di una sua parte, vale a dire di un suo sottoinsieme. D'altra parte, esistono infiniti di ordine differente (superiore o inferiore) e il loro numero è detto da Cantor *transfinito*. I numeri transfiniti (infiniti matematici) sono distinti da Cantor dagli infiniti presenti nell'universo fisico (cioè gli *infiniti fisici*) e dall'*infinito assoluto*, un'entità che trascende la determinazione e la rappresentazione matematica la cui comprensione spetta solo alla mente divina. Scrive in proposito: «L'infinito attuale si presenta in base a tre rapporti: *in primo luogo*, in quanto si realizza nella massima perfezione in un essere ultraterreno del tutto indipendente, *in Deo*, e nel qual caso lo chiamo *infinito assoluto* o semplicemente *assoluto*; *in secondo luogo*, quando si manifesta nel mondo contingente, creaturale; *in terzo luogo*, in quanto può essere colto dalla mente *in abstracto*, nella forma di una grandezza matematica, di un numero o di un tipo di ordine. Distinguo nettamente tra l'*assoluto* e ciò che chiamo *transfinito*, cioè gli infiniti, vale a dire gli infiniti attuali degli ultimi due tipi, che sono chiaramente limitati, soggetti a ulteriore incremento e quindi correlati con il finito» (Cantor, 1932, p. 378). Su questi temi, cfr. l'avvincente ricognizione storico-critica di Zellini (1980).

77. Cfr. Barrow (2006, pp. 57-9).

FIGURA 1.6
Il paradosso dell'infinito di Alberto di Sassonia



partiti può essere *tagliata a pezzi* e *ricomposta* in modo da riempire uno spazio euclideo tridimensionale infinito (di cui essa ha dunque lo stesso volume). Al di là del suo evidente carattere paradossale, l'esempio fornito da Alberto di Sassonia – che vorrebbe rendere giustizia all'idea aristotelica secondo cui non può esistere un insieme infinito di entità perché esso conterrebbe un sottoinsieme più piccolo anch'esso infinito – dimostra almeno una proprietà fondamentale dell'infinito: quella di essere posto in corrispondenza biunivoca con un suo sottoinsieme proprio[78].

78. Cfr. Dedekind (1983). Anche Galilei arriverà a conclusioni simili con un altro celebre paradosso, esposto nella prima giornata dei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*. Secondo Galilei (1996b, pp. 603-5), infatti, è possibile stabilire una corrispondenza biunivoca tra l'insieme dei numeri naturali (1, 2, 3, 4 ecc.) e l'insieme dei quadrati perfetti (1, 4, 9, 16 ecc.) associando a ogni numero naturale il relativo quadrato e a ogni quadrato perfetto la propria radice quadrata non negativa, come nello schema seguente:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	...

In questo modo, l'insieme dei numeri naturali risulta in corrispondenza biunivoca con una sua parte o sottoinsieme. Ciò che sorprende – ed è questo l'aspetto senz'altro più paradossale – è che i quadrati della seconda serie (cioè l'insieme dei quadrati dei numeri reali) sono a tutti gli effetti parte della prima serie (l'insieme dei numeri naturali), che dovrebbe pertanto essere più grande. Di contro, una parte dei numeri naturali (cioè i loro quadrati) ha lo stesso numero infinito di elementi dell'insieme che la contiene. Di conseguenza, per gli insiemi infiniti esiste la possibilità di avere tanti

Ulteriori critiche e rimaneggiamenti della teoria aristotelica dello spazio, del vuoto e del moto si possono ritrovare, nel XIV secolo, nelle opere di teologi e filosofi come Enrico di Gand (circa 1217-1293), Riccardo di Middleton (circa 1249-1308) e Walter Burley (1275-1345). Non meno rilevante è la riflessione del rabbino e filosofo spagnolo Hasdai Crescas (1340-1411), il quale arriva a elaborare una propria definizione di spazio nei termini di un *continuum* di dimensioni infinite – o *vuoto immobile* – pronto a ricevere la materia di cui è fatto il mondo. Di fatto, Crescas può essere considerato come il primo sostenitore della realtà del vuoto nella filosofia ebraica.

Da ultimo, vale la pena di ricordare anche il notevole contributo offerto, nella prima metà del Trecento, dai filosofi – o *calculatores* – del Merton College di Oxford: Thomas Bradwardine (circa 1290-1349), Richard Swineshead (morto nel 1354), Richard Heytesbury (circa 1313-1372) e John Dumbleton (circa 1310-1349), le cui ricerche portano la fisica e la matematica medievali al loro vertice e vanno a costituire la base concettuale della scienza della prima età moderna. A questi autori si devono peraltro la fondamentale distinzione tra *cause* e *descrizione* del movimento (in termini, rispettivamente, di *dinamica* e *cinematica*) e lo studio, condotto attraverso una rappresentazione delle grandezze mediante assi coordinati simili a quelli già utilizzati da Oresme, dell'accrescimento e della diminuzione di una grandezza variabile rispetto a una scala fissa, il cui nucleo è rappresentato dalla cosiddetta *regola di Merton*. Secondo questa regola, oggi nota come *teorema della velocità media*, un corpo che si muove di moto uniformemente accelerato copre la stessa distanza di un corpo che si muove a velocità uniforme la cui velocità è la metà della velocità finale del corpo accelerato.

Sul piano della teoria dello spazio, nel suo trattato *De causa Dei contra Pelagium et de virtute causarum* Bradwardine – professore di teologia a Oxford dal 1325 e arcivescovo di Canterbury negli ultimi mesi della sua vita – ipotizza l'esistenza di uno spazio vuoto infinito derivandone le caratteristiche dagli attributi divini. Secondo Bradwardine, infatti, l'infinito spazio vuoto e Dio stesso costituiscono una realtà unica e inseparabile, e in tale rapporto Dio, che è infinitamente esteso

elementi quanti sono quelli di un proprio sottoinsieme. Per la verità, Galilei non risolve il paradosso, ma si limita a rilevare – nelle parole del personaggio di Salviati – che «questi attributi di maggioranza, minorità ed egualità non convenghino a gl'infiniti, de i quali non si può dire, uno esser maggiore o minore o eguale all'altro» (ivi, p. 603).

senza possedere né estensione né dimensioni, stabilirebbe la sua infinita onnipresenza come ubiquità interna ed esterna al mondo. Con questa analogia, opposta a quanto sostenuto in ambito teologico dagli agostiniani e dal domenicano Tommaso d'Aquino (1225-1274), Bradwardine nega di fatto estensione e dimensioni allo stesso spazio vuoto infinito[79]. D'altra parte, il vuoto può esistere senza corpi, ma in nessun modo può esistere senza Dio, il quale non ha peraltro bisogno di trovarsi in un luogo specifico per agire su di esso: gli basta, per così dire, un semplice atto di volontà perché una certa cosa si compia o si attualizzi.

Di fatto, con la fine della Scolastica si pongono le premesse per una nuova visione dello spazio che trova dapprima nelle filosofie della natura del Rinascimento e poi nella rivoluzione scientifica due fertili occasioni di sviluppo. Si tratta di un complesso, ricco e graduale processo intellettuale – i cui prodromi si possono trovare anche in una parte minoritaria del pensiero antico – dalle evidenti ricadute non solo fisico-cosmologiche, ma anche teologico-morali: un processo, cioè, che attraverso la distruzione del cosmo aristotelico e la conseguente geometrizzazione dello spazio favorisce l'abbandono di una concezione del mondo come un tutto chiuso, finito e gerarchicamente organizzato, la cui struttura spaziale incorpora differenze di valore e gradi di perfezione, a favore di una visione dell'universo come totalità indefinita (o infinita), omogenea e acentrica[80]. In questo processo, che segna – per

79. In ciò Bradwardine si discosta anche dall'originaria concezione del vuoto degli atomisti e degli stoici, per i quali esso è tridimensionale, privo di corpi e di spirito. Di contro, una certa consonanza con il pensiero stoico si può ritrovare soprattutto nell'immagine generale del cosmo proposta da Bradwardine: un mondo sferico finito, pieno e circondato da uno spazio vuoto infinito.

80. Alludiamo, in un senso molto generale, a quanto lo storico delle idee americano Arthur Lovejoy (1873-1962) ha definito, nel suo classico studio *The Great Chain of Being* (1936), come *tesi cosmografiche rivoluzionarie* dell'età moderna: «1) l'affermazione secondo la quale altri pianeti del nostro sistema solare sono abitati da creature viventi, senzienti e razionali; 2) la demolizione delle mura esterne dell'universo medievale, sia che queste si identificassero con l'estrema sfera cristallina oppure con una definita "regione" delle stelle fisse, e la dispersione di queste stelle entro spazi vasti e irregolari; 3) l'idea delle stelle fisse come soli simili al nostro, tutti o quasi tutti circondati da propri sistemi planetari; 4) l'ipotesi che anche i pianeti di questi altri mondi fossero abitati da esseri ragionevoli; 5) l'asserzione della effettiva infinità dell'universo fisico nello spazio, e del numero di sistemi solari in esso contenuti» (Lovejoy, 1966, p. 114). Per la verità, tra il XVI e il XVII secolo queste tesi, che pure prendono terreno in conseguenza della teoria copernicana, sono state variamente accettate e discusse so-

dirla con le parole dello storico della scienza russo naturalizzato francese Alexandre Koyré (1892-1964) – il passaggio dal *mondo chiuso* all'*universo infinito*, la concezione aristotelica dello spazio come insieme unico, finito e differenziato di luoghi naturali cede gradualmente il posto allo spazio della geometria euclidea, infinito e omogeneo, la cui struttura è a tutti gli effetti considerata identica a quella dello spazio del mondo reale e delle sue intime connessioni:

> Questo mutamento spirituale non avvenne, naturalmente, in maniera improvvisa: anche le rivoluzioni hanno bisogno di tempo per compiersi; anch'esse hanno una storia. Infatti, le sfere celesti che racchiudevano e tenevano insieme il mondo non sparirono di colpo, in una potente esplosione; la bolla del mondo crebbe e si gonfiò, prima di scoppiare e di sparire insieme allo spazio che la circondava[81].

prattutto negli ambienti filosofici e culturali caratterizzati da una vivace compresenza di tematiche democriteo-lucreziane, neoplatoniche ed ermetiche (basti pensare, solo per fare un esempio, a Giordano Bruno), e non possono essere esplicitamente riferite, come si vedrà meglio nel CAP. 2, ai sistemi astronomici *rivoluzionari* di Copernico, Keplero o Galilei.

81. Koyré (1979, p. 8).

2.

Nuove cosmologie: verso l'infinito e oltre?

2.1
Cusano e l'infinità dello spazio nelle filosofie del Rinascimento

L'eredità della riflessione tardoscolastica sulla possibilità dell'infinità dell'universo e dell'esistenza di più mondi trova fecondo sviluppo in una galassia di filosofi, teologi e naturalisti che, in età rinascimentale, contribuiscono a svincolare il concetto di spazio dal classico quadro concettuale aristotelico e a ridefinirlo gradualmente nei termini generali di sostrato necessario di ogni processo fisico, di per sé privo di differenziazioni interne, limiti e centri di riferimento privilegiati[1]. Ciò avviene nel contesto di un rinnovato interesse per l'astronomia, l'astrologia e la cosmologia che, suffragato dall'osservazione empirica dei fenomeni celesti, si sforza di superare il rigido finitismo e gerarchismo greco-cristiano preparando di fatto il terreno alla cosiddetta *rivoluzione scientifica*[2].

Un primo interessante ordine di considerazioni sulla natura dello spazio si può ritrovare nell'opera di uno dei maggiori rappresentanti del platonismo rinascimentale: il teologo, filosofo e astronomo tedesco Nikolaus Krebs von Kues (1401-1464), più noto in Italia come Niccolò Cusano, già principe-vescovo di Bressanone (1450) e vicario generale dello Stato pontificio (1459). «Ultimo grande filosofo del morente

1. Cfr. Vermeir, Regier (2016).

2. Per un'introduzione generale ai temi e ai problemi della rivoluzione scientifica e delle origini della scienza moderna, cfr. almeno Bettini (2019, pp. 131-285), Butterfield (1998), Clericuzio (2005), Cohen (1988), Debus (1982), Hall (1981; 1986; 2022), Henry (2001), Jacob (1998), Koyré (1966), Principe (2011), Rossi (1989; 1997; 2020), Schmitt (2001), Shapin (2003) e Weinberg (2016).

Medioevo»[3], destinato però a esercitare una certa influenza sul pensiero filosofico del XV e del XVI secolo, Cusano ha legato il proprio nome a un principio gnoseologico di matrice agostiniana fondato su una profonda tensione tra noto e ignoto e indicante la specifica posizione che l'intelletto umano assume di fronte all'assolutezza e all'infinità divine: la *dotta ignoranza*, da cui deriva il titolo della sua opera più celebre (*De docta ignorantia*), composta tra il 1438 e il 1440. Con questa espressione, Cusano ritiene che ogni conoscenza non possa mai acquisire un carattere assoluto e che debba pertanto limitarsi, per la sua stessa natura, alla formulazione di congetture fondate sull'unità strutturale tra mente umana e divina. Quando ciò che si cerca di conoscere non ha alcuna proporzione con quanto già si conosce, come nel caso di Dio in quanto essere infinito e come unità e conciliazione di tutti gli opposti (*coincidentia oppositorum*), non resta che proclamare, consapevolmente, la propria ignoranza: un'ignoranza, però, che nasconde un contenuto ben più profondo di ogni pretesa conoscenza positiva.

Da questo punto di vista, grazie alla loro «certezza incorruttibile»[4], la matematica e la geometria costituiscono, in un senso eminentemente platonico, il terreno privilegiato attraverso cui è possibile intendere le verità divine e quindi vedere, seppure in prospettiva e per via intuitiva, l'infinito. Come tale, essa contiene alcuni specifici procedimenti capaci di rivelare situazioni di reale coincidenza degli opposti. È il caso, per esempio, di una semplice linea retta infinita (FIG. 2.1), la quale godrebbe della proprietà-limite di eliminare, per così dire, ogni *curvità* e ogni concetto di *aumento* o di *diminuzione* in quanto coincidenti nell'uguaglianza assoluta. Secondo Cusano, infatti,

> che una linea infinita sia una retta è evidente: il diametro di un cerchio è una linea retta, e la circonferenza è una linea curva che è maggiore del diametro. Di conseguenza, se la curvatura della linea curva diventa tanto minore quanto maggiore diventa la circonferenza del cerchio, allora la circonferenza del cerchio massimo, ossia del cerchio che non può essere maggiore [di quanto è], risulta curva in modo minimo, e pertanto è retta in modo massimo. Di conseguenza, il minimo coincide con il massimo, a tal punto che si può riconoscere anche visivamente che è necessario che la linea massima sia massimamente retta e minimamente curva[5].

3. Koyré (1979, p. 14).
4. Cusano (2017a, p. 43: *De docta ignorantia*, I 11, 32).
5. Ivi, pp. 45-7 (*De docta ignorantia*, I 13, 35).

FIGURA 2.1
Un esempio di coincidenza degli opposti: circonferenza o linea retta infinita?

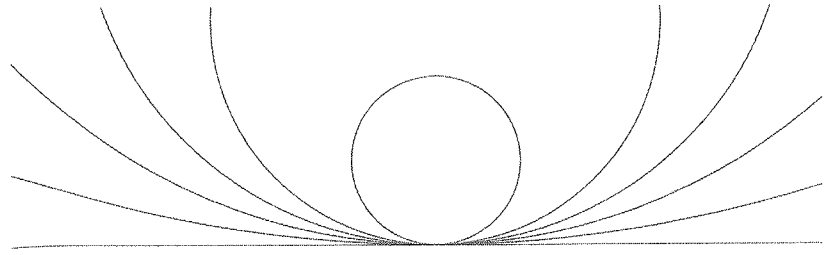
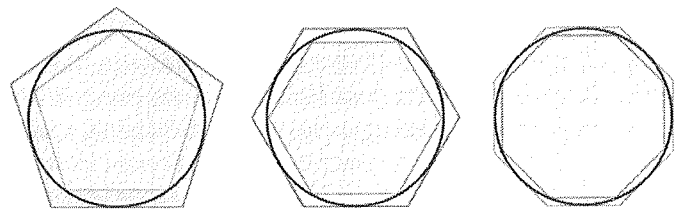


FIGURA 2.2
Il tentativo di quadratura del cerchio adottato da Cusano per approssimare i lati dei poligoni alla circonferenza



In altri termini, ciò che è curvo è più o meno tale in base alla sua aderenza o partecipazione alla retta, e sebbene sia difficile immaginare la coincidenza di ciò che è curvo con ciò che è retto anche dopo una successione infinita di curve ad esso sempre più aderenti, la linea retta rimane in ogni caso il termine di riferimento ultimo, l'*unità di misura* per l'infinità delle linee curve.

Un discorso analogo si verifica quando si cerca di moltiplicare i lati di poligoni inscritti e circoscritti in una circonferenza (FIG. 2.2), i quali – avvicinandosi ad essa in modo indefinito – arriveranno a una piena coincidenza afferrabile solo intuitivamente:

> Un intelletto finito, pertanto, non può raggiungere con precisione la verità delle cose procedendo mediante similitudini. La verità, infatti, non è qualcosa di più o qualcosa di meno, ma consiste piuttosto in qualcosa di indivisibile, per cui tutto ciò che non è il vero stesso non può misurarla con precisione, così come il cerchio, il cui essere consiste in qualcosa di indivisibile, non può essere misurato da una figura che non sia il cerchio. L'intelletto, pertanto, che non è la verità, non giunge mai a comprendere la verità in modo così preciso

da non poterla comprendere in modo ancora più preciso, all'infinito. L'intelletto, infatti, sta alla verità come un poligono [inscritto in un cerchio] sta al cerchio: quanti più saranno gli angoli del poligono, tanto più esso sarà simile al cerchio; tuttavia, anche se il numero dei suoi angoli venisse moltiplicato all'infinito, il poligono non diventerà mai eguale al cerchio, a meno che non si risolva in identità con il cerchio[6].

Su questa base, dunque, solo nella condizione della dotta ignoranza in quanto atto intellettuale-intuitivo si rende possibile il trascendimento del pensiero razionale e discorsivo. Ciò non implica, tuttavia, soltanto una visione mistica di Dio, di cui rimane peraltro possibile ottenere (per via negativa) un'idea approssimativa, ma anche una nuova concezione del mondo fisico, e quindi dello spazio, ad essa strettamente e costituzionalmente correlata. Secondo Cusano, infatti, l'infinità di Dio si ritrova, individualizzata e determinata nella molteplicità di singole entità, all'interno di un mondo privo di limiti spaziali: un mondo, in altri termini, le cui parti hanno tutte lo stesso valore, per quanto nessuna di esse sia in grado di raggiungere la perfezione divina, e in cui non sussiste alcuna distinzione tra la sostanza celeste (l'etere di Aristotele) e i quattro elementi naturali di cui si compone la realtà fisica sublunare.

Per la verità, il mondo di Cusano – la cui totalità non può essere, così come già per Dio, oggetto di completa e precisa conoscenza – non si definisce letteralmente come *infinito*, dal momento che questo è un carattere riservato solo e soltanto a Dio. Piuttosto, esso può essere concepito come *interminato* (*interminatum*), ovvero *illimitato* e non racchiuso da alcun involucro esterno. Da questo punto di vista, opposto rispetto a quello aristotelico, il mondo non ha né un centro né una circonferenza – dal momento che il centro e la circonferenza coincidono con Dio stesso e il minimo assoluto deve coincidere, in forza della *coincidentia oppositorum*, con il massimo assoluto – e comprende tutto quanto lo spazio e tutta quanta la realtà:

Se avesse infatti un centro, avrebbe anche una circonferenza, e di conseguenza avrebbe al suo interno il proprio inizio e la propria fine; in questo modo, il mondo sarebbe delimitato rispetto a qualcos'altro, e al di fuori del mondo vi sarebbe qualcos'altro e vi sarebbero altri luoghi ancora. Ma queste affermazioni sono tutte prive di verità. Non essendo pertanto possibile che sia racchiuso fra un centro fisico e una circonferenza, il mondo, di cui Dio è il centro e la

6. Ivi, p. 15 (*De docta ignorantia*, I 3, 10).

circonferenza, non risulta comprensibile. E sebbene il mondo non sia infinito, non lo si può tuttavia concepire neppure come finito, in quanto è privo di limiti entro i quali possa essere racchiuso[7].

Come tale, dunque, il mondo ha il proprio centro *ovunque*, e la Terra – una *stella nobilis* non più centro del mondo – si muove «di un movimento che potrebbe muoversi sempre di meno all'infinito»[8]: un movimento circolare quasi perfetto, una sorta di vortice orbitale indefinito intorno a un centro indeterminato e mutevole che ha lo scopo, insieme agli altri movimenti che si verificano sulla Terra e in ogni altra parte dell'universo, di preservare l'ordine e l'unità del tutto[9]. Di conseguenza, per quanto i corpi pesanti tendano verso il basso e quelli leggeri verso l'alto, ogni movimento tende, per quanto possibile, alla circolarità:

Il movimento più perfetto è quindi quello circolare, e la figura corporea più perfetta è di conseguenza quella sferica. Per questo motivo, in vista cioè della perfezione, ogni movimento di una parte è orientato verso il tutto, così come le cose pesanti si muovono verso la terra e le cose leggere verso l'alto, l'acqua si muove verso l'acqua, l'aria verso l'aria, il fuoco verso il fuoco. Il movimento del tutto si avvicina, per quanto può, al movimento circolare, ed ogni figura si avvicina alla figura sferica, come possiamo sperimentare nelle parti degli animali, negli alberi e nel cielo. Di conseguenza, un movimento è più circolare e più perfetto di un altro[10].

A ciò si potrebbe legare, oltre a una primitiva descrizione del moderno *principio d'inerzia*[11], anche il riconoscimento della *relatività* della

7. Ivi, p. 187 (*De docta ignorantia*, II 11, 156).

8. *Ibid.* (*De docta ignorantia*, II 11, 157).

9. Di fatto, «l'assenza di un corpo assolutamente immobile (la terra) distrugge la possibilità del moto assoluto e dello spazio assoluto. È questo carattere relativo della posizione e del moto che conferisce alla teoria dello spazio di Cusano i segni della modernità» (Jammer, 1966, p. 76). Va da sé che per Cusano la Terra ha un proprio movimento, ma non nel senso che questa disegni un'orbita, come invece proporranno Copernico, Brahe e Keplero: al riguardo, cfr. Dreyer (1980, pp. 278-379).

10. Cusano (2017a, p. 195: *De docta ignorantia*, II 12, 163).

11. Nel *Dialogus de ludo globi* (che risale al biennio 1462-63), Cusano descrive un gioco reale, ma allegoricamente interpretabile, in cui una palla dalla forma leggermente concava (tipica della mezza sfera) viene lanciata su un campo da gioco circolare segnato da cerchi concentrici. In virtù della sua forma, la palla compie un movimento che non è completamente retto né completamente circolare, bensì descrive una sorta

percezione dello spazio (in termini di direzione) e del moto, essendo l'immagine del mondo di un determinato osservatore determinata dal luogo che esso effettivamente occupa nell'universo:

> Noi riusciamo infatti ad accorgerci del movimento solo facendo riferimento a qualcosa di fisso. Se uno, ad esempio, non sapesse che l'acqua scorre e trovandosi su una barca in mezzo ad un fiume non vedesse le rive, in che modo potrebbe rendersi conto che la nave si sta muovendo? E proprio per il fatto

di elica, spirale o curva incompiuta. L'obiettivo è quello di arrivare il più vicino possibile al centro del campo da gioco, simbolo dell'incontro con Dio: l'uomo tende infatti a quel centro lanciando una metaforica palla il cui movimento riflette il suo peregrinare terreno, dal momento che devia spesso dalla retta via a causa della sua stessa natura terrestre, allo stesso modo in cui la palla incontra sul suo percorso ostacoli o deformazioni. In un contesto fortemente connotato in senso speculativo, negando la dottrina aristotelica del movimento e dei luoghi naturali Cusano fa propria la teoria dell'*impetus* dei maestri parigini (Buridano *in primis*) e delinea – ripreso in questo anche da Leonardo e precedendo le più classiche formulazioni di Galilei, Cartesio e Newton – uno dei princìpi fondamentali della meccanica classica: il principio d'inerzia (o primo principio della dinamica). Nel primo dei due libri che compongono il dialogo, Cusano – rispondendo a una sollecitazione sulla natura del movimento di una palla perfettamente sferica da parte del suo interlocutore, il duca Giovanni, figlio di Alberto III di Baviera («Mi sembra che, se la forma della palla fosse sferica, il movimento potrebbe avvenire in linea retta, per esempio lungo la linea *ac*. Non vedo perché, infatti, la sfera non potrebbe muoversi lungo la linea *ac* e fermarsi sul punto *c*») – sostiene che ogni corpo, proprio come la palla lanciata da un giocatore, persevera indefinitamente nel suo movimento finché il peso o altri ostacoli non ne rallentino il moto o lo fermino del tutto: «Con il suo movimento, la palla non descriverebbe altro che una linea invisibile ed indivisibile e mai una linea assolutamente retta che cade tra i punti *a* e *c*. Neppure si fermerebbe mai sul punto *c*. Come farebbe, infatti, a fermarsi su un atomo? Ne segue che una palla perfettamente rotonda, il cui punto più alto è anche il punto più basso ed è l'atomo, una volta che abbia iniziato a muoversi, per quanto è in essa, non si fermerebbe mai, non potendo comportarsi in maniera diversa. Ciò che è mosso, infatti, non smetterebbe mai di muoversi, a meno che non si comportasse ora in un modo ora in un altro. Per questo motivo, una sfera, che si trovi su una superficie piana e senza asperità e che si comporti sempre nello stesso modo, una volta in movimento, si muoverà sempre. La forma della rotondità, pertanto, è la più adatta alla perpetuità del movimento. Se ad essa il movimento si aggiunge in modo naturale, allora il suo movimento non cesserà mai. Così, se una sfera è mossa sopra al proprio asse, in modo da essere il centro del suo movimento, si muoverà in modo perpetuo. E questo è un moto naturale. Di questo moto si muove l'ultima sfera [del cielo], senza violenza e fatica. Di esso partecipano tutte le cose che sono dotate di moto naturale» (Cusano, 2017b, pp. 1781-3: *Dialogus de ludo globi*, I 21).

> che ad ogni persona, ovunque si trovi – sulla terra, sul sole o su un altro pianeta – sembra di essere nel centro immobile, per così dire, mentre le sembra che tutte le altre cose si muovano, ognuno certamente porrebbe per se stesso dei poli di volta in volta diversi, a seconda che egli si trovi sul Sole, sulla Terra, sulla Luna, su Marte, e così via. Di conseguenza, la macchina del mondo sarà tale da avere il suo centro ovunque e la sua circonferenza in nessun luogo, in quanto il suo centro e la sua circonferenza sono Dio, il quale è ovunque e in nessun luogo[12].

Qui Cusano sembra quasi fornire, seppure su un piano mistico-speculativo lontano dai presupposti epistemologici e dalle procedure sperimentali della scienza moderna, una rudimentale formulazione di quel *principio cosmologico* che, fatto proprio dalla fisica del Novecento, vede l'universo come caratterizzato da una sostanziale unità o uniformità (nei termini di universalità e immutabilità delle leggi fisiche) e come identico dappertutto, a prescindere da specifiche irregolarità locali. Ciò ovviamente non significa considerare Cusano come il vero e proprio anticipatore di tale principio: sotto questo profilo, infatti, si potrebbero menzionare anche Platone e il filosofo neoplatonico Plotino (III secolo d.C.).

Nell'ambito del neoplatonismo del XV e XVI secolo, all'opera di Cusano viene volentieri accostata quella di Marcello Palingenio Stellato, poeta e umanista italiano di origini campane vissuto nella prima metà del Cinquecento. Si tratta, per la verità, di un accostamento problematico, non fosse altro perché tra i due autori sussistono differenze importanti per quanto concerne la concezione del cosmo e, di riflesso, dello spazio. Palingenio è autore dello *Zodiacus vitae*, un poema didascalico in lingua latina in dodici libri, ciascuno dedicato a uno specifico segno zodiacale, dove – per dirla con Eugenio Garin – «l'astrologia è ormai soprattutto poesia, e il cielo popolato di spiriti e di divinità diventa una zona archetipa di superiore bellezza»[13]. L'opera, divenuta ben presto molto popolare soprattutto nel mondo protestante e messa all'Indice dalla Chiesa cattolica nel 1557, è stata verosimilmente composta da Palingenio tra il 1520 e il 1536 e ha una finalità essenzialmente filosofico-morale. Come una guida che conduce l'uomo dall'oscurità

12. Cusano (2017a, p. 193: *De docta ignorantia*, II 11, 162).

13. Garin (1976, p. 119). Un'edizione italiana dello *Zodiacus vitae* è oggi disponibile, a cura di F. Bacchelli, presso l'editore Pendragon di Bologna: cfr. Palingenio Stellato (2012).

della terra alla purezza eterea del cielo e di Dio, infatti, questo ampio poema – introdotto dal libro I, dedicato ad *Aries* – affronta il problema della vanità e dell'illusorietà dei beni materiali (come la ricchezza, il piacere, la nobiltà e la gloria, oggetto dei successivi quattro libri, rispettivamente dedicati a *Taurus*, *Gemini*, *Cancer* e *Leo*), della morte come bene che libera l'uomo dalla schiavitù della vita terrena (libro VI, *Virgo*), dell'immortalità dell'anima (libro VII, *Libra*), della libertà, della predestinazione e del destino umano (libro VIII, *Scorpio*) e delle virtù da coltivare (libro X, *Capricornus*). A ciò si legano però anche tematiche di maggiore spessore cosmologico, come la natura e le caratteristiche sia della Luna quale confine tra mondo terreno corruttibile e regno celeste incorruttibile, sede del tribunale delle anime (libro IX, *Sagittarius*), sia del cielo, dei pianeti e delle costellazioni (libro XI, *Aquarius*) e dell'ultima sfera dell'universo, regno della luce e delle idee (libro XII, *Pisces*).

Rispetto a quello di Cusano, il quadro concettuale elaborato da Palingenio appare ancora legato all'aristotelismo tradizionale, per quanto ampiamente permeato di elementi platonizzanti di ispirazione ficiniana e di motivi mistico-teologici propri del *Corpus hermeticum* (II-III secolo d.C.). Per esempio, nello *Zodiacus vitae* la Terra non è vista come una *stella nobilis* e nell'universo è mantenuta la classica distinzione tra regioni terrestri (imperfette, vere e proprie zone d'ombra e di male) e regioni celesti (perfette, fonte di vita beata e adorne di abitanti reali). Inoltre, Palingenio – che pure ha esercitato non poca influenza soprattutto sul pensiero di Giordano Bruno[14] – non afferma l'*infinità* (o l'*interminatezza*) del mondo, ma riconosce alla realtà materiale un carattere *finito* e *delimitato* dalle canoniche otto sfere celesti. Di contro, nella sua visione del cosmo non esistono corpi al di là dei cieli stellati, e l'ultima sfera dell'universo è rappresentata come una regione di luce immateriale dall'estensione infinita, prodotta da Dio stesso, regno delle forme archetipe – perfette e pure – di tutte le cose. In questo senso, dunque, come ha

14. Nel *De immenso et innumerabilibus* (1591), per esempio, Bruno considera Palingenio «quasi completamente sveglio», da una parte riconoscendogli il merito di «confutare colui [Aristotele, *scil.*] che riteneva che nulla si dovesse pensare oltre il cielo e che nella sommità dell'etere fosse posto il limite delle cose, oltre il quale la natura non può estendere le proprie forze» (Bruno, 1980, pp. 790-1), ma dall'altra rinfacciandogli di avere erroneamente sostenuto la finitezza del mondo abitato, l'incorporeità delle stelle e la ripartizione del mondo in celeste e sublunare.

opportunamente sostenuto Koyré, «è il cielo di Dio, e non il suo mondo, che Palingenio afferma essere infinito»[15].

Il progressivo abbandono della tradizione aristotelica nel Rinascimento è evidente anche nelle opere di altri autori di origine italiana che in vario modo ricollegano la tematica dello spazio a un discorso filosofico più ampio sui princìpi del mondo naturale. Se il medico, matematico e astrologo Gerolamo Cardano (1501-1576) si mantiene ancora fedele alla lezione di Aristotele laddove considera, nel suo trattato enciclopedico *De subtilitate* (1550), il luogo di un corpo come sinonimo della superficie che lo comprende e lo delimita rispetto agli altri corpi e seguita a riconoscere come luogo del mondo la circonferenza esterna – immutabile ed eterna – dell'universo, una posizione più critica nei confronti dell'aristotelismo si può ritrovare nell'umanista e medico Giulio Cesare Scaligero (1484-1558). In polemica con Cardano, Scaligero – che è stato anche oppositore della teoria copernicana – si richiama all'antica dottrina atomista e immagina il vuoto come una condizione necessaria del moto. Come emerge dalle pagine del suo *Exotericarum exercitationum* (1557), però, il vuoto non deve essere considerato come una mera estensione vuota e infinita che si trova al di là di tutti i corpi, ma piuttosto come la *sede* che esiste sempre insieme ai corpi, cui resta legata in modo necessario e indissolubile, vale a dire come un *ricettacolo* coesistente con la materia e da essa penetrato. I termini *vuoto* (*vacuum*), *luogo* (*locus*) e *spazio* (*spatium*), inoltre, sono a tutti gli effetti sinonimi, e il luogo di un corpo materiale non è più determinato dalla superficie che lo contiene, ma coincide con il contenuto geometrico tridimensionale che è contenuto all'interno di quei limiti. Di conseguenza, esso appare ancora subordinato (come già in Aristotele) alla materia, anche se tanto lo spazio quanto i singoli corpi possono sussistere nella realtà fisica solo l'uno nell'altro e l'uno con l'altro. In altri termini, come ha opportunamente sottolineato Cassirer, «la categoria della sostanza precede "secondo natura" ogni specie di rapporto: il corpo singolo è perciò antecedente all'*ordinamento* spaziale che può aver luogo solo tra cose già esistenti e compiute»[16].

A quest'ordine di idee fanno seguito, con maggiore discontinuità sul piano teorico, le posizioni di Bernardino Telesio (1509-1588) e Francesco Patrizi (1529-1597). Bollando la fisica aristotelica come

15. Koyré (1979, p. 28).
16. Cassirer (1978, vol. I, p. 292).

una mera proiezione della ragione metafisica sulla natura e dunque come uno sterile e inconcludente monologo che la ragione rivolge a sé stessa, nel *De rerum natura iuxta propria principia* (1570-86), Telesio nega la concezione classica che vuole tutte le cose costituite dai quattro elementi (aria, acqua, terra e fuoco) e perviene a una forma di naturalismo animistico che concepisce la natura come un organismo vivente e unitario retto da due forze (il *caldo* e il *freddo*) che agiscono sulla materia o massa corporea inerte. In questo quadro, emerge una concezione dello spazio[17] non più inteso come qualità dei contenuti materiali, ma come un'*esistenza originaria* che si mantiene identica e immutabile a prescindere da ogni mutamento di posizione e movimento delle singole cose[18]. Nella prospettiva telesiana, infatti, lo spazio costituisce un essere indipendente, uniforme, distinto e contrapposto alla massa materiale (*moles*). Come grande *ricettacolo* di ogni essere, ogni punto dello spazio si comporta nello stesso modo verso ogni ente materiale, così che se un corpo lascia il suo luogo, esso rimane il medesimo, divenendo semmai il ricettacolo di un altro corpo. Privo di differenziazioni qualitative, lo spazio di Telesio non si definisce più come la superficie che delimita il corpo contenuto, né – alla maniera platonica – come la regione in cui e da cui avviene la generazione dei corpi sensibili, bensì come una specie di attitudine a ricevere i corpi (*aptitudo ad corpora suscipienda*) che coincide con il vuoto e che determina le condizioni dell'esistenza del movimento e dei corpi stessi. Nell'ottica telesiana, lo spazio è dunque il luogo di tutti gli enti, e a tal fine è necessario ammettere l'esistenza del vuoto, vale a dire di uno spazio senza corpi: la separatezza del luogo dal suo contenente, infatti, non può che implicare l'immutabilità dello spazio rispetto ai movimenti del corpo. D'altra parte, il moto dei corpi non è la conseguenza di specifiche differenze qualitative inerenti allo spazio stesso, ma piuttosto il risultato dell'azione di determinate forze fisiche agenti sulla materia.

17. La dottrina telesiana dello spazio compare unicamente nei capitoli XXV-XXIX del primo dei nove libri che compongono l'edizione napoletana del *De rerum natura* del 1586, e non nelle precedenti edizioni (entrambe in due libri) del 1565 e del 1570. Per la traduzione italiana dell'edizione del 1570, cfr. Telesio (2009).

18. Sotto questo profilo, il concetto telesiano di spazio, che pure sembra subire l'influenza delle idee di Giovanni Filopono, potrebbe ragionevolmente essere avvicinato a quello di *spazio assoluto* proposto, come vedremo più avanti, da Newton nei *Principia mathematica* nel 1687. Cfr. PAR. 3.2.

Al nome del filosofo dalmata Francesco Patrizi (o Patrizzi) – originario di Cherso, territorio dell'allora Repubblica di Venezia – si lega una vivace polemica di ispirazione neoplatonica nei confronti della filosofia di Aristotele condotta con particolare rigore filologico. Tale polemica si esplicita nei quindici libri delle *Discussiones peripateticae* (1571-81), che esaminano la tradizione aristotelica in un serrato confronto con quella presocratica e platonica, e soprattutto nella *Nova de universis philosophia* (1591), dove in vario modo confluiscono temi neoplatonici, ermetici e della tradizione filosofica orientale. Divenuta ben presto bersaglio della censura del Sant'Uffizio, la *Nova de universis philosophia* si suddivide in quattro parti, che nel loro insieme riflettono una visione unitaria e al contempo poliedrica della realtà fisica e metafisica: la *Panaugia*, che ha per oggetto la luce; la *Panarchia*, dedicata al principio di tutte le cose; la *Pampsichya*, consacrata alla dottrina dell'anima; la *Pancosmia*, riservata all'ordine cosmico[19]. Il problema dello spazio, al quale Patrizi cerca di conferire un nuovo fondamento metafisico, compare nei primi due libri della *Pancosmia*, entrambi già pubblicati nel 1587[20] e intitolati *De spacio phisico* e *De spacio mathematico*.

Richiamandosi anche all'opera di Archita, Patrizi anzitutto si domanda (come peraltro fa Aristotele nel quarto libro della *Fisica* in relazione al luogo) se lo spazio sia una sostanza o un accidente, se sia corporeo o incorporeo, se sia pura capacità di accogliere contenuti materiali o se sia dotato di esistenza oggettiva. Posto che nessuna di queste caratterizzazioni sembra corrispondere alla reale natura dello spazio,

19. Tra le tesi e le osservazioni di maggiore interesse storico-scientifico contenute nella *Pancosmia* si possono almeno ricordare: una polemica contro il distacco dell'astronomia dalla scienza fisica e il rifiuto delle ipotesi in astronomia; la negazione, già presente in Tycho Brahe, dell'esistenza fisica delle sfere celesti; una riflessione sul carattere infinito dell'universo, sulla pretesa sfericità del cielo e sul suo preteso moto circolare; l'affermazione della centralità della Terra; una spiegazione della gravità; la negazione, infine, dell'incorruttibilità del cielo. La visione dell'universo di Patrizi è d'altra parte «una mescolanza strana» (Rossi, 2006, p. 215). Nel suo sistema, infatti, la Terra occupa il centro del cosmo; il Sole ruota intorno alla Terra, la quale non è però immobile, giacché ruota intorno al suo asse trasportando con sé l'aria e l'acqua presenti sulla sua superficie; le stelle, che non sono fissate a sfere reali, si muovono da sole in virtù dell'anima di cui sono portatrici, non sono tutte alla stessa distanza dalla Terra e sono sparse nella profondità del cielo; il cielo è unico e continuo, è costituito da spazio, luce, calore e *fluor* (materia fluida), e al suo interno non esistono zone o gradi di separazione.

20. Cfr. Patrizi (1587a).

Patrizi cerca di svincolarne il concetto dal classico schema categoriale sostanza-accidente di matrice aristotelica[21]. Se infatti nessuna delle categorie comprende lo spazio, esso rappresenta qualcosa che rispetto ad esse si pone *prima* o *al di fuori*. Di conseguenza, un'indagine filosofica sullo spazio deve necessariamente prescindere dalle categorie: ciò prefigura un'idea di spazio come un'*estensione ipostatica* sussistente in sé e non inerente ad alcuna realtà sensibile (*extensio hypostatica per se substans, nulli inhaerens*), non corrispondente alla quantità né alla qualità, ma semmai fonte e origine di ogni quantità e qualità.

Come presupposto necessario di ogni cosa corporea e incorporea, lo spazio è dunque un ente esteso, tridimensionale, indipendente dalla materia e ad essa precedente in senso ontologico. Esso è, paradossalmente, più *sostanza* – ma non in senso categoriale – di ogni altra cosa (*omnium maxime substantia est*), dal momento che non ha bisogno di appoggiarsi ad altro per esistere, ma *sostiene* le altre sostanze (in senso aristotelico) e ne condiziona l'esistenza in quanto *sostrato* di tutti gli altri enti naturali. A ciò si aggiunge il fondamentale carattere dell'*infinità in atto*, dal momento che lo spazio è inteso da Patrizi anche in relazione al dispiegarsi dell'infinita azione divina. La materia creata, in sé priva di ogni qualità, si estende e si quantifica diffondendosi nello spazio: uno spazio che è peraltro «corpo incorporeo e non-corpo corporeo»[22] e che, per quanto preesistente e increato, risulta comunque dipendente da Dio.

L'ordine di idee delineato da Patrizi non ha solo il merito di svincolare, sul piano metafisico, il concetto di spazio della scienza rinascimentale della natura dalla dipendenza dal sistema categoriale aristotelico, ma anche quello di aver ribaltato il rapporto logico di valore tra la matematica e la fisica. Se infatti lo spazio a tutti gli effetti *precede* la materia, analogamente la geometria – in quanto *scienza dello spazio* – è più originaria rispetto alla *scienza dei corpi naturali*, vale a dire la fisica. Di conseguenza, lo studio dello spazio non può che rappresentare la condizione fondamentale di ogni discorso scientifico sulla realtà naturale. Si rende così necessaria una *nuova geometria* dello spazio (oggetto dell'ardita omonima opera, pubblicata in italiano del 1586), la quale assuma gli oggetti geometrici come parti e figure nello spazio stesso – e non come semplici astrazioni dalle cose naturali (Aristotele) o come

21. Cfr. Patrizi (1591, p. 65*v*).
22. Ivi, p. 65*r*.

forme dell'immaginazione (Proclo) e dell'intelletto (Platone)[23] – e che muova da un ordine di *definizioni* incentrate proprio sull'idea di spazio[24]. Scrive in proposito Patrizi:

> I. Il minimo spazio è quello, di cui minore spazio non ha. II. Il massimo spazio è quello, di cui maggiore spazio non ha. III. Il medio spazio è quello, di cui, e minore, e maggiore, e uguale spazio ha. IV. Il punto è il minimo nello spazio. V. La linea è spazio lungo, ouer lunghezza. VI. L'angolo è spazio lungo, e largo aperto. VII. La superficie è spazio lungo e largo chiuso. VIII. Il corpo è spazio, lungo, largo, e profondo[25].

Nonostante gli innegabili sforzi, il tentativo di Patrizi di fondare una nuova geometria dello spazio non può dirsi certamente riuscito: la sua rimane una geometria delle figure nello spazio e non una scienza delle proprietà dello spazio in quanto tale e dei suoi rapporti. Di fatto, nella sua opera non si ravvisano sostanziali novità e cambiamenti rispetto all'impianto tradizionale degli *Elementi* di Euclide. Ciò nonostante, le idee sullo spazio elaborate da Patrizi hanno conosciuto un significativo sviluppo non soltanto in autori come l'atomista Pierre Gassendi o Henry More e i neoplatonici di Cambridge, ma anche – e forse soprattutto – nello stesso Isaac Newton, per il quale gli oggetti geometrici rappresentano sezioni e parti di uno spazio assoluto onnicomprensivo[26].

23. D'altra parte, come scrive Patrizi nella prima delle cinque *supposizioni* della *Nuova geometria*, «le Matematiche tutte, e principali, e subalterne, né si astraggono dalle cose naturali, né sono nella fantasia, né nella Dianea, ma lo spazio è generale lor subietto» (Patrizi, 1587b, p. 2). Per *dianea* si intende la διάνοια greca, vale a dire l'intelletto nel senso platonico del termine.
24. Cfr. De Risi (2014).
25. Patrizi (1587b, p. 3).
26. Per la verità, non è chiaro se Newton fosse a diretta conoscenza del lavoro di Patrizi o se invece si sia limitato a servirsi degli espliciti riferimenti alla *Nuova geometria* presenti nelle opere di More e di Gassendi. A ogni modo, per rendere l'idea dell'evidente affinità teoretica tra Patrizi e Newton può essere utile richiamare un passo particolarmente noto del manoscritto newtoniano *De gravitatione et aequipondio fluidorum*, dove si afferma che «tutti i generi di figure geometriche sono ovunque, ovunque ci sono sfere, ovunque cubi, ovunque triangoli, ovunque linee rette, ovunque linee circolari, ellittiche, paraboliche e tutte le altre, di qualsiasi forma e grandezza, anche se non sono delineate alla vista. Infatti, la delineazione materiale di una figura non è una nuova produzione di tale figura nello spazio, ma soltanto una rappresentazione corporea di essa, affinché appaia ai sensi ciò che già prima si trovava insensibilmente nello spazio» (Newton, 1962a, p. 100).

Ai contributi fin qui considerati deve infine aggiungersi anche quello del filosofo e religioso domenicano Tommaso Campanella (1568-1639), nel quale l'eredità del platonismo, del naturalismo e dell'astrologia rinascimentali si fondono in una riflessione più ampia che comprende tematiche scientifico-filosofiche e politico-religiose: basti pensare all'utopistica *Città del Sole*, concepita nel 1602 durante la lunga prigionia scontata a Napoli per aver tramato contro il governo spagnolo, o all'*Apologia pro Galileo* (composta sempre in carcere nel 1616), dove Campanella, pur non prendendo alla lettera la teoria copernicana, difende il diritto dello scienziato a esprimere liberamente la propria visione del mondo. Nel trattato *De sensu rerum et magia*, concepito nel 1590 e pubblicato solo nel 1620, Campanella delinea un'immagine della realtà fisica che si richiama a Telesio ma che viene ampiamente integrata da istanze animistiche, magiche e metafisiche: ogni cosa risulta animata e dotata di *sensibilità* (compresi i princìpi telesiani del caldo e del freddo, frutto della creazione divina) e la tensione verso la conservazione e la propagazione della vita costituisce un tratto comune di tutti gli enti naturali (compresi i corpi celesti, l'aria, il fuoco, la luce, ma anche i minerali, le acque e le piante); l'*anima del mondo*, poi, come soffio caldo in grado di conferire connessione e vita a tutti gli enti per infusione, ha la funzione fondamentale di determinare l'accordo e l'unità generale nella natura.

In questo contesto, Campanella formula alcune interessanti considerazioni sulla natura dello spazio portando al suo estremo sviluppo la teoria di Francesco Patrizi. Secondo Campanella, infatti, lo spazio è la prima tra le creature divine: esso costituisce la «base d'ogni essere creato» che precede «a tutti gli esseri, se non di tempo, almeno d'origine e di natura»[27]. In altri termini, esso è il luogo in cui ha sede la «fabbrica del mondo e di sue parti | e delle particelle e parti loro»[28], un luogo omogeneo, indifferenziato e infinito, un'entità spirituale dotata perfino di autocoscienza, impulso all'autoconservazione e immortalità[29]. Tutto ciò presuppone tanto il rifiuto della dottrina aristotelica

27. Campanella (2007, p. 27).

28. Campanella (1971, p. 143). Si tratta dei primi due versi del madrigale III della canzone terza, siglata con il n. 25.

29. Scrive al riguardo Campanella: «Lo spazio che loca gli enti io trovo primo immortale, perché a nullo è contrario, tutti riceve, è base di ogni essere creato che non può sussistere se non in lui, o morto o vivo. La materia poi trovo immortale, perché non ha contrario, ogni forma riceve, e se si divide o coniunge si fa rara o densa, calda

dei luoghi naturali, quanto l'esclusione, nello spazio, delle canoniche differenziazioni direzionali che invece appartengono solo ai singoli corpi. A ciò, tuttavia, si accompagna un chiaro rifiuto del vuoto. Le cose che riempiono lo spazio, infatti, in quanto simili a Dio risultano dotate di un'intrinseca energia espansiva e dilatativa, e nel loro reciproco contatto – come le parti del corpo umano – avvertono il vuoto come *distruttivo* e *lesivo* dell'integrità dei singoli enti:

> Ciascuno dovrebbe esser persuaso che tutte le nature sentono, in particolare e in commune, dal vedere che ciascuna e tutte insieme aborriscono di maniera il vacuo tra loro, che con impeto naturale parziale corrono ad empirlo per serbar la loro communità e repubblica integra, perché nel lor tutto si serbano e godono di scambievole contatto, per la vita commune[30].

Connettendo fisica e teologia speculativa, Campanella riconosce nello spazio una «divina creatura»[31] in termini di *capacità*, vale a dire come ricettacolo per la molteplicità degli enti naturali: «e io certo», scrive Campanella, «son di parere che lo spazio, a locare nato, tiri a sé i corpi, non con instrumenti, ma con appetitoso senso, perché esso ancora ha potenza di essere e senso d'essere e amore d'essere tale quale Dio l'ha fatto»[32]. D'altra parte, Dio non è nello spazio, ma lo spazio – in quanto sostanza assoluta e divina – deve essere pensato in lui in quanto principio che lo anima e lo sostiene. È questo un ordine di idee che Campanella ha esposto, in forma poetica, anche in un interessante madrigale, tratto dalla *Scelta d'alcune poesie filosofiche* (1622), che vale la pena riportare per intero:

> Come lo spazio tutti enti penètra | locando, e d'essi insieme è penetrato; | così Dio gli enti interna, e 'l spazio, e passa, | non come luogo, né come locato | ma in modo preeminente; donde impetra | lo spazio d'esser luogo, e 'l corpo massa, | e l'agenti virtù d'esser attive, | e gli composti in cui l'idea trapassa. | E perch'egli è, ogni ente è per seguela, | qual splendor per candela; | ma si occulta e rivela | in varie fogge, in cui sempre si vive, | come atomi nell'aria. In fiamme

o fredda, sempre è la medesima in sostanza, ma non in apparenza, perché tale è quali sono le forme. Nondimeno si può dire meno immortale che lo spazio, in cui ella s'appoggia» (Campanella, 2007, p. 97).

30. Ivi, p. 23.

31. Ivi, p. 27.

32. Ivi, p. 26.

vive | spiace a' legni mutarsi, e d'esser vampe | godon poscia, ch'amor, virtute e senso | dell'esser proprio han tutte le sue stampe | per quanto è d'uopo, dall'Autor immenso[33].

2.2
La rivoluzione copernicana, Giordano Bruno e la nuova metafisica dello spazio

Da un punto di vista storico-critico, alle opere di Cusano, Telesio, Patrizi e Campanella possiamo riconoscere almeno due meriti. In primo luogo, esse contribuiscono al progressivo superamento della concezione aristotelica dello spazio, oltre che al suo decisivo svincolamento dal tradizionale schema categoriale sostanza-accidente; in secondo luogo, esse pongono, in termini *lato sensu* metafisici, il problema dell'infinito e della sua natura come problema cosmologico generale: un problema, peraltro, capace di investire e condizionare non soltanto la coscienza filosofica, ma anche la stessa iniziativa scientifica dell'età moderna. Si tratta, da questo punto di vista, di un ampio movimento concettuale che trova negli *eroici furori* di Giordano Bruno uno dei suoi momenti costitutivi più caratteristici. Bruno, com'è noto, se da una parte ridiscute i concetti fondamentali della metafisica di Aristotele e della Scolastica medievale (come quelli di causa, principio, materia, forma, atto e potenza), dall'altra smantella letteralmente il modello cosmologico aristotelico-tolemaico sostituendo ad esso la nuova immagine di un universo infinito senza centro e infinitamente pieno di vita.

Prima di considerare il contributo bruniano alla storia del concetto di spazio, è però doveroso richiamare, almeno per sommi capi, gli assunti teorici fondamentali della rivoluzione copernicana. Se è vero, infatti, che Bruno non giunge alla sua nuova idea di infinito in forza di osservazioni astronomiche o di calcoli matematici, ma a partire da

33. Campanella (1971, p. 184). Il brano riportato corrisponde al madrigale II della canzone *Del sommo bene metafisico* (siglata con il n. 31). A beneficio del lettore segnaliamo le chiavi interpretative di alcune particolari espressioni campanelliane: «locando» corrisponde a *costituendone il luogo*; «interna» a *è dentro*; «impetra» a *chiede e ottiene*; «in cui l'idea trappassa» a *in cui si realizza l'idea divina*; «stampe» a *immagini*.

una personale intuizione di matrice essenzialmente neoplatonica[34], è altrettanto vero che il modello di universo proposto dal copernicanesimo, che peraltro differisce vistosamente da quello bruniano, costituisce almeno lo strumento attraverso il quale egli vede la possibilità di conferire realtà fisica e materiale alla propria idea di infinito.

Il *De revolutionibus orbium coelestium* di Niccolò Copernico (1473-1543) viene pubblicato a Norimberga nel 1543, poco prima della morte dell'astronomo e religioso polacco. Si tratta, com'è noto, di un passaggio fondamentale della storia della scienza moderna che ha avuto implicazioni significative sulla cosmologia, l'astronomia, la fisica, la filosofia e la teologia del XVI e del XVII secolo[35]. Alla base dell'opera copernicana si ritrova, come ha sottolineato anche Ernst Cassirer, la necessità di «imparare a guardare l'universo "con tutti e due gli occhi" e a integrare la superficiale visione che i sensi ci danno delle cose scrutando per così dire il loro fondo con la ragione matematica»[36]. Ed è proprio l'esigenza di una semplificazione matematica del sempre più complicato sistema astronomico aristotelico-tolemaico a spingere Copernico, «un uomo del Medioevo, un chierico conservatore e timido che scatenò la rivoluzione suo malgrado»[37], a ricercare soluzioni alternative a un geocentrismo fondato sull'autorità di Aristotele, sulla Bib-

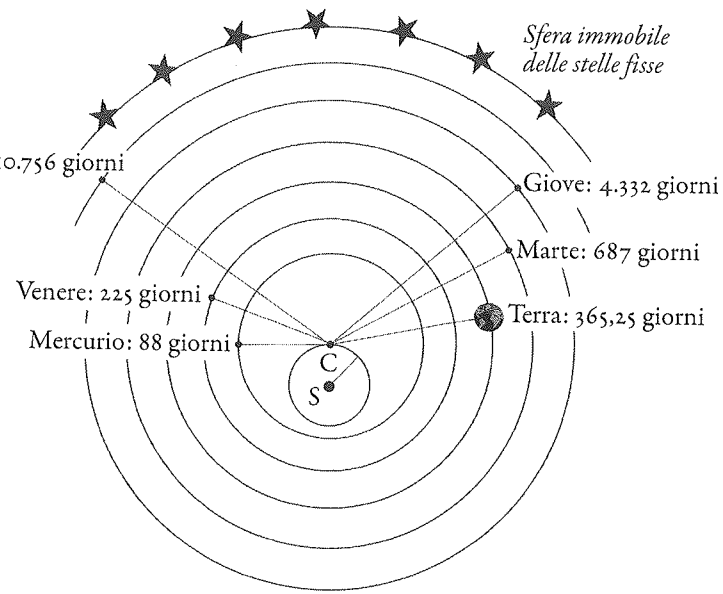
34. Come ha scritto Lovejoy (1966, p. 123), infatti, alle convinzioni sue caratteristiche Bruno «non fu indotto dalla riflessione sulle conseguenze della dottrina copernicana o da osservazioni astronomiche. Quelle convinzioni furono in lui, in primo luogo e quasi interamente, una deduzione dal principio della pienezza o dal presupposto su cui questo si fondava, il principio di ragion sufficiente. Il *Timeo*, Plotino ("principe dei filosofi", secondo Bruno) e la Scolastica, non il *De revolutionibus*, furono le fonti principali della sua dottrina. Si può dire che Bruno prosegue la filosofia di Abelardo, estendendone le argomentazioni al campo dell'astronomia. Le sue premesse sono in fondo le stesse da cui Dante concludeva all'infinità virtuale delle gerarchie celesti e all'attualizzazione di tutte le possibilità dell'essere; ma ora esse sono applicate al problema del numero di sistemi stellari potenziali cui si deve supporre che l'Eterna Potenza abbia impartito esistenza attuale. In breve, proprio in quegli aspetti del suo insegnamento per cui più sembra araldo e campione di una moderna concezione dell'universo, Bruno è in realtà, nel modo più completo, il continuatore di un certo filone della metafisica platonica e della teologia medievale. Quella dell'"infinità dei mondi", è vero, era notoriamente una tesi di Democrito e degli Epicurei, ma ciò operava contro la tesi stessa e non in suo favore: fu la possibilità di dedurla da premesse assai più ortodosse di quelle democritee ad assicurarne il trionfo nel corso del Seicento».

35. Cfr. De Pace (2009).

36. Cassirer (1978, vol. I, p. 309).

37. Koestler (1981, p. 113).

FIGURA 2.3
Rappresentazione schematica dell'universo copernicano



S rappresenta il Sole e *C* il centro dell'orbita della Terra.

bia e – fatto non secondario – sull'evidenza del senso comune. Dei sei libri che compongono il *De revolutionibus*, è nel primo che Copernico delinea compiutamente la nuova immagine dell'universo eliocentrico. Più nello specifico, esso dovrebbe però dirsi *eliostatico* o *geocinetico*, dal momento che nell'opera copernicana il centro dell'universo coincide con il centro dell'orbita della Terra intorno al Sole, la cui sola funzione è peraltro quella di illuminare il cosmo nella sua interezza: un punto, in altri termini, che si trova proprio in prossimità del Sole e che funge anche da centro dei moti circolari degli altri pianeti (FIG. 2.3).

A differenza di quanto espresso in forma anonima dal teologo luterano Andreas Osiander (1498-1552) nella celebre prefazione *Ad lectorem de hypothesibus huius operis*, il modello copernicano non si presenta come una mera ipotesi matematica[38], ma come una vera e propria descrizione fisica del mondo. Al centro dell'universo si trova, immobile, il Sole, attorno a cui ruotano la Terra e i pianeti allora

38. Copernico (1979, pp. 165-7).

conosciuti, cioè Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno. La Terra, poi, gira anche su sé stessa, dando così origine al moto apparente del Sole – «Dio visibile», luce fisica e spirituale che, «come su un trono regale, governa la famiglia degli astri che gli sta intorno»[39] – ma anche dei pianeti e delle stelle. Attorno alla Terra (che compie pure un terzo movimento che fa descrivere all'asse terrestre la superficie di un cono da est a ovest) ruota solo la Luna, mentre all'estremo limite del cosmo si colloca la sfera *immobile* delle stelle fisse, costanti per luminosità, numerosità e dislocazione. Se è vero che in questa particolare disposizione dei corpi celesti – che assume le fattezze di un «tempio bellissimo» – si trovano «una ammirevole simmetria del mondo e un rapporto armonico preciso tra movimento e grandezza delle sfere»[40], non c'è dubbio che in questo nuovo modello dell'universo siano molti di più gli elementi di conservazione rispetto a quelli di effettivo rinnovamento. Per quanto non appaia più strutturato gerarchicamente (fatta eccezione per il Sole e per la sfera delle stelle fisse, considerati come poli di perfezione con in mezzo i pianeti), l'universo di Copernico – e di riflesso la sua concezione dello spazio – appare ancora ben *ordinato*, dalla forma *sferica*, *unico* e *chiuso* dal cielo delle stelle fisse. Le sfere planetarie rappresentano ancora entità materiali reali e incorruttibili, in ossequio a una tradizione che vede nella sfera (e nel moto circolare uniforme) l'ideale della perfezione: «sia perché questa è la forma più perfetta di tutte, non bisognosa di commessura ma tutta in sé compatta, sia perché la sfera, di tutte le figure, è la più capace, tale cioè da essere in grado di contenere e di custodire ogni cosa»[41], ma anche perché tanto il Sole quanto la Luna e le stelle sono di tale forma e tendono a delimitarsi in tale modo. Da ultimo, la traiettoria perfettamente circolare (e non ancora ellittica) riconosciuta da Copernico alle orbite dei pianeti impone ancora l'uso di complicati artifici teorici, come quello degli *epicicli* e dei *deferenti*, già ampiamente descritti e utilizzati nell'*Almagesto* da Tolomeo.

Rispetto ad Aristotele, però, Copernico respinge l'idea secondo cui «di là dal cielo non c'è corpo, né luogo, né vuoto, e assolutamente nulla»[42]: sarebbe davvero strano che qualcosa possa essere contenuto

39. Ivi, pp. 212-3.
40. Ivi, p. 213.
41. Ivi, p. 182.
42. Ivi, p. 199.

o fermato dal nulla. Di contro, «se poi il cielo fosse infinito, e finito solo per la cavità interna, sarebbe forse ancor più constatabile che di là dal cielo non c'è proprio niente, perché, qualsiasi dimensione possieda, tutto sarebbe in lui; ma il cielo rimarrebbe immobile»[43]. In altri termini, Copernico sembra qui sollevare la questione dell'*eventuale* infinità dell'universo, il che permetterebbe di scartare il paradosso originato dalla tesi della sua finitezza, sapendo che esso sarebbe limitato dal *nulla*. D'altra parte, l'argomento principale con cui la tradizione aristotelica si sforza di provare che l'universo è finito è il movimento: secondo Aristotele, infatti, ciò che si muove in modo circolare non può che essere finito, mentre ciò che è infinito non può girare, così che il movimento del cielo come totalità è possibile solo nel senso della circolarità su sé medesimo[44]. Copernico rifiuta di prendere una posizione specifica in merito, delegando ai filosofi naturali il compito di risolvere il problema della finitezza o dell'infinità dell'universo: ciò che gli sembra più essenziale, al contrario, è soprattutto la questione dell'immobilità – da lui sostenuta – dell'ultima sfera correlativa al movimento della Terra. Quest'ultima sfera, che segna i confini dell'universo, non viene però mai affermata come *infinita*, ma più propriamente come *immensa* (ovvero *non misurabile*), ed è proprio tale immensa altezza «che fa sì che svanisca dagli occhi l'orbe del moto annuale o la sua immagine; poiché ogni cosa visibile ha un certo limite di distanza di là dal quale non la si vede più, come si dimostra in ottica»[45]. Di fatto, dunque, lo spazio di Copernico è ancora essenzialmente finito, conchiuso all'interno della sfera *materiale* delle stelle fisse, il cui centro è occupato dal Sole e al di là della quale – vale a dire oltre l'immensità che la caratterizza – non si dà effettivamente alcun luogo o alcuno spazio:

> La prima e la più alta di tutte è la sfera delle stelle fisse che contiene se stessa e ogni cosa, e che perciò è immobile: certamente è il luogo dell'universo a cui si riferiscono il movimento e la posizione di tutti gli altri astri. Infatti, mentre alcuni pensano che anche quella si muova in qualche modo [per spiegare la precessione degli equinozi], noi, invece, nella spiegazione del movimento terrestre, daremo un'altra causa del perché appaia così. Segue, primo dei pianeti,

43. *Ibid.*
44. Cfr. *De caelo*, I 5, 271b20-273a6 (Aristotele, 1983b, pp. 250-3).
45. Copernico (1979, p. 214).

> Saturno, che compie il suo circuito in trent'anni. Dopo di questo, Giove, che si muove con una rivoluzione di dodici anni. A Giove vien dietro Marte, che ruota completamente in due anni. Il quarto posto è occupato dalla rivoluzione annuale [della sfera] in cui abbiamo detto che è contenuta la terra con l'orbe lunare come se fosse un epiciclo. Al quinto posto Venere che ritorna ogni nove mesi. Infine, il sesto posto è occupato da Mercurio che corre attorno in ottanta giorni. In mezzo a tutti sta il Sole[46].

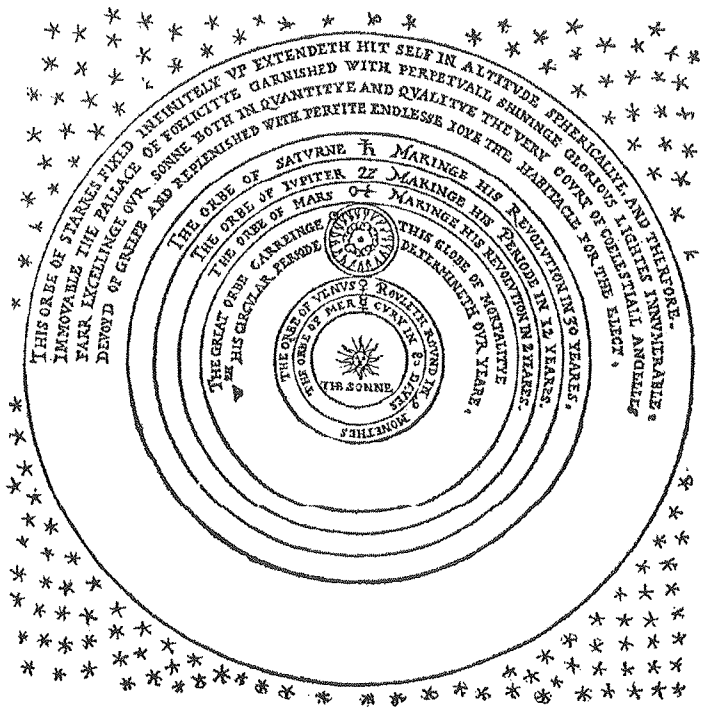
Gli aspetti palesemente conservatori del *De revolutionibus orbium coelestium* non ne eliminano in ogni caso la portata innovatrice. Al contrario, come ha sottolineato anche il filosofo e storico della scienza americano Thomas Kuhn (1922-1996), più che rappresentare un'opera rivoluzionaria «il libro costituì la miccia di una rivoluzione, che esso aveva a mala pena delineato»[47]. Nel suo complesso, infatti,

> il *De revolutionibus* rimane, pressoché interamente, nell'ambito dell'antica tradizione astronomica e cosmologica; eppure, nella sua struttura sostanzialmente classica si possono rilevare alcune innovazioni che mutarono l'indirizzo del pensiero scientifico in maniera non prevista dal suo autore e diedero origine ad una rottura rapida e completa con la tradizione antica. Esaminato nella prospettiva della storia dell'astronomia, il *De revolutionibus* presenta una duplice natura. È, ad un tempo, antico e moderno, conservatore e radicale. La sua importanza può esser quindi evidenziata soltanto se si considerano contemporaneamente il suo passato e il suo futuro, la tradizione da cui esso deriva e la tradizione che da esso scaturisce[48].

Nel solco della teoria copernicana, un passo significativo nella direzione di una rinnovata concezione della spazialità è compiuto dall'astronomo e matematico britannico Thomas Digges (1546-1595) nel suo trattato *A perfit description of the Caelestiall Orbes*, pubblicato nel 1576 in appendice al *Prognostication everlasting* del padre Leonard Digges (1515-1559). A Digges, che traduce liberamente in inglese una parte del *De revolutionibus* di Copernico, si deve un'operazione dall'alto valore simbolico: la *rottura*, seppure ancora su un piano più teologico-metafisico che strettamente fisico, della sfera delle stelle fisse (FIG. 2.4). Di fatto, nell'universo di Digges le stelle appaiono rimosse dall'ultima

46. Ivi, pp. 211-2.
47. Kuhn (2000, p. 173).
48. *Ibid.*

FIGURA 2.4
L'universo copernicano infinito di Thomas Digges



sfera immobile e sparse al suo esterno attraverso uno spazio infinito che si configura – in un modo per certi aspetti affine a quello di Cusano e Palingenio Stellato[49] – come una corte divina, sede e abitazione degli eletti e delle schiere celesti.

49. Una differenza di rilievo è però data dal fatto che Digges, rispetto per esempio a Cusano, riconosce il centro dell'universo infinito nel Sole. Ciò che tuttavia Digges omette di spiegare è l'effettiva possibilità di un centro all'interno di un universo infinito. Come già dimostrato da Cusano, infatti, uno spazio infinito non può avere un centro, dal momento che ogni suo punto può essere considerato del tutto equivalente. Ciò spinge a ritenere, come ha sottolineato in proposito anche Koyré (1979, p. 37), che «Thomas Digges colloca le sue stelle in un firmamento teologico, non in un cielo astronomico. Di fatto, non siamo molto lontani dalla concezione di Palingenio – conosciuto e citato dal Digges – e forse più vicini a lui che a Copernico. Palingenio, è vero, colloca il suo cielo sopra le stelle, mentre Digges le situa al suo interno: tuttavia, questi conserva la separazione tra il nostro mondo – quello del sole e dei pianeti – e

Per la verità, a quest'ordine di considerazioni Digges non arriva soltanto in forza di particolari intuizioni o convinzioni metafisiche, ma anche grazie ad alcune mirate indagini sperimentali. Nel 1572, infatti, egli aveva cercato di determinare la parallasse di una *supernova* (già oggetto delle osservazioni di Tycho Brahe[50]) e ne aveva concluso che la stella – a differenza di quanto sostenuto da Aristotele, per il quale tra le stelle fisse non si rende possibile alcun cambiamento fisico – doveva trovarsi ben oltre l'orbita della luna. Ciò nonostante, la pur originale caratterizzazione dell'universo infinito di Digges, inteso come spazio o luogo infinito e divino, si ferma ancora alla sua più intima matrice teologica. Non è un caso, infatti, che illustrando il proprio modello di universo Digges utilizzi queste parole per descrivere quanto si trova al di là della sfera di Saturno:

La sfera delle stelle fisse infinitamente eccelsa si estende sfericamente in altezza ed è quindi l'immobile edificio della felicità, ornato di innumerevoli maestose luci, eternamente risplendenti, che superano di gran lunga il nostro Sole in quantità e in qualità; la vera corte degli angeli celesti; priva di dolore e ricolma di gioia assoluta e senza fine; dimora degli eletti[51].

Veniamo ora a Giordano Bruno (1548-1600), l'«*enfant terrible* dei pensatori italiani del sedicesimo secolo»[52]. La sua vicenda biografica e intellettuale è quanto mai nota e non necessita di alcun richiamo specifico. Ciò che ci preme mettere qui in evidenza è invece la sua particolare idea di spazio, alternativa a quella aristotelica e sviluppata nel quadro di una filosofia della natura dalla forte connotazione mistica, magica e panteistico-speculativa. Alla base del pensiero bruniano si

la sfera celeste, sede di Dio, degli angeli e dei santi. Inutile dire che non v'è posto per il Paradiso nel mondo astronomico di Copernico».

50. In particolare, Brahe rileva la comparsa di una *stella nuova* già nell'autunno 1572, assestando un duro colpo all'idea aristotelica dell'immutabilità e della perfezione dei cieli: di fatto, il fenomeno osservato da Brahe e ripreso da Digges introduce il principio della generazione e della corruzione anche tra gli astri. A ciò si unisce, nel 1577, l'individuazione e la misurazione della parallasse (cioè dello spostamento apparente sulla volta celeste) di una cometa, con cui Brahe riesce a dimostrare – ancora una volta contro Aristotele, secondo cui le comete sarebbero dei vapori terrestri *incendiati* posti al di sotto del cielo lunare – che essa distava dalla Terra almeno sei volte di più della Luna e che aveva un'orbita non più circolare, bensì *ellittica*.

51. Cfr. Digges (1576, folio 43) e FIG. 2.4. Cfr. anche Johnson, Larkey (1934, p. 78).

52. Butterfield (1998, p. 69).

trova il riconoscimento dell'unità originaria di pensiero e materia, in cui l'Uno-Dio infinito coincide con la Natura e si moltiplica in infinite sussistenze mediante un processo di *discesa* necessario e immanente alla stessa divinità. Da ciò Bruno deduce l'infinità spaziale e temporale del cosmo in cui Dio si espande e si manifesta, la pluralità dei mondi, la necessità di riconoscere il divino ovunque e la conseguente morale degli *eroici furori* come impeto razionale e atto di libertà che conduce alla rottura delle leggi deterministiche del fato e al ritorno all'amore infinito dell'Uno in quanto Natura infinita[53].

Lo spazio è per Bruno un ente infinito e uniforme, una quantità continua e indivisibile capace di comprendere tutto senza essere compresa da alcunché. Già nel dialogo terzo della *Cena de le Ceneri* (1584), dedicato alla confutazione delle classiche obiezioni aristotelico-tolemaiche al moto della terra, Bruno riconosce «il mondo essere infinito, e però non esser corpo alcuno in quello al quale simplicimente convegna essere nel mezzo, o nell'estremo, o tra que' dua termini: ma per certe relazioni ad altri corpi e termini intenzionalmente appresi»[54]. In altri termini, lo spazio è qui concepito come un contenente universale – «un corpo aereo, etereo, spirituale, liquido, capace di loco di moto e di quiete, sino immenso et infinito»[55] – che, «essendo effetto e principiato da una causa infinita e principio infinito, deve secondo la capacità sua corporale e modo suo essere infinitamente infinito»[56]. All'interno di questo spazio infinito, che contiene e sostiene tutte le cose, non si danno determinazioni di luogo e direzione in senso assoluto, giacché queste hanno senso solo per i corpi considerati nella loro relazione reciproca.

Considerazioni più radicali relative alla natura dello spazio si trovano però in altre due opere del filosofo nolano: il dialogo italiano *De l'infinito, universo e mondi* (1584) e il poema latino *De immenso et innumerabilibus* (1591). Il punto di partenza della critica bruniana alla fisica di Aristotele è di natura epistemologica. Secondo Bruno, infatti, il discorso sull'infinito può trovare svolgimento non sulla base del *senso* (limitato all'interno di orizzonti finiti), ma sulla base di un *discorso razionale*, giacché «non è senso che vegga l'infinito, non è senso da cui si

53. Cfr. Bruno (2000c).
54. Bruno (2000a, p. 76).
55. Ivi, p. 77.
56. *Ibid.*

richieda questa conchiusione: per che l'infinito non può essere oggetto del senso»[57]. Del resto, la concezione aristotelica di un cosmo gerarchico, chiuso e qualitativamente distinto in zone (sublunare e celeste) deriva la propria capacità persuasiva da conferme di ordine meramente sensibile. Al contrario, a partire da argomentazioni rigorosamente razionali (di matrice teologica) è possibile dedurre una nuova cosmologia che movendo dall'infinita perfezione di Dio pervenga alla definizione di un cosmo – e dunque di uno spazio – infinitamente ricco e pieno di infiniti mondi:

> Non bisogna dumque cercare se estra il cielo sia loco, vacuo, o tempo; perché uno è il loco generale, uno il spacio inmenso che chiamar possiamo liberamente vacuo: in cui sono innumerabili et infiniti globi, come vi è questo in cui vivemo e vegetamo noi. Cotal spacio lo diciamo infinito, perché non è raggione, convenienza, possibilità, senso o natura che debba finirlo: in esso sono infiniti mondi simili a questo, e non differenti in geno da questo; perché non è raggione né difetto di facultà naturale, dico tanto potenza passiva quanto attiva, per la quale, come in questo spacio circa noi ne sono, medesimamente non ne sieno in tutto l'altro spacio che di natura non è differente et altro da questo[58].

Da questo punto di vista, il poema *De immenso et innumerabilibus* costituisce la fonte più chiara e completa di quella «grande, difficile e straordinaria impresa»[59] che è la filosofia bruniana dello spazio infinito. L'opera, che presenta notevoli affinità e concordanze con il dialogo *De l'infinito, universo e mondi*, si articola in otto libri in cui il tema dell'infinità dello spazio e della pluralità dei mondi si inserisce in un quadro teorico più ampio che coinvolge la fisica aristotelica e la dottrina copernicana e che offre importanti spunti di carattere scientifico come la critica alle teorie dell'epiciclo lunare, degli orbi planetari e dell'immutabilità del cielo, la teoria del moto a spirale e quella del movimento del Sole. La teoria bruniana dello spazio si trova organicamente esposta soprattutto nel primo libro: qui, all'affermazione «che infiniti mondi si innalzano, di cui alcuni sono Soli lucenti, di minor grandezza»[60] e al riconoscimento dell'impossibilità di stabilire un centro o un punto

57. Bruno (2000b, p. 324).
58. Ivi, p. 439.
59. Bruno (1980, p. 423).
60. Ivi, p. 427.

di osservazione privilegiato nell'universo infinito[61] si accompagna una vivace polemica nei confronti delle «sciocchezze dei Peripatetici»[62] sulla natura del luogo, dello spazio e dell'infinito. Secondo Bruno, infatti, Aristotele, pur desiderando porre un limite allo spazio dell'universo, non è riuscito a innalzare «mura sufficienti a costringerlo»[63] ed è arrivato all'ingenua conclusione, logicamente conseguente alla sua definizione di luogo, secondo cui esso non sarebbe collocato in nessun luogo[64]. In realtà, è la stessa definizione di luogo come limite adiacente al corpo contenente a essere «inadatta»[65], giacché rende inesistente lo spazio per l'ultima sfera delle stelle fisse e toglie conseguentemente ogni significato a qualsiasi domanda relativa a ciò che starebbe *al di là* del mondo, vale a dire oltre i limiti dell'universo. A questo proposito, per dimostrare l'assurdità di ogni concezione finitistica dell'universo e far dunque svanire «le fantastiche muraglia de le prime, ottave, none, decime, et altre che vi s'avesser potute aggiongere sfere per relazione de vani matematici e cieco veder di filosofi volgari»[66], Bruno si rifà al già menzionato esperimento mentale di Lucrezio[67] e si domanda:

Se all'epicureo fosse possibile giungere fino alle estreme plaghe del cielo e scagliare dall'estremo margine una rapida freccia, forse che essa non riuscirebbe ad oltrepassarle? Certamente le oltrepasserà, se vibrata con valide forze e la

61. Scrive infatti Bruno: «Non è che, rispetto all'universo, tu possa dire di essere più al centro che in qualsiasi altro luogo; poiché è evidente che tutto all'intorno, ugualmente, da qualunque parte, si apre uno spazio infinito, che contiene infiniti astri e mondi» (ivi, p. 428). Del resto, «se fossimo su qualsiasi altro astro, ugualmente noi saremmo al centro e la Terra di là non meno sembrerebbe trovarsi su un punto della circonferenza» (ivi, p. 423). Di conseguenza, «il centro dello spazio infinito può essere stabilito dovunque. Da ogni parte, ugualmente, infatti, si estende un'uguale grandezza. Bisogna, quindi, convincersi che non un limite incombe sui corpi della natura, ma l'armonia della vita, contemplata dal senso e dall'anima che è in essi» (ivi, p. 433).

62. Ivi, p. 438.

63. Ivi, p. 436.

64. È quanto Bruno fa infatti dire a Filoteo in *De l'infinito, universo e mondi*: «In somma per venir direttamente al proposito: mi par cosa ridicola il dire che estra il cielo sia nulla, e che il cielo sia in se stesso, e locato per accidente, e loco per accidente, *idest* per le sue parti» (Bruno, 2000b, p. 327).

65. Bruno (1980, p. 444).

66. Bruno (2000a, p. 28).

67. Com'è noto, dopo secoli di oblio, il *De rerum natura* era stato riscoperto nel 1417 dall'umanista aretino Poggio Bracciolini (1380-1459). Sull'esperimento mentale di Lucrezio, cfr. CAP. 1, p. 24, nota 9.

mèta sarà superata dal dardo scagliato per cui un altro spazio ti si dovrà aprire dinanzi e se ancora tu volessi chiuderlo, lo apriremo con un identico argomento. Se il dardo che viene lanciato non procede oltre, allora esiste qualcosa di limitato e che ugualmente da ogni parte chiude la via e che tu consideri capace di respingere e di opporsi, qualcosa che è limitato in modo diverso da come il corpo è limitato dall'atto dell'anima e la materia dall'atto della forma[68].

In polemica con Aristotele, Bruno sembra così avvicinarsi alla concezione epicurea dello spazio come un *vuoto infinito*, dove il movimento e l'urto degli atomi dà luogo a un numero indefinito di mondi, ma anche dove rimangono vuote intere porzioni di spazio (in quanto condizione necessaria per il movimento). In realtà, la posizione di Bruno si discosta significativamente dal quadro teorico lucreziano: lo spazio, per così dire, *desidera* la materia e di essa è in qualche modo sempre *pieno*[69], non restando di riflesso *indifferente* al fatto di essere occupato oppure vuoto. Nell'ottica bruniana, infatti, Dio agisce con tutta la sua infinita potenza nell'unica produzione di un universo infinito ed eterno come diretta derivazione divina, il cui spazio (omogeneo) è totalmente pieno di materia: pertanto, l'infinita potenza divina deve *necessariamente* esplicarsi in un universo infinito, riempito ovunque di corpi, mentre una vacuità dell'universo corporeo comporterebbe una mancanza di potenza nello stesso principio supremo. Ovviamente l'infinità divina e l'infinità dell'universo non sono la stessa cosa: declinando in chiave cosmologica i temi cusaniani del *De docta ignorantia*, Bruno riconosce che l'universo è infinito in quanto consta di parti innumerevoli ma finite, mentre Dio è infinito *totalmente*, dal momento che è portatore,

68. Bruno (1980, p. 442).

69. Si tratta, in altri termini, di ciò che Lovejoy ha denominato *principio di pienezza*, la cui origine è rintracciata nel *Timeo* platonico. Con questo termine, Lovejoy (1966, p. 57) indica «non solo la tesi secondo la quale l'universo è un *plenum formarum* in cui trova esauriente esemplificazione la serie di tutte le possibili varianti di generi di cose viventi, ma anche qualsiasi altra deduzione fondata sul presupposto che nessuna vera potenzialità dell'essere possa restare inattuata, che l'estensione e la ricchezza della creazione debbano essere tanto grandi quanto la possibilità di esistenza, e proporzionati alla capacità produttiva di una Fonte "perfetta" ed inesauribile, e che il mondo tanto è migliore quante più cose contiene». Applicato al discorso bruniano, questo principio può essere inteso nel modo seguente: l'infinita potenza divina deve necessariamente esplicarsi in un universo infinito, riempito ovunque di corpi, così che una vacuità dell'universo corporeo comporterebbe di riflesso una mancanza di potenza nel principio supremo.

nell'unità e nella perfezione della sua sostanza, di attributi parimenti infiniti[70].

Al di là di queste vivaci caratterizzazioni dal forte sapore speculativo, in un capitolo particolarmente significativo del primo libro del *De immenso et innumerabilibus* Bruno perviene anche a una più precisa definizione di spazio che senza dubbio risente dell'influenza, peraltro esplicitamente riconosciuta, di Giovanni Filopono:

> Quindi lo spazio è una certa quantità fisica continua, che consta di tre dimensioni, in cui si colloca la grandezza dei corpi, natura che è prima di tutti i corpi e al di là di tutti i corpi, che accoglie indifferentemente ogni cosa, al di là delle condizioni di azione e di passione, non soggetta a mescolanza, impenetrabile, informabile, incollocabile, che è al di là di tutto e tutto comprende, che, senza essere compresa, contiene tutto al suo interno[71].

A ciò fa seguito l'elenco di una serie di proprietà o caratteristiche dello spazio che possiamo enucleare, parafrasando la lezione bruniana[72], nei termini seguenti. Secondo Bruno, lo spazio: 1. è una *quantità* resa evidente dai diversi rapporti di uguaglianza che ha con i corpi contenuti e compresi; 2. è una *quantità continua* e ad essa non appartiene nessuna grandezza fisica continua la cui divisione attuale sia impossibile; 3. è, tra tutti gli enti fisici, l'*ente primo e necessario* per natura, dal momento che non solo precede i corpi che lo occupano, ma rimane immobile mentre i corpi si succedono al suo interno; 4. è un *ente fisico*, perché non può in alcun modo essere separato dall'esistenza delle cose naturali ma, non essendo né materia né forma né un composto di entrambe, deve essere considerato *extranaturale* e *prenaturale*; 5. *accoglie indifferentemente* tutte le cose; 6. *non* è *partecipe* di alcuna forma o qualità e dunque non è né attivo né passivo; 7. *non si mescola* con i corpi ma funziona come

70. Così Bruno (2000b, p. 335), in *De l'infinito, universo e mondi*, fa dire a Filoteo che «dico l'universo "tutto infinito" perché non ha margine, termino, né superficie; dico l'universo non essere "totalmente infinito" perché ciascuna parte che di quello possiamo prendere è finita, e de mondi innumerabili che contiene, ciascuno è finito. Io dico Dio "tutto infinito" perché da sé esclude ogni termine, et ogni suo attributo è uno et infinito; e dico Dio "totalmente infinito" perché tutto lui è in tutto il mondo, et in ciascuna sua parte infinitamente e totalmente; al contrario dell'infinità de l'universo, la quale è totalmente in tutto, e non in queste parti (se pur referendosi all'infinito possono esser chiamate parti), che noi possiamo comprendere in quello».

71. Bruno (1980, p. 445).

72. Cfr. ivi, pp. 445-6.

loro ricettacolo immobile; 8. è *impenetrabile*, giacché solo le grandezze discontinue sono penetrabili; 9. *non* è *modellabile* o *formabile*, dal momento che solo la materia è soggetta ad alterazioni formali; 10. è *illocabile*, perché non sussistono né lo spazio dello spazio, né il luogo del luogo; 11. è *esterno* ad ogni cosa, perché ogni cosa ha un contorno e una figura oltre a cui non si può pensare che lo spazio; 12. *non* è *compreso* (*incomprehensum*) da nulla, non si trova cioè all'interno di alcunché, ma è tale da uguagliare le dimensioni degli oggetti alle proprie, come la lucentezza di un cristallo dipende dalle sue dimensioni; 13. è *uguale* al locato, perché il locato non può essere più grande dello spazio in cui si trova; 14. *non esiste* fuori dai corpi, perché neppure con l'immaginazione o il pensiero è possibile pensare i corpi fuori da un determinato luogo; 15. *non* è *sostanza* né *accidente*, dal momento che non è ciò da cui derivano le cose né ciò che è nelle cose, bensì ciò in cui, per natura, le cose sono localmente *prima*, *con* e *dopo* le cose locate.

Da questo lungo elenco di caratteristiche possiamo ricavare un'idea generale di spazio come di una quantità infinita, omogenea, immobile, fisica, tridimensionale, continua e indipendente che precede, contiene e riceve tutte le cose indifferentemente, nonostante la sua impenetrabilità. Applicate a una concezione cosmologica più generale, le idee di Bruno sullo spazio – al di là del riconoscimento del carattere aperto, infinito e divino dell'universo, dell'esistenza di una pluralità di sistemi solari abitati da creature senzienti e razionali e del superamento del dualismo astronomico di matrice aristotelico-tolemaica tra mondo celeste e mondo sublunare – segnano un deciso superamento della concezione aristotelica dello spazio (e della sua categorizzazione) con uno spazio essenzialmente di tipo euclideo, omogeneo, infinito e acentrico. Ciò nonostante, l'idea di uno spazio infinito e relativo non può dirsi ancora definitivamente acquisita. Al contrario, nel corso del XVII secolo le teorie di Bruno sono oggetto di un'accoglienza timida, se non vengono perfino respinte come il prodotto di una mente esaltata ed eretica, tanto da parte degli ambienti scientifici più accreditati (da Tycho Brahe a Keplero, fino a Galilei) quanto da parte della cultura filosofica più conservatrice e del mondo cattolico, calvinista e luterano.

Non sono però mancate, in questo contesto, alcune posizioni alternative e sotto molti aspetti vicine alle tesi bruniane. Basti pensare, solo per fare un esempio, al filosofo britannico Henry More (1614-1687) e allo scrittore e giurista francese Bernard Le Bovier de Fontenelle (1657-1757). Legato al circolo dei platonici dell'Università di Cambridge,

More elabora una cosmologia infinitistica che vede nello spazio – caratteristica di tutte le sostanze, siano esse spirituali e materiali – un'estensione immateriale *eterna*, *infinita*, *immobile* e *indivisibile* che contiene tutto ed è duratura espressione dell'essenza e dell'onnipotenza divina. Come tale, secondo More, lo spazio rappresenta il punto di riferimento immutabile rispetto a cui diviene possibile identificare il moto *vero* o la quiete *vera* di un corpo. Sviluppato in opposizione all'identificazione cartesiana di spazio e materia, quest'ordine di idee troverà – come si noterà meglio più avanti – un'importante rielaborazione nell'opera di Isaac Newton[73] e in modo particolare nella sua concezione dello spazio assoluto come *sensorium Dei*. Dal canto suo Fontenelle, con opere come gli *Entretiens sur la pluralité des mondes* (1686) e gli *Éléments de la géométrie de l'infini* (1727), contribuisce in modo significativo alla diffusione, anche nella mentalità comune, di un modello astronomico-cosmologico *lato sensu* bruniano che trova proprio nel riconoscimento dell'esistenza di altri mondi e nell'affermazione del carattere infinito dell'universo i propri assi teorici fondamentali.

2.3
Il nuovo universo infinito e le cautele di Keplero e Galilei

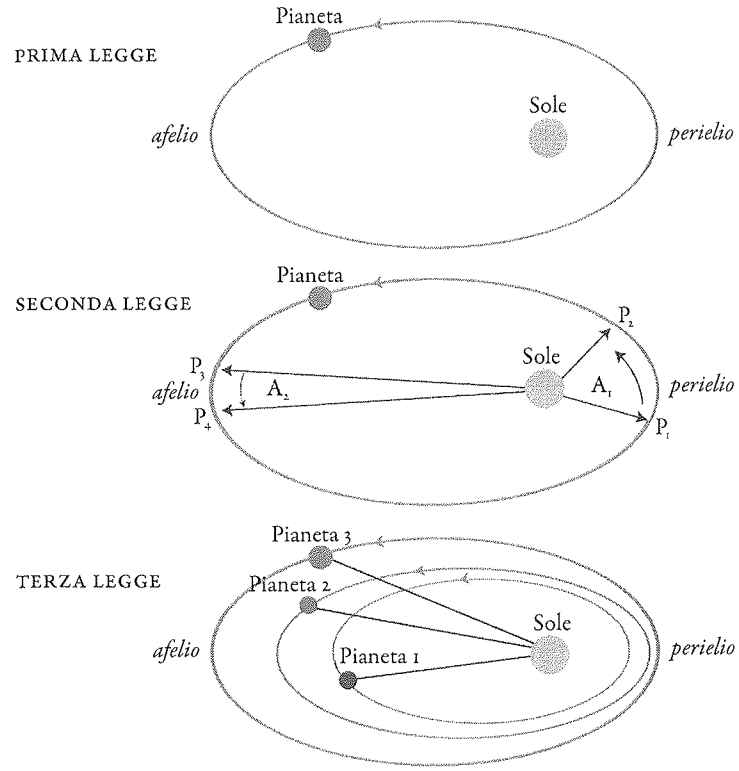
Se è pur vero che il naturalismo italiano rinascimentale ha contribuito a svincolare il tradizionale concetto di spazio dalla struttura categoriale aristotelico-scolastica e dalle relative ricadute sul piano fisico e cosmologico, non si può tuttavia negare come la concezione essenzialmente metafisica dell'infinità dell'universo abbia trovato significative obiezioni o perplessità in almeno due dei principali protagonisti della rivoluzione scientifica del XVII secolo: Johannes Kepler (1571-1630) e Galileo Galilei (1564-1642)[74].

Il contributo di Johannes Kepler (o Keplero, secondo la consueta dizione italiana) allo sviluppo dell'astronomia moderna si snoda attraverso alcuni momenti fondamentali, come il riconoscimento nella

73. Su More e Newton, cfr. in particolare Hall (1996, pp. 202-41). Sul concetto di spazio in More, cfr. anche CAP. 3, pp. 117-8.

74. Per un'adeguata contestualizzazione storico-critica sui due autori, cfr. Bucciantini (2007). Sull'itinerario biografico e intellettuale di Galilei, cfr. almeno Camerota (2004).

FIGURA 2.5
Rappresentazione schematica delle tre leggi di Keplero sul moto dei pianeti



teoria copernicana di una verità fisica, l'elaborazione di un modello cosmologico influenzato dal misticismo pitagorico-platonico e soprattutto la formulazione delle tre leggi sul moto dei pianeti (FIG. 2.5). Le prime due leggi – che rispettivamente affermano che le orbite descritte dai pianeti intorno al Sole sono ellissi in cui il Sole occupa uno dei due fuochi e che nel movimento del pianeta il raggio che unisce il centro del pianeta al centro del Sole (detto *raggio vettore*) descrive aree uguali in tempi uguali[75] – si trovano esposte nell'*Astronomia nova*, pubblicata

75. In questo senso, la velocità dei pianeti non è costante, come invece è generalmente ritenuto dalla tradizione tolemaica. Al contrario, a essere costante è la *velocità areolare* (cioè la velocità con cui una superficie viene spazzata dal raggio vettore di

nel 1609[76]. La terza legge, secondo cui i quadrati dei tempi impiegati dai diversi pianeti a percorrere interamente la loro orbita stanno tra loro come i cubi degli assi maggiori delle ellissi descritte dai pianeti[77], è invece compiutamente presentata, dieci anni dopo l'*Astronomia nova*, nello scritto *Harmonices mundi* (1619)[78].

Profondamente influenzato dall'opera scientifica dell'astronomo danese Tycho Brahe (1546-1601)[79], Keplero ha elaborato una visione generale dell'universo e dello spazio come un sistema finito di corpi, la cui disposizione e i cui moti sono rivelatori di una sorta di disegno ordinato e armonico (non solo in senso strettamente matematico ma anche, letteralmente, musicale[80]) fondato su princìpi universali empiricamente dimostrabili. D'altra parte, alla concezione kepleriana dello spazio e alla sua negazione dell'infinità dell'universo concorrono almeno due ordini di fattori che possiamo enucleare nei termini seguenti: un fattore *metafisico*, di matrice pitagorica e platonica (o semiplatonica),

un punto che si muove lungo una curva) e non quella *periferica* o *tangenziale* (ovvero l'arco di ellisse percorso nell'unità di tempo), che invece è minima all'afelio e massima al perielio.

76. Cfr. Kepler (1937).

77. In altri termini, il quadrato del periodo di rivoluzione di un pianeta è proporzionale al cubo della sua distanza media dal Sole. Con questa legge, Keplero mette di fatto in relazione le distanze dei pianeti dal Sole con le rispettive durate di un'orbita completa: più un pianeta è lontano dal Sole, più tempo impiega a percorrere l'intera sua orbita.

78. Cfr. Kepler (1940).

79. Al *De mundi aetherei recentioribus phaenomenis* (1588) di Brahe si deve, com'è noto, una teoria geocentrica alternativa a quella copernicana. Brahe vede la Terra immobile al centro dell'universo mentre il Sole, attorno al quale orbitano tutti gli altri pianeti, orbita intorno ad essa insieme alla Luna e alla sfera delle stelle fisse. Ciò nonostante, i sistemi di Brahe e di Copernico possono essere ritenuti *equivalenti*, dal momento che il *moto relativo* della Terra rispetto al sistema solare è lo stesso sia se si ipotizza che essa si muova intorno al Sole, sia se si ipotizza il contrario. A differenza di Copernico, però, Brahe – che pure tradisce ancora una concezione essenzialmente finitistica dell'universo – sostituisce le tradizionali sfere materiali e solide su cui giacciono i pianeti con il concetto moderno (e immateriale) di *orbita*, riconoscendo nella *macchina del cielo* un corpo fluido, liquidissimo, semplicissimo e privo di ostacoli, al cui interno si muovono i corpi celesti.

80. Nell'*Harmonices mundi*, infatti, Keplero stabilisce analogie significative fra l'armonia musicale, la congruenza nelle forme geometriche e i fenomeni fisici. Oltre all'enunciazione della terza legge del moto dei pianeti, Keplero arriva a mettere a confronto le velocità angolari dei pianeti in vari punti delle loro orbite esprimendo tali rapporti in termini di proporzioni armoniche.

legato alle idee di *ordine* e *armonia* e al riconoscimento dell'oggettività del mondo nella proporzione matematica implicita in tutte le cose; un fattore *fenomenistico*, di matrice aristotelica (o semiaristotelica), che fa dell'indagine astronomica una scienza fondata sui fenomeni in quanto dati osservabili[81].

Consideriamo anzitutto il primo fattore. Nel 1596, Keplero pubblica un'opera, il *Mysterium cosmographicum*, dove la teoria copernicana (già di per sé permeata di temi ermetici) è sviluppata e integrata all'interno di una filosofia della natura che vede il cosmo come un «tempio pieno di luce divina»[82], geometricamente strutturato e organizzato dalla mente di un Dio matematico. Secondo Keplero, infatti, ogni aspetto dell'immensa architettura cosmica – un vero e proprio «libro della Natura»[83] – si fonda su *leggi archetipali*, presenti nella mente divina all'atto della creazione, che è possibile ricostruire attraverso la ragione matematica. Ciò si traduce nel riconoscimento di una corrispondenza reale tra il numero dei pianeti (e la dimensione delle loro orbite) e quello dei cinque solidi regolari, che già Platone aveva a suo tempo individuato come i costituenti fondamentali del mondo fisico. Nella *Praefatio ad lectorem* del *Mysterium cosmographicum*, così si esprime al riguardo Keplero:

> Con questa operetta, o lettore, il mio proposito era quello di dimostrare come il Creatore Ottimo Massimo, nella creazione di questo universo in movimento e nella disposizione dei cieli, abbia guardato ai cinque corpi solidi regolari, già conosciutissimi dai tempi di Pitagora e Platone fino a noi, e come abbia disposto, in accordo con le loro caratteristiche, il numero dei cieli, le loro proporzioni e il rapporto dei loro moti[84].

Come espressione dell'unità e della magnificenza divina, l'universo simboleggia la Trinità, e nella propria struttura incorpora un ordine e un'armonia matematica che è compito della scienza astronomica indagare e comprendere a fondo. D'altra parte, alla base del *Mysterium cosmographicum* è possibile ritrovare lo stesso *leitmotiv* che accompagna anche il *De revolutionibus orbium coelestium* di Copernico: Dio non

81. Sui presupposti filosofici dell'opera kepleriana, cfr. Martens (2000).

82. Kepler (1938a, p. 5). L'espressione compare nella dedica al barone Von Herberstein.

83. *Ibid.*

84. Ivi, p. 9.

può non aver creato un'opera perfetta e coerente con la perfezione che lo contraddistingue. Scrive ancora Keplero:

Di tre questioni ero soprattutto impegnato a ricercare i motivi per i quali sono così e non in altro modo: il numero, l'estensione e il periodo degli orbi. Mi incoraggiò in questo tentativo quella bella armonia delle cose immobili – il Sole, le stelle fisse e lo spazio intermedio – corrispondenti a Dio Padre, al Figlio e allo Spirito Santo [...]. Non avevo dubbi che le cose mobili mi avrebbero svelato la stessa armonia di quelle immobili. Affrontando il problema da un punto di vista numerico, ho considerato se un orbe non fosse il doppio, il triplo o il quadruplo di un altro[85].

Sono dunque le *cose mobili* – vale a dire la Terra e gli altri pianeti, che si muovono in uno spazio intermedio *immobile* e *finito* – a costituire la cifra più alta della perfezione geometrica dell'universo. Per spiegare l'esistenza di soli sei pianeti (rispetto al mondo antico, che ne contemplava sette, Copernico aveva infatti già *declassato* la Luna al ruolo di semplice satellite della Terra), Keplero immagina che le sfere concentriche dei pianeti siano come *intercalate* a solidi regolari inscritti e circoscritti ad esse (FIG. 2.6).

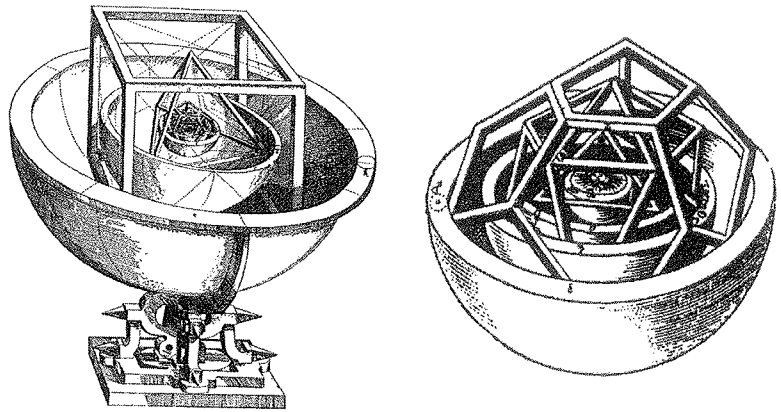
Ciascun solido regolare, infatti, può essere sia *inscritto* in una sfera, in modo che tutti i vertici ne tocchino la superficie, sia *circoscritto* ad essa, in modo che la sfera tocchi il centro di ciascuna faccia del solido. Dal momento che non esistono altri solidi regolari da intercalare, le sfere planetarie devono essere necessariamente sei, «invece che venti o cento»[86], e vanno a delineare una grande geometria invisibile – i solidi perfetti sono infatti immateriali, proprio come le orbite – che Keplero descrive sinteticamente in questo modo:

L'orbe della Terra è la misura di tutti gli altri orbi. Circoscrivi ad essa un dodecaedro: la sfera che a sua volta lo contiene è quella di Marte. Alla sfera di Marte

85. Ivi, pp. 9-10. L'idea di una corrispondenza tra la dimensione trinitaria divina e la struttura sferica dell'universo torna anche nel secondo capitolo del *Mysterium cosmographicum*, dove Keplero riafferma il compito dell'astronomia come studio della creazione e come contemplazione della sua bellezza secondo modelli geometrici assoluti. Secondo Keplero, infatti, Dio «ha aggiunto qualcos'altro di ancora più eccelso: l'immagine di Dio uno e trino nella superficie sferica, vale a dire del Padre nel centro, del Figlio nella superficie e dello Spirito nella regolarità del rapporto [σχέσεως] tra il centro e la circonferenza» (ivi, p. 23).

86. Ivi, p. 12.

FIGURA 2.6
L'universo nel modello proposto da Keplero nel *Mysterium cosmographicum* e particolare in cui si vedono le sfere di Marte, della Terra, di Venere e di Mercurio

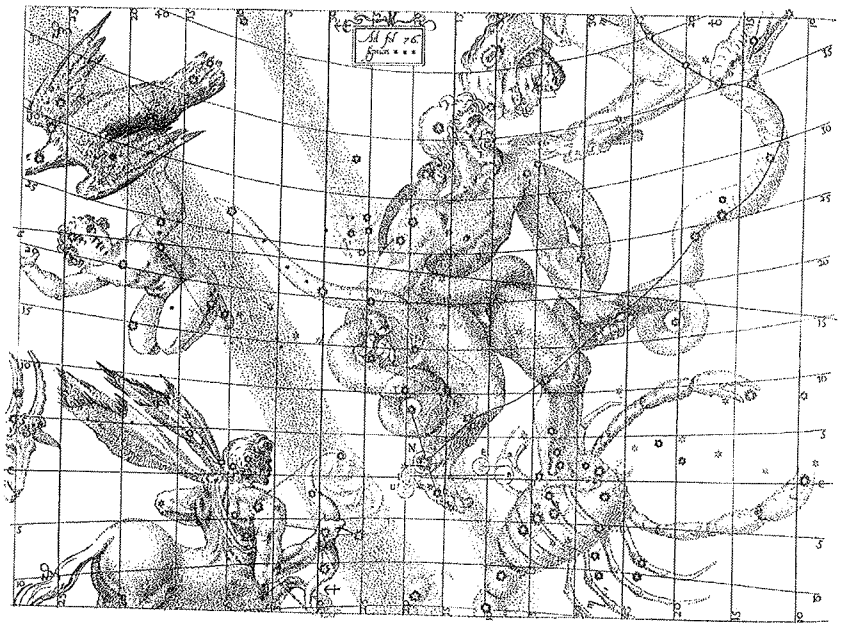


circoscrivi un tetraedro: la sfera che lo contiene è quella di Giove. Alla sfera di Giove circoscrivi un cubo: la sfera che lo contiene è quella di Saturno. Nell'orbe della Terra inscrivi un icosaedro: la sfera inscritta in esso è quella di Venere. A Venere inscrivi un ottaedro: a quello sarà inscritta la sfera di Mercurio. Qui trovi la ragione del numero dei pianeti[87].

In altri termini: il cubo divide la sfera di Saturno da quella di Giove; il tetraedro divide la sfera di Giove da quella di Marte; il dodecaedro divide la sfera di Marte da quella della Terra; l'icosaedro divide la sfera della Terra da quella di Venere; l'ottaedro divide la sfera di Venere da quella di Mercurio. Secondo un modello non più eliostatico (nel senso di Copernico) ma a tutti gli effetti eliocentrico, al centro dell'universo è collocato il Sole, pitagoricamente inteso come *occhio*, *focolare* e *motore* del mondo, i cui effetti benefici si propagano nel cosmo e si riverberano sull'ultima sfera delle stelle fisse. In questo contesto, per quanto Keplero arrivi ad assegnare all'universo un'estensione indefinitamente notevole, la sua visione dello spazio risulta ancora essenzialmente finitistica e si regge su una costruzione *a priori* dell'universo ritenuta come *probabile* almeno fino all'esatta determinazione empirica della dimensione delle varie orbite celesti. In ciò, tuttavia, Keplero si discosta

87. Ivi, p. 13.

FIGURA 2.7
La costellazione del Serpentario raffigurata nel *De stella nova*



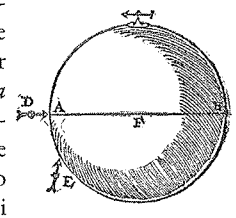
La supernova è segnalata con la lettera *N* sul piede destro della figura umana con il serpente.

notevolmente dalla sua originaria impostazione platonica, ritenendo essenziale – come già Tycho Brahe – il completamento della propria teoria con opportune e precise osservazioni astronomiche: quelle stesse osservazioni che lo condurranno da una parte a riconoscere l'inconciliabilità di questo modello cosmologico con i dati dell'esperienza e a formulare nuove ipotesi sul moto dei pianeti, e dall'altra a sviluppare diversamente le implicazioni fisiche della cosmologia copernicana.

La direttiva epistemologica di un'astronomia fondata sui fenomeni costituisce il secondo fattore in forza del quale Keplero rifiuta l'infinità dell'universo e dello spazio. A titolo d'esempio, ci limitiamo qui a considerare alcune affermazioni contenute in due scritti kepleriani particolarmente significativi: il trattato giovanile *De stella nova* (1606), dove Keplero avanza peraltro l'ipotesi che le stelle nuove siano condensazioni di materia proveniente dalla sfera delle stelle fisse e illuminate dal Sole, e la più matura *Epitome astronomiae copernicanae*, pubblicata tra il 1618 e il 1621.

Cercando di spiegare la comparsa (registrata nell'ottobre 1604) di una supernova nella parte di cielo occupata dal piede destro della costellazione del Serpentario o Ofiuco (FIG. 2.7), nel capitolo XXI del *De stella nova* Keplero si domanda se questo fenomeno – nel quale egli vede il segno dell'imminente ritorno di Cristo sulla terra – non possa in qualche modo implicare l'infinità dell'universo. La sua posizione al riguardo è ovviamente negativa e si oppone a quella di coloro che «non traggono l'inizio del ragionamento dai sensi, né accordano le cause delle cose con gli esperimenti, ma improvvisamente e quasi per una sorta di entusiasmo concepiscono e raffigurano nel loro cervello qualche opinione circa la costituzione del mondo»[88], piegando di riflesso ogni evidenza empirica ai propri personali convincimenti. È il caso non soltanto di quella *setta* di filosofi pagani – giustamente *criticati* e *confutati* dall'autorità di Aristotele – che già in passato avevano sostenuto l'infinità dell'universo[89], ma anche di autori moderni, come lo «sventurato Giordano Bruno»[90] o come il medico e filosofo naturale britannico William Gilbert (1544-1603), che pure ha esercitato non poca influenza su Keplero con le sue importanti osservazioni sul magnetismo[91]. L'idea che l'universo non abbia confini né centro

88. Kepler (1938b, p. 251).
89. Cfr. ivi, pp. 252-3.
90. Ivi, p. 253.
91. Riprendendo diverse esperienze e osservazioni del naturalista francese Pierre de Maricourt (XIII secolo), eseguite con un magnete di forma sferica (chiamato *terrella*) per simulare il globo terrestre, nel *De magnete* (1600) Gilbert concepisce la Terra non come un mero corpo inerte, ma come una grande calamita i cui poli geografici coincidono con le polarità magnetiche. Influenzato da schemi esplicativi propri della magia naturale e in polemica con la posizione aristotelica che negava qualsiasi movimento terrestre, Gilbert vede in tale forza magnetica – nella sua essenza inconoscibile per la ragione umana – la manifestazione di un'*anima* o *forza naturale* che, impressa da Dio, causa nella Terra i tre movimenti naturali di attrazione, orientamento (declinazione e inclinazione) e rotazione. In generale, egli vede nell'intero universo qualcosa di animato e governato, fin dall'inizio dei tempi, da una serie di anime assegnate ai pianeti e alle stelle. Pur riconoscendo nella rotazione assiale della Terra una necessaria conseguenza fisica della sua sfericità magnetica, Gilbert respinge tuttavia l'ipotesi copernicana della rivoluzione terrestre intorno al Sole. Influenzato dalla lettura dell'opera gilbertiana, già nell'*Astronomia nova* Keplero ipotizza l'esistenza di una forza cosmico-magnetica (una *virtù*) nel Sole: questo, girando sul proprio asse, trascina con sé i pianeti, i quali gli oppongono



o luoghi certi porta con sé, infatti, un certo «orrore occulto»[92] che solo il ragionamento scientifico è in grado di dissipare. Keplero è convinto essenzialmente di questo: se l'astronomia è una scienza empirica che si occupa di *apparenze* (φαινόμενα, nel senso greco del termine) cui adatta le proprie ipotesi, essa non ha – da un punto di vista epistemologico – alcun diritto di trascenderle postulando l'esistenza di *cose* che non *appaiono* o che sono con esse incompatibili[93]. Fedele alla lezione copernicana, Keplero riconosce «che l'astronomia può insegnare con assoluta certezza che la regione delle stelle fisse è terminata verso il basso da un limite palese, e che non è vero che questo mondo inferiore, con il suo Sole, non differisca in nulla da qualsiasi stella fissa, vale a dire che regione non differisca da regione, o luogo»[94]. Su questa base, secondo Keplero, è sempre possibile *ingrandire* il mondo a piacere e supporre che la regione delle stelle fisse sia in sé illimitata, per quanto ciò costituisca un'assunzione non fondata sull'esperienza, cioè sulla visione: ipotetiche stelle invisibili che popolano spazi infiniti esulano dalle competenze dell'astronomia, poiché la loro esistenza non può in alcun modo essere dimostrata. Di conseguenza, «è dunque certo che il mondo all'interno, verso il Sole e i pianeti, è finito e in qualche modo scavato»[95]. D'altra parte, l'esistenza di stelle – siano esse visibili o invisibili – a distanza infinita dalla Terra implicherebbe il riconoscimento di corpi *infinitamente grandi*, il che è impossibile e perfino contraddittorio rispetto alle evidenze dell'esperienza sensibile:

una resistenza (aristotelicamente chiamata *inerzia*) proporzionale alla loro massa. Come enormi calamite sferiche, i pianeti subiscono l'attrazione o la repulsione da parte del Sole in termini di perturbazione dell'orbita, che diviene dunque eccentrica, e di variazione della velocità di rivoluzione, ora dipendente dalla loro distanza da esso. Le forze magnetiche servono a Keplero anche per spiegare il fenomeno della gravità: a differenza di quanto sosteneva Aristotele, infatti, i corpi pesanti cadono a causa dell'attrazione magnetica esercitata dalla Terra, e non per raggiungere il proprio luogo naturale.

92. Kepler (1938b, p. 253).

93. A questo proposito, è però doveroso precisare che le *apparenze* di cui parla Keplero nel 1606 sono ancora quelle ricavate dalla semplice osservazione del cielo a occhio nudo, e non le più precise e dettagliate osservazioni ottenute con il telescopio, che tra il 1608 e il 1610 cambia radicalmente le sorti dell'astronomia moderna. Sul tema, cfr. almeno Bucciantini, Camerota, Giudice (2012).

94. Kepler (1938b, p. 253).

95. Ivi, p. 256.

Se è data un'altezza infinita della sfera delle stelle fisse, vale a dire se alcune di esse sono infinitamente alte, queste saranno in sé stesse di dimensione corporea infinita. Immagina infatti una stella che si veda sotto un angolo determinato, per esempio di quattro minuti. L'ampiezza di un corpo di questo tipo è sempre un millesimo della distanza, come risulta certissimo dalla geometria. Se dunque la distanza è infinita, allora il diametro della stella è un millesimo dell'infinito. Ma tutte quante le parti dell'infinito sono necessariamente infinite esse stesse. Una stella di questo tipo sarà dunque infinita; eppure, al contempo, anche finita, dal momento che ha una forma, e ogni forma è circoscritta da qualche limite, vale a dire è finita o limitata. Noi però le abbiamo dato una forma, dal momento che l'abbiamo considerata visibile sotto un angolo determinato[96].

Un discorso analogo vale anche per l'ipotesi di uno spazio infinito senza stelle, che Keplero ritiene priva di senso in quanto implicherebbe la possibilità di pensare – almeno sul piano della scienza astronomica – a una distanza infinita allo stesso modo in cui tutti i numeri interi che siamo in grado di contare sono essi stessi finiti. Infatti, secondo Keplero, «i concetti della mente relativi all'infinito o riguardano il significato del termine *infinito*, o ciò che oltrepassa ogni misura concepita di numero, tatto o vista: cioè qualcosa che non è infinito in atto, poiché una misura infinita non si può mai pensare come una misura infinita»[97].

Le scoperte astronomiche galileiane, rese possibili dall'utilizzo del cannocchiale e pubblicate nel *Sidereus Nuncius* nel marzo 1610 (dall'irregolarità della superficie lunare all'identificazione delle costellazioni e della Via Lattea come ammassi di stelle di cui poche visibili a occhio nudo, fino all'individuazione dei quattro satelliti di Giove[98]) non conducono Keplero a una sostanziale modifica della sua posizione finitistica, per quanto egli accolga in modo sostanzialmente positivo il nuovo assetto della volta celeste prospettato da Galilei soprattutto con le sue osservazioni sulle nebulose. Di ciò è viva testimonianza la *Dissertatio cum Nuncio Sidereo*, una vera e propria *lettera aperta* – dai toni anche piuttosto maliziosi – che Keplero invia a Galilei il 19 aprile 1610. Qui, in particolare, pur apprezzando in generale la validità delle scoperte galileiane, Keplero ne sottolinea al tempo stesso la profonda affinità con l'opinione di astronomi e fisici (come lui stesso) secondo cui la

96. Ivi, pp. 256-7.

97. Ivi, p. 257.

98. Cfr. Galilei (1980a).

Via Lattea, le nebulose e le nubecole (cioè le piccole nebulose) costituiscono agglomerati di stelle dalla confusione solo apparente, dovuta cioè all'incapacità dell'occhio umano di distinguerle con chiarezza. Ciò non fa altro che confermare, secondo Keplero, l'idea che il nostro mondo mobile – e con esso lo spazio – sia ancora una volta un mondo unico, finito e circondato da un solo agglomerato di stelle fisse.

Il rifiuto dell'infinità del mondo e dello spazio ritorna infine anche nell'*Epitome astronomiae copernicanae*, dove peraltro Keplero estende agli altri pianeti le prime due leggi del movimento planetario, in precedenza verificate solo per Marte. Concepita come un vero e proprio manuale, l'opera segna il definitivo accantonamento della (platonica) corrispondenza tra solidi regolari e sfere celesti a favore di una concezione dell'universo di matrice pitagorica che troverà nei coevi *Harmonices mundi* la sua massima sintesi. L'illustrazione della teoria copernicana è qui pensata per un pubblico più vasto ed è compiuta sullo sfondo di una riorganizzazione tematica della scienza astronomica – vista come parte integrante di un più ampio sistema filosofico comprendente anche la fisica e la metafisica – in vari ambiti: storico, ottico, fisico, aritmetico e meccanico. Nella seconda parte del primo libro dell'opera, e segnatamente nella sezione intitolata *De figura coeli*, Keplero rigetta ancora una volta l'ipotesi di una distribuzione uniforme delle stelle fisse nello spazio infinito in quanto in disaccordo con i fenomeni osservati. Di fatto, lo schema argomentativo di Keplero, di matrice aristotelica, rimane sostanzialmente invariato rispetto a quello adottato in precedenza. A supporto della sua convinzione, Keplero propone una descrizione dettagliata della conformazione dell'universo nell'ipotetico caso in cui le stelle fisse fossero uniformemente distribuite in uno spazio infinito:

> Se la regione delle stelle fisse fosse similmente riempita di stelle, anche nelle vicinanze del nostro mondo in movimento, in modo tale che il sito del nostro mondo e del Sole non avesse alcuna peculiare circoscrizione rispetto al sito di una qualche stella fissa, allora a noi apparirebbero poche stelle fisse molto grandi, e non più di dodici (quanti angoli ha l'icosaedro) potrebbero trovarsi alla medesima distanza da noi ed essere della medesima grandezza; le successive, non molto più numerose, avrebbero già una distanza doppia rispetto alle più vicine; altre ancora più in là una distanza tripla, e così le successive sempre per multipli crescenti. Ma poiché le più grandi di tutte appaiono così piccole da poter essere appena osservate e misurate con degli strumenti, quelle che distano due o tre volte apparirebbero due o tre volte più piccole se le si supponesse di uguali reali grandezze; e subito si arriverebbe a quelle che sarebbero

> assolutamente impercettibili: si vedrebbero così pochissime stelle, e queste con la più grande differenza tra loro[99].

Il discorso di Keplero si spinge anche oltre, arrivando a considerare criticamente il problema della sussistenza di uno spazio non soltanto infinito, ma anche *vuoto*. Posto che l'astronomia insegna che «lo spazio è finito»[100], uno spazio in sé, o meglio uno spazio vuoto, è un puro nulla, un *non-ens*, cioè un concetto privo di rilevanza fisica. Lo spazio, secondo Keplero, esiste (in un senso essenzialmente aristotelico) soltanto in funzione dei corpi, e in assenza di questi esso non avrebbe alcuna ragione di sussistenza, proprio come prima della creazione non c'era assolutamente *nulla* nel senso letterale del termine:

> Se si tratta dello spazio vuoto, cioè di una cosa che è nulla, che non è creata, non è, né può resistere a un'altra cosa dove è, cambierà lo stato della questione: non sarà in atto ciò che è del tutto nulla. Se lo spazio esiste a causa dei corpi collocati, è già stato dimostrato che né un corpo collocabile è infinito in atto, né i corpi di grandezza finita possono essere infiniti nel numero. Dunque non è necessario che lo spazio, a causa dei corpi che vi devono essere collocati, sia infinito. E perfino tra due corpi non può esserci una linea infinita in atto. È infatti nuovamente contraddittorio essere infinito in atto ed essere limitato da due singoli corpi finiti, o punti, che costituiscono i limiti della linea[101].

Rispetto a Keplero, la posizione di Galilei sull'infinità dell'universo e dello spazio si mantiene all'interno di un più moderato atteggiamento di prudenza che sembra quasi sfociare in una forma di vero e proprio agnosticismo: una prudenza, peraltro, motivata anche dalla condanna a morte di Giordano Bruno nel 1600, dalla messa al bando della teoria copernicana da parte della Chiesa nel 1616 e dai personali contrasti con le gerarchie cattoliche (anche su temi prettamente teologici[102]) che lo porteranno, nel 1633, all'abiura e alla condanna al carcere a vita e quindi al confino[103]. Pur astenendosi da speculazioni metafisiche, Galilei sembra di fatto sostenere l'esistenza di valide ragioni a favore

99. Kepler (1953, p. 43).
100. Ivi, p. 45.
101. Ivi, p. 46.
102. Cfr. Redondi (2004).
103. Per una rilettura storico-critica dei processi e della condanna di Galilei e del loro significato culturale e sociale in età moderna e contemporanea, cfr. Bucciantini, Camerota, Giudice (2011).

dell'idea di uno spazio tanto finito quanto infinito. In ogni caso, sul piano cosmologico, se da una parte egli non ammette (a differenza di Copernico) né la limitazione del mondo all'interno di una sfera *reale* di stelle fisse[104] né l'immutabilità della volta celeste, dall'altra riconosce (seguendo invece Copernico e pur conoscendo l'opera di Keplero) ai pianeti e alla Luna un movimento intorno al Sole su orbite non ellittiche, bensì perfettamente circolari: un carattere, quello della circolarità, che Galilei assegna al moto inerziale e che mantiene essenzialmente per salvaguardare l'uniformità e la stabilità dell'universo ed evitare il ricorso a forze attrattive, magnetiche, centrifughe o simpatiche nella spiegazione del moto dei pianeti[105].

Nel *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, pubblicato nel 1632, l'idea di un universo finito coincide con la negazione dell'idea che le stelle possano trovarsi disseminate in uno spazio senza fine. Nella terza giornata è lo stesso Salviati, che nella finzione letteraria del *Dialogo* incarna il difensore della teoria copernicana, a riconoscere la proposta di Simplicio – borioso sostenitore della cosmologia aristotelica e scolastica – come pienamente in accordo con quanto affermato da Copernico nel *De revolutionibus orbium coelestium*:

Salviati. Ora che faremo, signor Simplicio, delle stelle fisse? Vogliamole por disseminate per gl'immensi abissi dell'universo, in diverse lontananze da qualsivoglia determinato punto, o pur collocate in una superficie sfericamente distesa intorno a un suo centro, sì che ciascheduna di loro sia dal medesimo centro egualmente distante?
Simplicio. Più tosto torrei una strada di mezo, e gli assegnerei un orbe descritto intorno a un determinato centro e compreso dentro a due superficie sferiche, cioè una altissima concava e l'altra inferiore convessa, tra le quali costituirei

104. Basti pensare a quanto affermato da Galilei nella sua nota lettera del 1624 al teologo e canonista ravennate Francesco Ingoli (1578-1649), uno dei maggiori critici della dottrina copernicana: «E prima, voi supponete che le stelle del firmamento sieno collocate tutte in un medesimo orbe: il che è tanto dubbio a sapersi, che né voi né altri lo proverà mai in eterno; e stando su 'l conietturale e su 'l probabile, io dirò che né anco quattro delle stelle fisse, non che tutte, sono da qual punto più vi piacesse assegnar nell'universo egualmente lontane; ed a voi toccherà a provare il contrario. Ma posto ancora che vero fusse che il firmamento fusse un orbe sferico, con qual certezza affermate voi che una stella ci apparisca sempre della medesima grandezza, dal che voi possiate argomentare che l'occhio nostro e la Terra sia nel centro di cotal orbe? Questa osservazione è piena di difficultà, che la rendono incertissima» (Galilei, 1896, p. 523).

105. Sui complessi legami organici tra Copernico e Galilei, cfr. De Pace (2020).

l'innuberabil moltitudine delle stelle, ma però in diverse altezze; e questa si potrebbe chiamar la sfera dell'universo, continente dentro di sé gli orbi de i pianeti, già da noi disegnati.
Salviati. Adunque già aviamo noi, signor Simplicio, sin qui ordinati i corpi mondani giusto secondo la distribuzion del Copernico, e ciò si è fatto di propria mano vostra[106].

Poco prima, peraltro, riaffermando un ordine di idee simile a quello di Keplero, Galilei fa dire a Salviati che «de i luoghi dove collocar la stella nuova, alcuni son manifestamente impossibili, ed altri possibili. Impossibile assolutamente è che ella fusse per infinito intervallo superiore alle stelle fisse, perché un tal sito non è al mondo, e quando fusse, la stella posta là a noi sarebbe stata invisibile»[107]. Ed è ancora Salviati – e in ciò si manifesta tutta la prudenza galileiana in materia cosmologica – a ribattere a Simplicio che «né voi né altri ha mai provato se il mondo sia finito e figurato, o pure infinito e interminato»[108]. Di fatto, Galilei non fornisce una risposta chiara al riguardo, ma è ragionevole pensare che più che assegnare una distanza infinita alle stelle egli sostenga l'ipotesi che l'universo costituisca qualcosa di *interminato*, qualcosa cioè che proceda al di là di ogni possibile misurazione umana. D'altra parte, la sua concezione del moto inerziale come moto circolare e la concomitante assunzione di orbite circolari nella spiegazione del moto dei pianeti non comportano la necessità di ammettere un universo infinito, dal momento che tale forma di moto può indefinitamente sussistere anche in un mondo fisicamente finito.

Sul piano strettamente fisico, Galilei fa propria un'idea di spazio che sostituisce al luogo naturale di Aristotele uno spazio geometrico, inteso come ricettacolo uniforme, indifferente e privo di qualità nel quale tutti gli enti corporei, senza alcuna distinzione, trovano – per così dire – *dimora*. L'adesione alla dottrina copernicana, poi, conduce Galilei nel passaggio fondamentale da una relatività *ottica* del movimento, già messa in luce dal mondo antico e ripresa da Copernico nel *De revolutionibus orbium coelestium*[109], a una relatività *fisica*, in base alla

106. Galilei (1996a, p. 396).
107. Ivi, p. 355.
108. Ivi, p. 389.
109. Secondo Copernico, infatti, «ogni movimento locale apparente avviene o perché si muove la cosa vista o perché si muove colui che la vede o per un movimento, beninteso diverso, di entrambi. Perché quando i mobili, [cioè e la cosa vista e

quale in un sistema in movimento uniforme i corpi interni al sistema o i fenomeni fisici risultano *indifferenti* al movimento stesso, e in quanto inerti tendono a permanere nello stato in cui si trovano. In altri termini, nessuna esperienza meccanica, nel momento in cui viene eseguita all'interno di un corpo in moto rettilineo uniforme, è capace di rivelare questo moto, come avviene nel celebre esempio – messo in bocca da Galilei a Salviati nella seconda giornata del *Dialogo* – di una nave in viaggio a velocità costante, senza alcuna scossa o alterazione, su un mare completamente calmo:

> Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; sospendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto;

lo spettatore] si muovono uniformemente nella stessa direzione, il movimento non viene percepito. Ora, è dalla terra che si scorge e viene presentato alla nostra vista quel circuito celeste. Se dunque un qualche movimento spettasse alla terra, questo si riscontrerebbe, eguale, in tutte le cose che le sono esterne, ma come se fossero trascinate in direzione opposta, come appare anzitutto per la rivoluzione quotidiana. Essa, infatti, pare trascinare il mondo intero, ad eccezione della terra e di tutto ciò che le è vicino. E se, ammettendo che il cielo non ha niente di questo movimento, ma che invece è la terra che si muove da occidente ad oriente, si esaminasse poi seriamente ciò che accade in relazione al levarsi e al tramontare apparente del sole, della luna, delle stelle, si troverebbe che succede proprio in questo modo. E poiché il cielo contiene e cela in sé ogni cosa, è cioè il luogo comune di tutto, non appare subito chiaro perché il movimento non debba essere attribuito al contenuto invece che al contenente, a ciò cui è dato il luogo [*locato*], invece che a ciò che lo dà [*locanti*]» (Copernico, 1979, pp. 190-1). Quest'ordine di idee, presentato nel capitolo V del primo libro, è poi discusso e chiarito da Copernico nel successivo capitolo VIII. Qui il richiamo del verso virgiliano «Provehimur portu, terraeque urbesque recedunt» (cioè «Salpiamo dal porto, e le terre e le città si allontanano»: *Eneide*, III, v. 72) serve a Copernico per dimostrare – non senza una certa difficoltà – che il fenomeno della relatività ottica del movimento, già noto fin dall'antichità, può essere utilmente impiegato per dimostrare la plausibilità del sistema eliocentrico, «giacché, quando una nave viaggia nella bonaccia, i naviganti vedono tutte le cose che sono fuori di essa muoversi ad immagine del suo movimento e, inversamente, credono se stessi e tutto ciò che hanno con sé in riposo. Così di certo può accadere anche per il movimento della terra, in modo che si creda che tutto quanto il mondo giri attorno ad essa» (ivi, p. 200).

> e voi, gettando all'amico alcuna cosa, non più gagliardamente la dovrete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazii passerete verso tutte le parti. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debbano succeder così, fate muover la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina o pure sta ferma[110].

Di fatto, se per Aristotele il moto si considera relativo alla natura del corpo mobile, così che si danno un *alto* e un *basso*, un *pesante* e un *leggero*, per Galilei il movimento di un corpo è dato *in relazione* agli altri corpi nello spazio, è *relativo* ad essi: di conseguenza, la quiete e il movimento mutano a seconda di uno specifico quadro di riferimento. L'unico elemento di stabilità è dato dallo spazio geometrico, che sostituisce quello prettamente qualitativo di matrice aristotelica e all'interno del quale i corpi perdono ogni dimensione empirica, o i loro «impedimenti»[111], andando a costituire oggetti essenzialmente *geometrizzati*. Tutto ciò ha almeno due implicazioni fondamentali: da una parte, favorisce un processo di *desostanzializzazione* degli enti naturali (oltre che dello spazio stesso), i quali vengono spogliati di ogni qualità e vengono considerati soltanto nella loro componente numerico-spaziale-geometrica; dall'altra, permette di concepire l'intera realtà fisica come passibile di misurazione nella sua sola componente oggettiva e quantificabile, a prescindere da ipostatizzazioni di tipo finalistico e come espressione di quel «grandissimo libro»[112] della natura i cui caratteri «son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola»[113]. Proprio in questo contesto si collocano le ricerche di Galilei sul movimento, caratterizzate da quella feconda compenetrazione tra linguaggio geometrico e filosofico-naturale di cui i *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* (1638) costituiscono la cifra più significativa:

110. Galilei (1996a, pp. 236-7).
111. Ivi, p. 260.
112. Galilei (1980b, p. 631).
113. Ivi, p. 632. Del *Saggiatore* galileiano è altresì disponibile una nuova edizione commentata a cura di Michele Camerota e Franco Giudice; a questo proposito, cfr. Galilei (2023).

basti pensare, solo per fare un esempio, alla legge del moto uniformemente accelerato, secondo cui la velocità di un corpo in caduta libera aumenta proporzionalmente al tempo, e alla legge dell'accelerazione, in forza della quale i corpi materiali cadono, indipendentemente dalla loro massa ed escludendo qualsiasi attrito dell'aria, tutti con la stessa accelerazione; o ancora alla descrizione della traiettoria parabolica di un proietto[114], ottenuta per combinazione di un moto uniforme orizzontale e di un moto uniformemente accelerato verso il basso (o, in altri termini, del principio d'inerzia con la caduta libera dovuta alla legge di gravità, concepita ancora in senso aristotelico come tendenza innata della materia a dirigersi verso il centro della Terra). Il carattere prevalentemente deduttivo del metodo di Galilei e il ruolo pressoché limitato concesso agli esperimenti nella convalida delle sue teorie sono però ancora oggi motivo di discussione in ambito storico-scientifico per quanto concerne la corretta interpretazione dei procedimenti metodologici galileiani e il suo cosiddetto *platonismo matematico*.

114. Cfr. Galilei (1996b). Più propriamente, la scoperta della traiettoria parabolica dei proiettili dovrebbe essere ascritta al matematico e astronomo marchigiano Guidobaldo Del Monte (1545-1607), amico e corrispondente di Galilei. Nelle sue *Meditatiunculae de rebus mathematicis*, rimaste tuttavia in forma manoscritta, Guidobaldo descrive l'esperimento per calcolare la traiettoria parabolica in un modo molto simile a quello proposto da Galilei nella seconda giornata dei *Discorsi* («Se si tira una palla, o con una balestra, o con artiglieria, o con la mano o con altro instrumento, sopra la linea dell'horizonte, il medesimo viaggio fa nel callar, che nel montar, e la figura è quella, che rivoltata sotto la linea horizontale fa una corda, che non stia tirata, essendo l'un e l'altro composto di naturale, e di violento, et è una linea in vista simile alla parabola, et hyperbole. E questo si vede meglio con una catena, che con una corda per che la corda *abc* quando *ac* sono vicini la parte *b* non si accosta come doverebbe, percioché la corda resta in se dura. Che non fa così una catena, o catenina. La esperienza di questo moto si pò far pigliando una palla tinta d'inchiostro, e tirandola sopra un piano di una tavola, il qual stia quasi perpendicolare all'horizonte, che se ben la palla va saltando, va però facendo li punti, dalli quali si vede chiaro, che sicome ella ascende, così anco descende, et è così ragionevole, perché la violentia che ella ha acquistata nell'andar in su, fa che nel callar vadi medesimamente superando il moto naturale nel venire in giù»). Prima dei *Discorsi* galileiani, invece, la prima esposizione a stampa della traiettoria parabolica dei proiettili si trova nello *Specchio ustorio* (1632) del matematico milanese Bonaventura Cavalieri (1598-1647). Com'è noto, l'opera di Cavalieri è stata oggetto di una vivace polemica da parte dello stesso Galilei, che in una lettera andata perduta lo avrebbe di fatto accusato di avergli rubato l'idea.

3

Materia, sostanza, relazione (e Dio)

3.1
La macchina del mondo fisico: Cartesio e l'identificazione di spazio e materia

Come già Galilei, anche Cartesio, al secolo René Descartes (1596-1650), si fa promotore di una critica radicale alla fisica aristotelico-scolastica e al contempo di una nuova visione della matematica, concepita come lo strumento universale del sapere più adatto a penetrare l'intima struttura della realtà. A differenza di Galilei, però, egli vede nella fisica solo la parte di un edificio più grande, quello della *filosofia*, concepito come «un albero, le cui radici sono la metafisica, il tronco è la fisica e i rami che escono da questo tronco sono tutte le altre scienze, che si riducono a tre principali, cioè la medicina, la meccanica e la morale»[1]. Di fatto, secondo Cartesio, la fisica – «nella quale, dopo aver trovato i veri princìpi delle cose materiali, si esamina in generale come è composto tutto l'universo, e poi, in particolare, quale è la natura di questa Terra e di tutti i corpi che si trovano più comunemente attorno ad essa, come l'aria, l'acqua, il fuoco, il magnete e altri minerali»[2] – necessita di *radici* metafisiche che, per quanto nascoste e apparentemente irrilevanti, risultano tuttavia indispensabili al sostegno e allo sviluppo dell'intero albero del sapere. Il presupposto generale da cui muove Cartesio è dunque l'assoluta unità della scienza, resa possibile dall'attività dell'intelletto umano e dall'unicità di un metodo che consiste nel disporre la com-

1. Descartes (2012c, p. 2231). Il passo citato, così come il successivo, è tratto dalla lettera indirizzata all'abate Claude Picot (1601-1668), amico di Cartesio e autore della traduzione francese dei *Principia philosophiae* pubblicata nel 1647. Tale lettera – «la quale può qui servire da Prefazione» (ivi, p. 2215) – compare invece in appendice alla traduzione italiana dei *Principia* qui utilizzata.

2. Ivi, p. 2229.

plessità dei dati secondo un ordine intelligibile. Se da una parte, poi, il razionalismo meccanicista cartesiano afferma l'identità di pensiero ed essere (secondo l'ormai stereotipato *cogito ergo sum*) e concepisce la realtà in termini dualistici (come *res cogitans*, propria del pensiero, e come *res extensa*, propria dei corpi spazialmente estesi), dall'altra riduce *geometricamente* il mondo fisico identificando la materia in termini di quantità estese tridimensionali. Scrive in proposito Cartesio nella seconda parte dei suoi *Principia philosophiae* (1644), dedicata ai princìpi delle cose materiali:

> Così facendo, percepiremo che la natura della materia, ossia del corpo considerato in generale, non consiste nell'essere una cosa dura, o pesante, o colorata, o che colpisca i sensi in qualche altro modo, ma solo nell'essere una cosa estesa in lunghezza, larghezza e profondità. Infatti, per ciò che concerne la durezza, il senso non ci attesta di essa null'altro, se non che le parti dei corpi duri oppongono resistenza al movimento delle nostre mani nel momento in cui si incontrano. Se infatti, tutte le volte che le nostre mani si muovessero verso una direzione, tutti i corpi che sono lì recedessero con la medesima velocità con la quale le mani avanzano, non sentiremmo mai alcuna durezza. Né si può in alcun modo intendere che i corpi che così recedessero, per ciò stesso verrebbero a perdere la natura di corpi, la quale dunque non consiste nella durezza. Per la medesima ragione si può mostrare che il peso, il colore e tutte le altre qualità di tal genere, che sentiamo nella materia corporea, possono essere tolte da essa, mentre quest'ultima resta integra; dal che segue che la sua natura non dipende da alcuna di esse[3].

Nessuna realtà corporea può dunque essere pensata chiaramente senza quantità, e l'estensione è l'unica qualità che non può essere tolta, se non in termini meramente concettuali, a un corpo materiale, dal momento che senza estensione il corpo stesso cesserebbe di esistere e sarebbe un puro nulla. D'altra parte, a differenza delle qualità sensibili della fisica aristotelica, le modificazioni dell'estensione corporea (come grandezza, figura e movimento) godono di una validità *oggettiva*, in quanto oggetto di un'idea *chiara e distinta*, ovvero *innata*, allo stesso modo in cui l'identità di quantità e materia costituisce un principio assiomatico autoevidente. Di conseguenza, se le qualità sensibili costituiscono semplici *modi cogitandi* propri della realtà dell'anima, le proprietà matematizzabili ineriscono realmente ai corpi, e come tali divengono oggetto di sapere scientifico.

3. Ivi, pp. 1775-7 (parte II, § 4).

Se l'identità tra idea chiara e distinta e realtà, di cui Cartesio parla soprattutto nel *Discours de la méthode* (1637) e nelle *Meditationes de prima philosophia* (1641), si configura come la condizione positiva di ogni processo conoscitivo e di ogni costruzione scientifica[4], la rigorosa separazione tra *res cogitans* e *res extensa* consente invece di *spogliare* il mondo fisico da ogni residuo finalistico, antropomorfico, animistico e astrologico che ancora caratterizza l'indagine sulla realtà naturale agli inizi del XVII secolo. Ciò favorisce di riflesso la costruzione di una fisica matematica nella quale le proprietà fisiche dei corpi vengono dedotte dalle proprietà geometriche dello spazio. In altri termini, Cartesio ritiene che la fisica sia integralmente riconducibile alla geometria e che tutta l'infinita varietà dei fenomeni del mondo fisico sia spiegabile attraverso le due sole leggi dell'estensione e del movimento. Al centro di questo nodo concettuale fondamentale si trova una precisa scelta teoretica: l'identificazione dello spazio con la sostanza corporea (cioè la materia).

Secondo Cartesio, lo spazio non può esistere come entità distinta dalla materia che per così dire lo *riempie*, allo stesso modo in cui la sostanza corporea, quando viene distinta dalla sua quantità, viene concepita in modo confuso come se fosse incorporea. Di fatto, materia e spazio sono identici e possono essere distinti solo mediante un processo astrattivo, *razionale*, non corrispondente però all'effettiva realtà delle cose[5]. Dire che i corpi si trovano nello spazio risulta quanto mai

4. Cfr. Descartes (2012a; 2012b).

5. L'identificazione tra spazio, materia ed estensione si trova al centro delle critiche che Henry More rivolge a Cartesio in alcune lettere del biennio 1648-49 (cfr. Descartes, 1903, pp. 236-46, 267-79, 298-317, 340-8, 376-90, 402-5, 435-43). Dopo un'iniziale adesione alla filosofia cartesiana, More ne prende gradualmente le distanze riconoscendo in essa i prodromi di un pensiero ateo e materialista. Nella sua corrispondenza con Cartesio – nella quale si toccano temi di particolare interesse filosofico come l'onnipresenza di Dio, il vuoto, gli atomi, gli animali-macchina e il movimento – More sviluppa una serie di considerazioni critiche che possiamo enucleare nel modo seguente: 1. il concetto di estensione non può essere usato per definire la materia, in quanto comprende – nella sua ampiezza – sia il *corpo* che lo *spirito*, i quali sono, secondo More, entrambi estesi, seppure in modo diverso; 2. l'*impenetrabilità* costituisce una condizione oggettiva e necessaria della materia sensibile e indica, al pari dell'estensione, una proprietà primaria dei corpi; 3. il vuoto è *logicamente impossibile* ma *fisicamente possibile*, dal momento che è l'estensione divina a regolare localmente

superfluo e fuorviante, dal momento che i corpi stessi *sono* lo spazio, e lo spazio da essi occupato non differisce da essi in alcun modo:

Neppure lo spazio, ossia il luogo interno, e la sostanza corporea in esso contenuta differiscono nella realtà, ma soltanto per il modo in cui siamo soliti concepirli. In realtà infatti l'estensione in lunghezza, larghezza e profondità, che costituisce lo spazio, è senz'altro la medesima che costituisce il corpo. Ma c'è questa differenza, che consideriamo tale estensione nel corpo come singolare, e riteniamo che essa muti sempre allorché muta il corpo; nello spazio, invece, le attribuiamo un'unità soltanto generica, sicché, mutato il corpo che riempie lo spazio, non per questo riteniamo che muti l'estensione dello spazio, ma che essa resti una e medesima, fintantoché mantiene la stessa grandezza e figura, e conserva la medesima posizione tra certi corpi esterni mediante i quali determiniamo quello spazio[6].

Di fatto, se l'estensione costituisce la natura dei corpi materiali, lo spazio – nella sua identità con la materia – acquista il carattere dell'estensione e dunque non differisce in nulla rispetto a qualsiasi sostanza corporea. Come tale, lo spazio – in cui Cartesio vede, come già Aristotele nelle *Categorie*, una quantità continua – non si pone nei termini di un semplice *accidente* della materia, ma a tutti gli effetti coincide con essa, cioè con la sua sostanza: è dunque necessario riconoscere «che è una

la presenza o meno dei corpi imprimendo o inibendo loro il movimento; 4. gli atomi esistono come particelle di materia realmente e fisicamente indivisibili per la nostra esperienza del mondo e l'ammissione della loro esistenza non limita affatto l'onnipotenza divina; 5. lo spazio è *reale*, in quanto ha attributi reali, e ha un carattere *divino*, così che il mondo è realmente e fisicamente *infinito*, e non soltanto indefinito; 6. tutte le sostanze – comprese le anime, gli angeli e Dio stesso – sono *estese* e il mondo è in Dio proprio come Dio è nel mondo. Respingendo il meccanicismo geometrizzante cartesiano e l'affermazione dell'identità ontologica di spazio e materia, More fa dunque propria un'idea di spazio come entità *distinta* dalle cose che *in esso* si trovano, si muovono e occupano un determinato luogo a motivo della loro impenetrabilità. Nel loro movimento, infatti, gli enti materiali e spirituali non soltanto si muovono gli uni relativamente agli altri, ma anche rispetto a qualcosa di immobile, eterno, indivisibile, semplice, unico e non toccato dalla presenza o dall'assenza di materia – ciò che Newton chiamerà *spazio assoluto* – in forza di cui si può identificare il moto o la quiete *reali* di un corpo. D'altra parte, se per More la materia è impensabile senza lo spazio, lo spazio senza materia (e dunque lo spazio vuoto) rappresenta non solo un'idea accettabile, ma perfino una necessità del pensiero compatibile con l'infinita estensione divina nel mondo. Sul tema, cfr. Mamiani (1979, pp. 59-89).

6. Descartes (2012c, p. 1781: parte II, § 10).

medesima estensione a costituire la natura del corpo e la natura dello spazio, e che questi due non differiscono tra loro più di quanto la natura del genere o della specie differisca dalla natura dell'individuo»[7]. D'altra parte, anche privando e spogliando ogni corpo (come, per esempio, una pietra) di tutte le sue qualità sensibili, come la durezza, il colore, la pesantezza o il calore, ci si può rendere conto che in esso «non rimane assolutamente nulla se non ciò che è esteso in lunghezza, larghezza e profondità; e questo stesso è contenuto nell'idea dello spazio, non soltanto di quello riempito dai corpi, ma anche di quello che chiamano vuoto»[8].

Lo spazio non può dunque differire *in re* dalla sostanza corporea, e i termini *luogo* (che più propriamente indica la posizione di un corpo[9]) e *spazio* «non significano alcunché di diverso dal corpo che diciamo essere nel luogo, ma designano soltanto la sua grandezza, figura e posizione fra gli altri corpi»[10]. In un mondo materialmente costituito dalla sola estensione, il movimento – o la posizione – di un corpo finisce per configurarsi come un mutamento dei rapporti di posizione dei singoli corpi, in un senso sostanzialmente analogo a quanto già teorizzato, per esempio, da Damascio. Quando due corpi cambiano il loro rapporto reciproco, infatti, è qualcosa di convenzionale stabilire che uno dei due si è mosso mentre l'altro è rimasto immobile:

E per la precisione, per determinare quella posizione, dobbiamo riferirci a certi altri corpi che consideriamo immobili; e a seconda che ci riferiamo a corpi diversi, possiamo asserire che la medesima cosa, nel medesimo tempo, muta e non muta luogo. Così, quando una nave avanza nel mare, chi siede a

7. *Ibid.* (parte II, § 11).

8. Ivi, p. 1783 (parte II, § 11).

9. Secondo Cartesio, infatti, luogo e spazio sono tra loro diversi «poiché il luogo designa più espressamente la posizione che non la grandezza o la figura, e viceversa, prestiamo attenzione piuttosto a queste ultime, quando parliamo di spazio. Diciamo infatti di frequente che una cosa è subentrata al posto di un'altra, benché non sia esattamente della stessa grandezza o figura; ma in tal caso neghiamo che essa occupi il medesimo spazio; sempre, invece, quando cambia la posizione, diciamo che il luogo è cambiato, anche se permane la stessa grandezza e figura. E quando diciamo che una cosa è in questo luogo, non intendiamo nient'altro se non che essa detiene quella posizione in mezzo ad altre cose; e quando aggiungiamo che essa riempie questo spazio o questo luogo, intendiamo inoltre che essa è di questa determinata grandezza e figura» (ivi, p. 1785: parte II, § 14).

10. Ivi, p. 1783 (parte II, § 13).

poppa rimane sempre nello stesso luogo, se si ragiona in rapporto alle parti della nave, rispetto alle quali egli mantiene la stessa posizione; e costui muta di continuo luogo se si ragiona in rapporto alle coste, dal momento che di continuo va allontanandosi da alcune e avvicinandosi ad altre. Inoltre, se riteniamo che la Terra si muova, e che proceda da Occidente verso Oriente precisamente di tanto quanto nel frattempo la nave è avanzata da Oriente verso Occidente, diremo ancora che colui che siede a poppa non muta il suo luogo: allora, infatti, desumeremo la determinazione del suo luogo da certi punti immobili del cielo[11].

Oltre alla concezione del movimento in termini puramente relativi, l'assimilazione cartesiana di spazio, estensione e materia comporta anche la negazione del vuoto e l'affermazione dell'infinita divisibilità della materia, dell'indefinita estensione del mondo corporeo e dell'identità tra sostanza celeste e sostanza terrestre. Secondo Cartesio, uno spazio vuoto non costituisce solo un'assurdità sul piano fisico, ma anche su quello del pensiero: «infatti, dal momento che, per ciò solo che il corpo è esteso in lunghezza, larghezza e profondità, concludiamo correttamente che esso è una sostanza, poiché è del tutto contraddittorio che il nulla abbia una qualche estensione, allora, anche dello spazio che si suppone essere vuoto bisogna concludere la stessa cosa: che, essendovi in esso dell'estensione, necessariamente vi è anche della sostanza»[12]. D'altra parte, il vuoto, in quanto *nulla*, non gode di alcuna proprietà e dunque nemmeno di estensione o dimensioni. L'uso comune del termine *vuoto* si fonda soltanto su un pregiudizio o su un equivoco che, supportato dai sensi, fa comunemente negare la presenza di un certo corpo laddove ci si attenderebbe che ci fosse *qualcosa*. È quanto avviene, per esempio, quando osservando una brocca la si ritiene vuota per il fatto che in un determinato momento essa non contiene acqua ma è piena d'aria, o quando si osserva una barca destinata al trasporto delle merci e la si considera vuota solo perché è carica di sabbia per resistere all'impeto del vento. In realtà, secondo Cartesio, non esiste alcuno spazio vuoto, ma soltanto materia – sia essa *sottile* o *densa* – che

11. Ivi, pp. 1783-5 (parte II, § 13). Come vedremo nel PAR. 3.2, questo esempio viene ripreso da Newton nei *Principia mathematica* per rifiutare di definire il luogo mediante la posizione. Cfr. *infra*, pp. 133-5.

12. Ivi, p. 1787 (parte II, § 16). Lo stesso ordine di idee è ribadito nel quarto capitolo del *Mondo*, ultimato nel 1633 ma pubblicato postumo oltre trent'anni dopo, nel 1664: cfr. Descartes (2009, pp. 230-9).

riempie e costituisce il mondo nella sua totalità estensivo-materiale. Conseguentemente,

se si chiede che cosa accadrebbe se Dio togliesse il corpo contenuto in un certo recipiente, e non permettesse che nessun altro venisse al posto di quello che è stato tolto; ebbene, bisogna rispondere che per ciò stesso le parti del recipiente si avvicineranno fino ad essere contigue. Quando infatti nulla si trova in mezzo a due corpi, è necessario che essi si tocchino; e ripugna in modo manifesto che distino l'uno dall'altro, ovvero che tra di essi vi sia una distanza, e che tuttavia codesta distanza sia un nulla, dal momento che ogni distanza è un modo dell'estensione, e pertanto non può esistere senza una sostanza estesa[13].

Come tale, nella prospettiva cartesiana, il vuoto deve essere inteso in un senso meramente relativo, dal momento che ha più a che fare con l'ordine della nostra sensibilità che con il piano del pensiero, da cui è invece correttamente caratterizzato come un puro *nulla inesteso*, e pertanto inesistente. Se dunque la natura della sostanza corporea è data dall'estensione, ne consegue che una serie di fenomeni fisici – come la rarefazione e la condensazione di determinate sostanze – non sono altro che cambiamenti di figura o di forma all'interno di un *plenum* materiale che non comprende il vuoto[14]. A ciò si lega anche il riconoscimento

13. Descartes (2012c, p. 1789: parte II, § 18).

14. Su questo punto, in particolare, la posizione del filosofo, matematico e religioso francese Pierre Gassendi (1592-1655) è in antitesi rispetto a quella cartesiana. Già aperto oppositore dell'aristotelismo scolastico in ambito fisico-astronomico, Gassendi può essere considerato come il principale rappresentante dell'atomismo di matrice lucreziano-epicurea (ma purgato da ogni implicazione ateistica) del XVII secolo, la cui massima testimonianza è il *Syntagma philosophicum*, pubblicato postumo nel 1658. Qui lo spazio vuoto è presentato come il contenitore necessario al cui interno si collocano e si muovono tutti gli oggetti fisici: una concezione, questa, che secondo alcuni studiosi avrebbe giocato un ruolo importante anche nella concezione newtoniana dello spazio assoluto (cfr. Westfall, 1989, vol. I, pp. 316-8; McGuire, 1995, pp. 7-14). In particolare, nella spiegazione del movimento, concepito meccanicamente come un urto di atomi, Gassendi sostiene la necessità di postulare la sussistenza di uno spazio vuoto tra atomo e atomo. Più ancora, egli arriva a classificare il vuoto in tre distinte categorie: il *vacuum separatum*, cioè il vuoto extracosmico, diffuso al di fuori del mondo, dove non c'è nulla; il *vacuum disseminatum*, ovvero il vuoto interstiziale che si trova fra gli atomi; il *vacuum coacervatum*, vale a dire il vuoto *concentrato* al suo interno, prodotto dall'unione di più vuoti interstiziali attraverso una forza creata dall'azione di uno strumento meccanico. Alla base di quest'ordine di idee si trova, d'altra parte, una concezione dello spazio come ciò che trascende e abbraccia il mondo, dotato di un'esistenza *sui generis* in quanto costituisce l'elemento discriminante tra ciò che ha

dell'infinita divisibilità della materia, ovvero della negazione degli atomi nella costituzione della sostanza estesa: un corpo *indivisibile*, infatti, dovrebbe *ipso facto* essere inesteso, e quindi vuoto, per cui – posto che non possiamo dividere alcunché con il pensiero senza conoscerlo per ciò stesso come divisibile – «se giudicassimo che esso è indivisibile, il nostro giudizio sarebbe in contrasto con la nostra conoscenza»[15]. Del resto, come lo spazio geometrico è infinitamente divisibile, così deve esserlo anche la materia, in quanto *res extensa*.

Un'ulteriore conseguenza dell'identificazione dello spazio con la materia riguarda l'estensione dell'universo. A questo proposito, Cartesio rigetta tanto il carattere finito e limitato dello spazio, quanto quello del mondo materiale: «ovunque infatti fingiamo che si trovino quei confini, sempre non soltanto ci immaginiamo, oltre quelli, degli spazi indefinitamente estesi, ma anche percepiamo che essi sono immaginabili con verità, ossia sono reali; e che, pertanto, in essi è contenuta anche una sostanza corporea indefinitamente estesa»[16]. Se dunque si ammettesse un limite all'estensione del mondo, ciò implicherebbe la necessità di porre il vuoto al di là di esso: di conseguenza, il mondo fisico è portatore di un'estensione *indefinita* (Cartesio non usa prudentemente il termine *infinito*, che invece assegna soltanto alla realtà divina[17]) oltre

una vera natura (come le sostanze e gli accidenti, siano essi corporei, come il mondo, o incorporei, come Dio e le intelligenze divine) e gli enti fittizi (come le chimere o gli enti di ragione). Come tale, lo spazio è infinito, immobile e incorporeo, è improdotto e indipendente dal mondo e da Dio, è privo di qualsiasi natura positiva e non è soggetto ad azione o passione: più nello specifico, esso è il luogo proprio di Dio, vale a dire il *tramite* della sua azione sul mondo e il *mezzo* che consente la conservazione del moto e in cui sono intelligibili le forze di attrazione che agiscono a distanza (come le forze magnetiche o quelle relative alla caduta dei gravi). Al riguardo, cfr. Mamiani (1979, pp. 93-121).

15. Descartes (2012c, p. 1791: parte II, § 20).

16. *Ibid.* (parte II, § 21).

17. Una volta stabilito che non è mai necessario addentrarsi nelle dispute sull'infinito ma soltanto ritenere come *indefinito* ciò in cui non si riconosce alcun confine, proprio come l'estensione del mondo, la divisibilità delle parti della materia o il numero delle stelle, Cartesio afferma che l'attributo di *infinito* spetta solamente a Dio, «dato che solo in lui non soltanto non riconosciamo limite alcuno sotto ogni aspetto, ma anche intendiamo positivamente che non ve ne è alcuno; sia anche perché non nello stesso modo intendiamo positivamente che le altre cose mancano di limiti sotto questo o quell'aspetto, ma riconosciamo, soltanto negativamente, di non essere in grado di trovare i loro limiti, quand'anche ne abbiano» (ivi, p. 1731: parte I, § 26). L'affermazione dell'infinità dello spazio comporterebbe la necessità di identificarlo

la quale è sempre possibile procedere *oltre*, senza per questo giungere mai a una fine.

La concezione cartesiana dello spazio come materia estesa e continua, oltre che omogenea, illimitata, qualitativamente indifferenziata e divisibile all'infinito, costituisce il principio al quale può essere riferito ogni effetto naturale in tutto l'universo, dal momento che «la materia del cielo non è diversa da quella della terra»[18] ed esiste soltanto un *unico mondo* (e non una molteplicità di mondi) la cui natura consiste nel fatto di essere una sostanza estesa occupante già tutti i possibili spazi immaginabili. Una volta eliminata qualsiasi differenza sostanziale tra mondo celeste e mondo terrestre, a Cartesio non rimane che l'individuazione di leggi fisiche valide nell'intero universo unificato. Posto che ogni variazione o cambiamento della materia dipende dal movimento e che tra movimento e quiete sussiste un'equivalenza ontologica che implica una concezione relativistica del movimento stesso, Cartesio riconosce l'azione di due sole leggi meccaniche nell'universo: il *principio d'inerzia*[19] e il *principio della conservazione della quantità di moto*, di cui si può già trovare una prima importante formulazione nel settimo capitolo del *Mondo*[20]. Nell'universo cartesiano, Dio è la causa primaria del movimento, l'unico vero motore della grande *macchina* del mondo la cui azione si è esplicitata in un'originaria quantità di moto che, attraverso gli urti, si mantiene sempre uguale e si distribuisce in modi

con Dio stesso, che è invece *sostanza assoluta*, a motivo della perfezione riconosciuta all'infinità: tuttavia ciò non può né deve accadere, dal momento che lo spazio, in quanto estensione, coincide con la sostanza materiale e non con la *res cogitans*, da essa ontologicamente distinta.

18. Ivi, p. 1793 (parte II, § 22).

19. Per la verità, la denominazione corrente di questa legge deve essere fatta risalire a Newton, per quanto il termine latino *inertia* – come abbiamo visto (cfr. CAP. 2, pp. 105-6, nota 91) – compaia più volte già negli scritti di Keplero. A differenza di Cartesio e Newton, però, Keplero utilizza ancora questo concetto nel suo significato essenzialmente aristotelico, per indicare cioè la *resistenza* di un corpo al moto, da lui intesa come proporzionale alla sua massa, dal momento che tutta la sua fisica si fonda sul principio che ogni moto richieda l'esistenza di una forza proporzionale al moto stesso. Di contro, Newton – seguendo in ciò Galilei e soprattutto Cartesio, giacché non ci sono testimonianze certe che egli abbia effettivamente letto le opere di Keplero – intende correttamente l'inerzia come la resistenza a un cambiamento di stato, sia esso di quiete o di moto rettilineo uniforme. Al riguardo, cfr. almeno Koyré (1976, pp. 188-9) e Cohen (1982, pp. 197-9).

20. Cfr. Descartes (2009, pp. 254-71).

differenti tra i corpi. Il moto, come tale, è *nel mosso* e non nel *movente*, dal momento che nel moto dei corpi è esclusa l'azione di ogni forza attrattiva o repulsiva e in generale di qualsiasi azione a distanza (come forze elettriche, magnetiche e gravitazionali)[21]. In particolare, il principio d'inerzia è esposto nei *Principia philosophiae* come *prima legge di natura*:

> Di queste leggi, la prima è che ciascuna cosa, in quanto è semplice e indivisa, rimane, per quanto è in essa, sempre nel medesimo stato, e non viene mutata mai se non da cause esterne. Così, se una certa parte di materia è quadrata, ci persuaderemo facilmente che essa rimarrà per sempre quadrata, a meno che non sopraggiunga da fuori qualcosa che muti la sua figura. Se poi sarà in quiete, non crediamo che essa comincerà mai a muoversi, a meno che non sia spinta a ciò da una qualche causa. Né v'è più ragione di ritenere, nel caso in cui essa si muova, che mai interrompa il proprio movimento spontaneamente, senza essere impedita da alcunché d'altro. E, pertanto bisogna concludere che ciò che si muove, per quanto è in esso, si muove sempre[22].

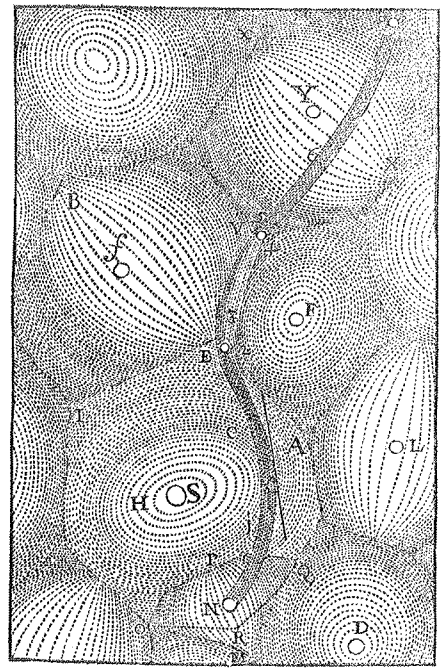
Tale principio è però integrato e completato da una *seconda legge di natura*, che stabilisce che il moto originario e naturale è di tipo *rettilineo* e *uniforme*, sempre uguale a sé stesso fintantoché non intervenga un elemento in grado di perturbare tale movimento. Il principio della conservazione della quantità di moto, considerato da Cartesio come *terza legge di natura* e derivato dall'ipotesi dell'omogeneità dello spazio, stabilisce invece che

> quando un corpo che si muove si scontra con un altro, se ha una forza di proseguire in linea retta minore di quanta ne abbia l'altro di resistere, allora è deviato in un'altra direzione e, mantenendo il suo movimento, ne perde soltanto la determinazione; se invece ha una forza maggiore, allora muove con sé l'altro corpo, e perde tanto del suo movimento quanto gliene dà[23].

In altri termini, la quantità di moto (come prodotto tra *massa* e *velocità*) totale di un sistema *isolato* – dove cioè la risultante delle forze esterne è *nulla* e su cui agiscono solo forze interne – è *costante* nel tempo. Semplificando un po' le cose, possiamo chiarire quest'ordine di idee nel

21. Per una storia del concetto fisico di azione a distanza, cfr. Hesse (1974).
22. Descartes (2012c, pp. 1807-9: parte II, § 36).
23. Ivi, p. 1813 (parte II, § 40).

FIGURA 3.1
Esempio di vortici di etere con cui Cartesio spiega i fenomeni della gravitazione



modo seguente. Quando due corpi si incontrano in un sistema isolato, l'uno trasferisce equamente all'altro il proprio movimento, in modo da perderne del suo, oppure acquisisce movimento quando è l'altro corpo a perderlo. Nell'universo meccanico di Cartesio, infatti, il movimento non aumenta, né diminuisce, ma si mantiene sempre costante in rapporto alla stessa immutabilità di Dio, e il principio d'inerzia è di fatto ammesso sia come conservazione della velocità iniziale, sia come conservazione della direzione rettilinea del moto.

Sulla base di questi princìpi, Cartesio arriva a formulare anche la sua celebre teoria dei *vortici di etere*, trattata nella terza parte dei *Principia philosophiae*, con la quale egli cerca di spiegare – sempre sulla base di una sistematica riduzione della fisica alla geometria e in forza di leggi puramente meccaniche – i fenomeni della gravità e del moto di rivoluzione dei pianeti (FIG. 3.1). Nonostante il carattere rettilineo del moto inerziale, infatti, l'assenza del vuoto nell'universo finisce per produrre

una sorta di *chiusura* del moto in una forma circolare. A questo proposito, Cartesio ipotizza che l'etere, la materia sottile celeste in cui si trovano i pianeti, «ruoti continuamente come un vortice nel cui centro c'è il Sole e che le sue parti più vicine al Sole si muovano più velocemente di quelle più lontane, e che tutti i pianeti (nei cui numero è la Terra) si trovino sempre in mezzo alle stesse parti di questa materia celeste»[24].

Il complesso sistema di vortici che avvolge la Terra e gli altri corpi celesti ruota a sua volta entro il più ampio vortice da cui è avvolto il Sole, e sarebbe proprio la materia sottile in moto vorticoso a regolare i vari fenomeni gravitazionali e a spingere verso il suolo terrestre ogni corpo pesante. In questo quadro, la trasmissione del movimento avviene per contatto diretto o indiretto da parte di un corpo in movimento contro un altro corpo che sta in quiete, che modifica il proprio movimento o che devia dalla propria traiettoria inerziale rettilinea. Così i pianeti percorrono orbite curve o *deviate* rispetto alla traiettoria inerziale che li farebbe andare lontano dal Sole proprio perché vi sono *trascinati* dal vortice di materia in cui invece si trovano. La teoria cartesiana dei vortici, priva di convalida sperimentale e di alcuna elaborazione matematica, ha essenzialmente un solo obiettivo: evitare il ricorso a forze a distanza nella spiegazione della dinamica planetaria e dei fenomeni di gravità terrestri all'interno di una concezione generale dello spazio che ha fatto della sua geometrizzazione e della sua materializzazione la propria cifra costitutiva.

3.2
Momenti fondativi: Newton e il concetto di spazio assoluto

Nel capitolo conclusivo di *The Sleepwalkers* (1959), il saggista, filosofo e divulgatore ungaro-britannico Arthur Koestler (1905-1983) paragona la scienza del XVII secolo a una grande orchestra intenta ad accordarsi, in cui ogni musicista è pienamente assorbito nella gamma del proprio strumento in attesa dell'arrivo del direttore, e la figura di Isaac Newton (1642-1726)[25] a quella del direttore che, una volta entrato in scena, «pa-

24. Ivi, p. 1853 (parte III, § 30).

25. Le date di nascita (25 dicembre 1642) e morte (20 marzo 1726) di Newton sono ovviamente quelle del calendario giuliano, all'epoca ancora vigente in Inghilterra. Secondo il calendario gregoriano, già adottato nei paesi cattolici ed entrato in vigore

cifica il caos per creare subito l'armonia»[26]. In effetti, la sintesi newtoniana, che con la legge di gravitazione universale e l'unificazione di meccanica e astronomia dà origine a un nuovo e duraturo sistema del mondo, ha il merito di ricomporre in un quadro coerente e armonico le diverse voci – da Copernico a Keplero, da Galilei a Gilbert fino a Cartesio – che hanno cercato di spiegare, non senza elementi di criticità, le complesse dinamiche dei fenomeni celesti e terrestri[27]. Al centro di questo quadro si trovano soprattutto le leggi di Keplero sul movimento dei pianeti e quelle di Galilei sul movimento dei corpi terrestri:

> Le forze che animavano i pianeti del modello kepleriano non stavano in piedi all'esame del fisico. E viceversa le leggi dei proiettili e della caduta dei corpi in Galileo non avevano apparentemente alcun rapporto con i movimenti dei pianeti o delle comete. Secondo Keplero i pianeti descrivevano delle ellissi, secondo Galileo dei cerchi. Secondo Keplero essi erano mossi dai «raggi» di una forza che emanava dalla rotazione del Sole, secondo Galileo non erano mossi da nulla, per il motivo che il movimento circolare è perpetuo. Secondo Keplero la pigrizia o inerzia dei pianeti tendeva a dar loro ritardo nella corsa; secondo Galileo proprio il principio dell'inerzia li manteneva nel loro girotondo. «Tutto era rotto, più nessun legame», come diceva John Donne. La confusione era ancor più grave dopo l'ultimo gigante pre-newtoniano, Cartesio. Ché, secondo questo filosofo, l'inerzia non mantiene i corpi nel movimento circolare, bensì nel movimento rettilineo. Teoria quanto mai sorprendente in quanto i corpi celesti potevano descrivere dei cerchi o magari delle ellissi, ma sicuramente non delle linee rette. Per far girare i pianeti Cartesio supponeva quindi dei vortici che agitavano l'etere onnipresente, una variante dei raggi che spazzano di Keplero[28].

in Inghilterra nel 1752, Newton è invece nato il 4 gennaio 1643 e morto il 31 marzo 1727. L'apparente scarto di un anno per quanto riguarda la data della morte è dovuto al fatto che nel calendario giuliano il nuovo anno iniziava il giorno della festa liturgica dell'Annunciazione del Signore (che cade 25 marzo), anziché il 1° gennaio: Newton sarebbe così morto cinque giorni prima del capodanno giuliano del 1727.

26. Koestler (1981, p. 494).

27. Cfr. Guicciardini (2021).

28. Koestler (1981, pp. 495-6). Rispetto a quanto affermato da Koestler sono tuttavia doverose almeno due precisazioni. Posto che Galilei si serve del principio d'inerzia senza averlo mai effettivamente teorizzato e formulato, egli tenta di estendere le sue leggi fisiche (compresa quella della caduta dei gravi) al moto dei pianeti. Lo fa, per esempio, sia nella prima giornata del *Dialogo* che nella quarta dei *Discorsi*. Inoltre, in uno dei *Frammenti* relativi al *Dialogo* (materiali provenienti da fonti diverse e di non univoca datazione) Galileo sembra descrivere un rudimentale concetto di gravitazio-

In questo contesto, Newton – che già a partire dagli anni Sessanta del XVII secolo, dopo aver conseguito il titolo di *Bachelor of Arts* (1665) e di *Master of Arts* (1668) presso il Trinity College di Cambridge, si era dedicato a studi fondamentali sul calcolo delle flussioni e sulla natura della luce e dei colori[29] – nel 1687, dopo una lunga elaborazione, pubblica i *Philosophiae naturalis principia mathematica*, con cui pone definitivamente le basi della fisica classica. Nell'opera newtoniana, in larga misura strutturata secondo il classico modello euclideo dove i contenuti sono organizzati nella forma di un rigoroso sistema assiomatico, è infatti la matematica a costituire il vero e proprio *strumento ordinatore* dell'esperienza, capace di imporre il proprio ordine alla molteplicità dei fenomeni naturali: uno strumento che, nelle sue dimostrazioni, procede in modo indipendente da considerazioni di ordine fisico e che solo in ultima istanza si confronta con l'esperienza[30].

La riorganizzazione complessiva della meccanica seicentesca operata da Newton nei *Principia*, in cui l'ideale della matematizzazione della natura è connesso a quello della sua meccanicizzazione, si fonda innanzitutto sulle tre leggi fondamentali del moto – cioè il principio d'inerzia, il principio di proporzionalità tra la forza e l'accelerazione e il principio di azione e reazione – e su una nuova nozione di *forza* intesa come agente su un corpo e non più come proprietà del corpo stesso[31]. Per spiegare sia il movimento dei pianeti intorno al Sole sia la gravità in ambiente terrestre, qui Newton suppone l'esistenza di una forza conservativa di attrazione a distanza, sulla cui causa o natura si astiene dal formulare ipotesi (incompatibili con lo statuto epistemologico della filosofia sperimentale) ma di cui descrive matematicamente gli effetti attraverso la formulazione di una legge, detta di *gravitazione universale*. Secondo tale legge, due corpi (che nei *Principia* sono quasi sempre

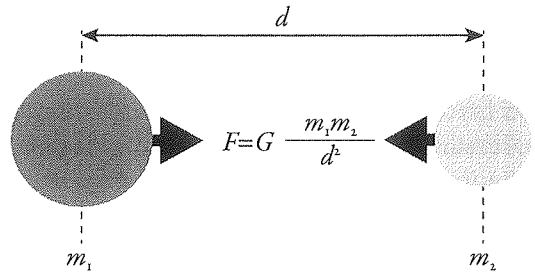
ne laddove afferma che «le parti della Terra hanno tal propensione al centro di essa, che quando ella cangiasse luogo, le dette parti (benché lontane dal globo nel tempo della mutazione di esso) la seguirebbero per tutto: esempio di ciò sia il séguito perpetuo delle Medicee, ancor che separate continuamente da Giove. L'istesso si deve dir della Luna, obbligata a seguir la Terra: il che serva per i semplici, che hanno retinenza di capire come questi 2 globi, non essendo legati insieme con una catena o infilzati 'n un'asta, si conseguitino l'un l'altro, sì che all'incitarsi o ritardarsi dell'uno, si acceleri o ritardi l'altro» (Galilei, 1897, p. 544).

29. Per quanto attiene agli studi newtoniani sull'ottica, cfr. Giudice (2009).

30. Cfr. Cohen (1971).

31. Cfr. Jammer (1979, pp. 129-58).

FIGURA 3.2
Illustrazione della legge della gravitazione universale di Newton



F è la forza di attrazione, m_1 e m_2 sono le due masse, d è la distanza che intercorre tra di esse e G è un *fattore costante* avente lo stesso valore in tutti i casi (cioè, per esempio, nel rapporto di reciproca attrazione tra il Sole e Giove, tra la Terra e la Luna, tra la Terra e una mela oppure tra due stelle).

considerati puntiformi, come veri e propri *centri di forza*) si attraggono reciprocamente con una forza che è direttamente proporzionale al prodotto delle due masse e inversamente proporzionale al quadrato della distanza che li separa (FIG. 3.2).

L'universalità della legge della gravitazione implica che la forza di attrazione – che per Newton è trasmessa *istantaneamente* (un aspetto, questo, che sarà messo definitivamente in crisi dalla relatività einsteiniana[32]) – agisce ovunque e su tutti i corpi; inoltre, maggiore è la massa dei corpi, maggiore sarà l'intensità della gravità, mentre più distanti sono i corpi, minore sarà la forza di gravità. Di fatto, questa importante legge fisica, destinata a restare pressoché immutata per oltre due secoli, spiega come l'inerzia di un pianeta e la forza attrattiva esercitata su di esso dal Sole si compongano in modo tale che il pianeta percorra senz'altro un'orbita ellittica (in ossequio alla prima legge di Keplero),

32. L'idea che la gravità rappresenti una forza istantanea è infatti in contraddizione, come si noterà meglio più avanti (cfr. PAR. 6.2), con il principio fisico secondo cui nulla può propagarsi a una velocità superiore a quella della luce. Con la sua *equazione di campo*, cuore della relatività generale, Einstein fornirà al problema una nuova soluzione: i pianeti non orbitano a causa di una forza invisibile, ma si muovono lungo un percorso determinato dalla curvatura dello spazio-tempo come conseguenza della distribuzione di massa-energia nell'universo. Da ciò si ricava non solo che la gravità, come attributo dello spazio-tempo curvo, si propaga a una velocità *finita*, ma anche che la velocità di propagazione del campo gravitazionale è uguale alla velocità della luce.

ma un'ellisse per così dire *perturbata* dall'azione degli altri pianeti che gli sono intorno.

Il modello cosmologico newtoniano si trova organicamente esposto nel terzo libro dei *Principia mathematica* (intitolato *De mundi systemate*) e comprende, oltre alla teoria del moto dei pianeti, anche una spiegazione del fenomeno delle maree (dovute all'interazione gravitazionale tra la Terra e la Luna), della precessione degli equinozi, delle anomalie del moto lunare e delle traiettorie delle comete. L'opera ha però una struttura più complessa, che riflette una cifra contenutistica altrettanto ricca di implicazioni non solo di ordine fisico, ma anche filosofico e teologico. Gli altri due libri che compongono i *Principia*, di taglio prevalentemente matematico, si occupano rispettivamente del moto dei corpi nel vuoto (oggetto del primo libro, che culmina con la dimostrazione che le leggi di Keplero sono ricavabili dai tre princìpi della dinamica) e di meccanica dei fluidi (oggetto del secondo libro, il cui obiettivo è essenzialmente quello di dimostrare l'inconsistenza della teoria cartesiana dei vortici e la sua incompatibilità con le leggi di Keplero). A ciò devono poi aggiungersi una *Prefazione dell'autore*, dove Newton chiarisce che l'obiettivo principale della filosofia naturale è quello di «investigare le forze della natura a partire dai fenomeni del moto» e di «dimostrare i restanti fenomeni a partire da queste forze»[33], e dove emerge una concezione della matematica (e in particolare della geometria) come vera e propria branca della meccanica; una serie di *Definizioni* seguite da uno *Scolio* (annotazione); l'enunciazione degli *Assiomi o leggi del movimento*, seguiti da corollari. Chiude il volume uno *Scolio generale*, aggiunto nella seconda edizione del 1713 e dal taglio essenzialmente teologico, dove la forza di gravità sembra in ultima istanza collegarsi all'infinita e onnipresente potenza divina.

Non è certamente questa la sede più adeguata per un'analisi dettagliata dell'intero contenuto dei *Principia*. In questo paragrafo ci limiteremo invece a mettere a fuoco la particolare concezione newtoniana dello spazio, per capire la quale è tuttavia opportuno richiamare, alme-

33. Newton (1965, p. 57). Di una selezione di parti fondamentali dei *Principia* esiste anche una più recente traduzione italiana, curata da Franco Giudice e accompagnata – oltre che da un ricco apparato di note storico-critiche – dalla pubblicazione del carteggio tra Newton e il teologo britannico Richard Bentley (1662-1742), dove Newton attribuisce chiaramente l'origine e l'ordine dell'universo al disegno intelligente di Dio: a questo proposito, cfr. Newton (2018, pp. 97-118).

no per sommi capi, alcuni concetti fondamentali del suo sistema filosofico-naturale. Nei *Principia*, Newton sviluppa un concetto di *massa* (distinta dal peso) come «quantità di materia»[34], cioè come prodotto della sua densità per il volume, intendendo la materia (uno dei tre elementi costitutivi dell'universo insieme al *movimento* e allo *spazio*) in un senso prettamente atomistico e la massa come attributo essenziale della materia stessa: in ciò ovviamente Newton si discosta da Cartesio, per il quale la materia coincide con l'estensione e quindi con lo spazio. Ancora, il concetto di *forza* (sia essa *insita*, *impressa* o *centripeta*), lungi dal rappresentare una mera astrazione matematica, è inteso da Newton nei termini di un essere fisico reale, di un'entità assolutamente data in grado di esercitare un'azione sui corpi. Da ultimo, il concetto di *movimento* è concepito in antitesi rispetto alla classica definizione cartesiana, vale a dire non più come spostamento relativo di due corpi adiacenti ma come spostamento di un corpo da una posizione spaziale a un'altra. Ciò presuppone che lo spazio all'interno del quale i corpi si muovono sia dato *indipendentemente* e *prima* dei corpi stessi: a questo proposito, Newton introduce – in un apposito *Scolio* alle *Definizioni* – il concetto di *spazio assoluto*, successivamente a quello, ad esso correlato, di *tempo assoluto*.

L'assolutezza riconosciuta da Newton allo spazio e al tempo deve essere qui intesa nel suo senso letterale, cioè come *assenza di legami* con oggetti o fenomeni, a differenza di quanto avviene per lo spazio e il tempo propri del pensiero comune, qualificabili come relativi, sensibili, apparenti e misurabili. Se il tempo assoluto, «vero, matematico, in sé e per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, scorre uniformemente, e con altro nome è chiamato durata»[35], quello relativo costituisce una *misura* (sia essa esatta o inesatta) della durata per mezzo del moto, comunemente indicata attraverso i segmenti temporali di *ora*, *giorno*, *mese* e *anno*. Il carattere assoluto del tempo è giustificato dal fatto che esso fa da supporto alla prima legge del moto, secondo cui «ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse»[36]: secondo Newton, infatti, un moto rettilineo è reso possibile soltanto dall'assenza di accelerazioni, cioè di variazioni temporali

34. Newton (1965, p. 91).
35. Ivi, pp. 101-2.
36. Ivi, p. 113.

della velocità, così che il concetto di *uniformità* richiede necessariamente quello di un tempo assoluto e tale assolutezza è condizione di possibilità dell'uniformità stessa del moto. D'altra parte, se gli stati di quiete o di moto rettilineo uniforme – tra loro perfettamente equivalenti – possono essere determinati solo in relazione ad altri corpi che siano in quiete o in moto, si rende necessario, per evitare di riprodurre all'infinito il rinvio a sempre nuovi sistemi di riferimento, riconoscere l'esistenza (tanto sul piano logico quanto su quello ontologico) di uno *spazio assoluto* che: 1. pur essendo impercettibile per i nostri sensi, esista indipendentemente dall'esistenza dei corpi materiali; 2. sia dotato di proprietà indipendenti dall'interazione con la materia; 3. sia definito indipendentemente dalle misure e dalle osservazioni che possono essere fatte sugli oggetti sensibili. Scrive in proposito Newton:

> Lo spazio assoluto, per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, rimane sempre uguale e immobile; lo spazio relativo è una dimensione mobile o misura dello spazio assoluto, che i nostri sensi definiscono in relazione alla sua posizione rispetto ai corpi, ed è comunemente preso al posto dello spazio immobile; così la dimensione di uno spazio sotterraneo o aereo o celeste viene determinata dalla sua posizione rispetto alla Terra. Lo spazio assoluto e lo spazio relativo sono identici per grandezza e specie, ma non sempre permangono identici quanto al numero. Infatti se la Terra, per esempio, si muove, lo spazio che contiene la nostra aria, e che, relativamente alla Terra, rimane sempre identico, ora sarà una data parte dello spazio assoluto attraverso cui l'aria passa, ora un'altra parte di esso; e così, senza dubbio, muterà incessantemente[37].

Come tale, lo spazio assoluto o *vero* – al cui interno si rende possibile il vuoto – è uno spazio *sostanziale*, dotato cioè di una propria realtà, che esiste in sé, è una realtà infinita, omogenea e isotropa, non rappresenta un sistema di relazioni tra i corpi, non è dotato di caratteristiche dinamiche e non può essere scomposto, proprio come il tempo assoluto, in specifiche determinazioni metriche (come, per esempio, il *metro*, il *pollice*, ecc.). Come lo scorrere del tempo è continuo, uniforme ed eterno, così lo spazio assoluto si configura come *omogeneo*, *uniforme* e *continuo*: caratteri, questi, ai quali Newton perviene generalizzando alla totalità dello spazio proprietà geometriche percepite e ritenute valide localmente. A ciò si unisce un'ulteriore caratteristica, quella dell'*immobilità*, con la quale Newton prende definitivamente le

37. Ivi, pp. 102-4.

distanze dalla concezione *relativo-posizionale* dello spazio proposta da Cartesio, il quale – come si è visto – identifica lo spazio con l'estensione ammettendone quindi il movimento. Rispetto allo spazio assoluto, che assurge al ruolo di sistema di riferimento privilegiato nello studio dei fenomeni del moto, lo spazio relativo è infatti qualcosa di *aderente* ai corpi e avente il carattere della *mobilità*: una mobilità, tuttavia, che si manifesta (ed è resa possibile) solo all'interno dello spazio assoluto, come nell'esempio della Terra in movimento proposto da Newton nel passo citato.

La distinzione tra spazio assoluto immobile e spazio relativo che si trova e si muove in esso si accompagna a un'altra importante distinzione, quella tra *luogo assoluto* e *luogo relativo*, in base al tipo di spazio occupato da un corpo:

> Il luogo è la parte dello spazio occupata dal corpo, e, a seconda dello spazio, può essere assoluto o relativo. Dico parte dello spazio, non posizione del corpo o superficie che lo circonda. Infatti i luoghi di solidi eguali sono sempre eguali; invece le superfici, a causa della dissomiglianza delle figure, sono molto spesso ineguali; le posizioni, a rigore, non hanno quantità, e non sono tanto luoghi quanto proprietà dei luoghi. Il movimento dell'insieme è identico alla somma del movimento delle parti, ossia, la traslazione del tutto dal proprio luogo è identica alla somma della traslazione delle parti dai propri luoghi; quindi il luogo dell'intero è identico alla somma dei luoghi parziali e pertanto è interno ed in tutto il corpo[38].

A differenza di Cartesio (ma anche di Aristotele), Newton sostiene che il luogo è in generale la parte di spazio occupato da un corpo – qualcosa cioè che è nei corpi e *in cui* essi si trovano – e non la sua posizione rispetto ad altri corpi o la superficie che lo circonda e lo comprende. Rispetto alla posizione, che non ha quantità, il luogo rappresenta una grandezza *quantificabile*: in questo senso, se due corpi (solidi) hanno la stessa quantità, allora devono averla anche i luoghi che essi occupano, ma la parte di spazio che essi occupano dovrà necessariamente essere tridimensionale, giacché a parità di volume non è detto che la superficie occupata risulti sempre la medesima (corpi di uguale volume possono infatti avere superfici bidimensionali affatto diverse). Il moto, poi, definisce un processo in cui i corpi cambiano i loro luoghi, evidentemente non portandoseli dietro ma liberandoli per altri corpi: la distinzione

38. Ivi, p. 104.

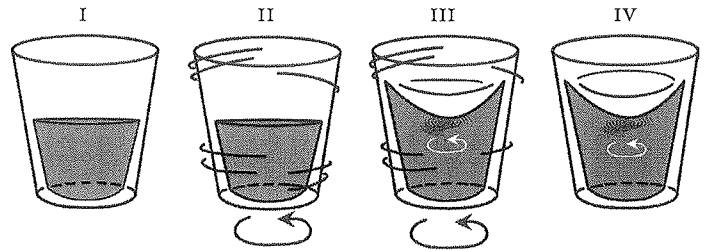
tra luogo assoluto e luogo relativo finisce così per implicare quella tra *moto assoluto* e *moto relativo*, laddove «il moto assoluto è la traslazione di un corpo da un luogo assoluto in un luogo assoluto, il relativo da un luogo relativo in un luogo relativo»[39]. In questo senso,

> in una nave spinta dalle vele, il luogo relativo di un corpo è quella parte della nave in cui il corpo giace, ossia quella parte dell'intera cavità che il corpo riempie e che dunque si muove insieme alla nave: e la quiete relativa è la permanenza del corpo in quella medesima parte della nave o parte della cavità. Ma la quiete vera è la permanenza del corpo nella medesima parte di quello spazio immobile nella quale la stessa nave si muove insieme alla propria cavità e all'intero suo contenuto. Di conseguenza, se la Terra è realmente in quiete, il corpo che era in quiete relativa sulla nave si muoverà di moto reale ed assoluto con la stessa velocità con la quale la nave si muove sulla Terra. Se invece si muove anche la Terra, il moto vero ed assoluto del corpo nascerà in parte dal moto vero della Terra nello spazio immobile, in parte dal movimento relativo della nave sulla Terra: e se anche il corpo si muove di moto relativo sulla nave, il suo moto vero nascerà in parte dal moto vero della Terra nello spazio immobile, in parte dai moti relativi sia della nave sulla Terra, sia del corpo sulla nave; da questi movimenti relativi nascerà il movimento relativo del corpo sulla Terra[40].

In altri termini: un corpo immobile posto all'interno di una nave in movimento risulta fermo rispetto alla nave, ma in movimento rispetto allo spazio assoluto (sarebbe infatti *realmente* fermo solo se lo fosse rispetto allo spazio assoluto); un corpo in movimento su una nave in movimento risulta sia in movimento relativo rispetto alla nave, sia in movimento relativo rispetto alla Terra, e il suo moto nello spazio assoluto scaturisce dalla combinazione dei due diversi movimenti. In fondo, per quanto ordinariamente si tenda a misurare i movimenti dei corpi sempre e solo in riferimento a un punto assunto *convenzionalmente* o *arbitrariamente* come immobile e quindi a considerare moti relativi invece che moti assoluti *reali*, ciò non toglie che in natura esistano il moto assoluto *vero* e la quiete *vera*. La distinzione tra queste due tipologie di moto è quindi posta da Newton a fondamento dello stesso principio d'inerzia, dal momento che non sarebbe affatto possibile sostenere che un corpo si trova in quiete o si sta muovendo di moto rettilineo uniforme se non si

39. *Ibid.*
40. Ivi, pp. 104-5.

FIGURA 3.3
L'esperimento del secchio rotante proposto da Newton



facesse riferimento tanto a uno spazio immobile, infinito e omogeneo, quanto a un tempo che fluisce uniformemente ed eternamente, sciolto da ogni legame con lo spazio e la materia.

Ma come è possibile distinguere il moto assoluto da quello relativo? Se già Galilei aveva riconosciuto l'impossibilità di stabilire, con l'esperimento mentale del *gran navilio*, se il nostro laboratorio è fermo oppure si muove di moto rettilineo uniforme, secondo Newton tale distinzione è possibile sulla base dell'osservazione degli effetti causati dalla rotazione, vale a dire «le forze di allontanamento dall'asse del moto circolare»[41] o forze centrifughe: la loro presenza sarà così indice di un moto circolare vero e assoluto, mentre la loro assenza stabilirà un moto circolare puramente relativo. In questo senso, lo spazio assoluto può essere determinato solo dinamicamente e non cinematicamente. Per dimostrare quest'ordine di idee, Newton presenta il celebre esperimento mentale del secchio rotante pieno d'acqua (FIG. 3.3), dove il particolare moto di allontanamento dell'acqua dall'asse di rotazione rende impossibile la semplice spiegazione in termini di moto relativo tra acqua e secchio o di interazione tra acqua e i corpi vicini.

Possiamo descrivere l'esperimento nel modo seguente. Si appenda un secchio pieno d'acqua a una fune e si attorcigli la fune fino al punto in cui, a causa della torsione, essa risulti completamente indurita. In questa situazione, se il secchio e l'acqua vengono lasciati a riposo, si trovano entrambi in quiete relativa e in uno stato di rotazione nulla (fase I). A questo punto, si lasci andare il secchio in modo che la fune sia

41. Ivi, p. 109.

libera di sciogliersi. Il secchio comincia a ruotare e nei primi istanti di rotazione del secchio l'acqua, che non partecipa al moto del secchio, rimane stabilmente ferma: si genera così un moto relativo tra acqua e secchio in cui la superficie dell'acqua presenta una configurazione piana (fase II). Dopo alcuni istanti di rotazione, il secchio imprime all'acqua la sua forza e l'acqua comincia a ruotare insieme al secchio, assumendo gradualmente una forma concava (nota come *paraboloide di rotazione*): sull'acqua agiscono forze centrifughe che tendono ad allontanarla dal proprio asse di rotazione e che a un certo punto annullano il moto relativo tra acqua e secchio, così che la prima risulta essere in quiete relativa rispetto al secondo e viceversa (fase III). A questo punto, si immagini di fermare improvvisamente il secchio con le mani: l'acqua continua però a ruotare, e fino al suo ritorno all'originario stato di quiete si verifica nuovamente un moto relativo tra acqua e secchio, con la sola differenza che la superficie dell'acqua presenta ora una configurazione concava e non piatta (fase IV).

Questo esperimento presenta due situazioni asimmetriche per quanto riguarda il moto relativo (asimmetria di comportamento), eppure perfettamente distinguibili per l'assenza o la presenza di forze responsabili dell'incurvatura della superficie dell'acqua all'interno del secchio. In questo senso, il moto relativo della fase iniziale dell'esperimento è del tutto diverso dal moto relativo generatosi alla fine. Newton spiega questa differenza sostenendo che la concavità della superficie dell'acqua non è un effetto del moto circolare dell'acqua stessa rispetto a corpi adiacenti (come le pareti del secchio, o il secchio medesimo), non dipende cioè «dalla traslazione dell'acqua rispetto ai corpi che la circondano»[42], come vorrebbe Cartesio, ma rispetto allo spazio assoluto, omogeneo, immobile e isotropo. Possiamo riassumere i termini dell'esperimento newtoniano nella TAB. 3.1.

Ora, l'esperimento proposto da Newton risponde ad almeno due obiettivi di fondo: da una parte, dimostrare come il moto *vero* (assoluto) possa essere adeguatamente compreso e distinto da quello relativo soltanto se riferito allo spazio assoluto; dall'altra, criticare – seppure non apertamente – la concezione cartesiana del moto, secondo cui è la relazione con altri corpi a determinare il moto vero o la quiete di un corpo. L'obiettivo di Newton non è però quello di dimostrare *tout court* l'esistenza dello spazio assoluto, che pure intende come qualcosa

42. Ivi, p. 110.

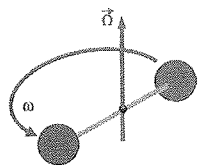
TABELLA 3.1
Le quattro fasi dell'esperimento del secchio e le relative caratteristiche

	Fase I	Fase II	Fase III	Fase IV
Secchio	Fermo	In moto	In moto	Fermo
Acqua	Ferma	Ferma	In moto	In moto
Superficie dell'acqua	Piana	Piana	Concava	Concava
Moto relativo	No	Sì	No	Sì

di *reale* e *indipendente* e dunque come sistema di riferimento fisso e immodificato dai corpi materiali in esso contenuti. Non a caso, invece di ammettere un'improbabile diretta accessibilità empirica dello spazio assoluto, Newton riconosce che «è difficilissimo in verità conoscere i veri moti dei singoli corpi e distinguerli di fatto dagli apparenti: e ciò perché le parti dello spazio immobile, in cui i corpi veramente si muovono, non cadono sotto i sensi»[43]. La stessa ipotesi newtoniana secondo cui la superficie dell'acqua all'interno del secchio sarebbe curva tanto se ruotasse nello spazio vuoto quanto in uno spazio pieno di materia stellare è del tutto impossibile da verificare[44].

43. *Ibid.*

44. Problemi analoghi si possono riscontrare anche nell'altro esperimento mentale proposto da Newton nei *Principia* a sostegno del proprio concetto di spazio assoluto: quello delle due sfere congiunte da una corda e ruotanti intorno al loro comune centro di gravità. Le sfere sono abbastanza distanti da poter ignorare i loro effetti reciproci e la tensione della corda viene interpretata come l'indicazione del moto assoluto delle sfere. Come nell'esperimento del secchio, anche qui abbiamo a che fare con un moto circolare che produce un effetto sensibile: la forza centrifuga responsabile della tensione del filo. In questo caso, però, oltre alla quantità di moto circolare è possibile determinare anche la *direzione* oraria o antioraria della rotazione delle sfere, e ciò può avvenire sia in uno spazio vuoto privo di ulteriori punti di riferimento, sia in riferimento alla traslazione delle sfere rispetto alle stelle fisse. Scrive in proposito Newton: «se due globi, legati da un filo ad una determinata distanza l'uno dall'altro, vengono fatti ruotare intorno al comune centro di gravità, si conoscerà, dalla tensione del filo, lo sforzo di allontanamento dei globi dall'asse del loro movimento, e di conseguenza si potrà calcolare la quantità del movimento circolare. Inoltre, se, al fine di aumentare o diminuire il moto circolare, si applicassero simultaneamente forze uguali qualsiasi, ora sull'una faccia ora sull'altra dei globi, dalla aumentata o diminuita tensione del filo si potrebbe conoscere l'aumento o il decremento del moto, e allora, infine, si potrebbe stabilire su quali facce dei globi le forze dovrebbero essere applicate per aumentare al massimo il movimento;



Ad ogni modo, il concetto newtoniano di spazio assoluto – con le sue evidenti implicazioni di ordine fisico e metafisico – e la controversa interpretazione del moto circolare come movimento ad esso relativo non hanno mancato di sollevare obiezioni anche piuttosto forti in ambito filosofico e scientifico, da Huygens a Leibniz, da Berkeley a Duhem fino a Mach. In particolare, il fisico e filosofo austriaco Ernst Mach (1838-1916), sul quale avremo modo di tornare più avanti, sottolineando come «Newton sia ancora sotto l'influenza della filosofia medioevale, e *non* abbia mantenuto il proposito di attenersi al *fattuale*»[45],

ossia le facce più lontane, vale a dire quelle che nel moto circolare seguono. Una volta conosciute le facce che seguono, e le facce opposte che precedono, verrà conosciuta la determinazione del moto. In questo modo potrebbe venir trovata la quantità e la determinazione di questo moto circolare in qualunque vuoto immenso, ove non esiste alcunché di esterno e sensibile con cui i globi potrebbero essere confrontati. Se in quello spazio si ponessero dei corpi lontani che mantenessero fra di loro le posizioni date, come sono le stelle fisse nelle regioni del cielo, in verità non si potrebbe sapere, dalla traslazione relativa dei globi fra i corpi, a quale di questi o di quelli sia da attribuire il moto. Ma se si osservasse la corda e si trovasse che la sua tensione è quella stessa che il movimento dei globi richiede, sarebbe lecito concluderne che i globi si muovono e i corpi giacciono in quiete; e ancora, dalla traslazione dei globi fra i corpi, sarebbe lecito ricavare la determinazione di questo moto» (ivi, p. 111).

45. Mach (1977, p. 241). Dichiaratamente animato da «un intento critico o, per dirla ancora più esplicitamente, antimetafisico» (ivi, p. 27), Mach, oltre a criticare le newtoniane «*mostruosità* concettuali» (ivi, p. 32) dello spazio e del tempo assoluti, si propone anche l'obiettivo di eliminare la possibilità stessa di un moto assoluto. Secondo Mach, infatti, «l'esperimento newtoniano del vaso pieno d'acqua sottoposto a moto rotatorio ci insegna solo che la rotazione relativa dell'acqua rispetto alle *pareti* del vaso non produce forze centrifughe percettibili, ma che tali forze sono prodotte dal moto rotatorio relativo alla massa della terra e agli altri corpi celesti. Non ci insegna nulla di più. Nessuno può dire quale sarebbe l'esito dell'esperimento, in senso qualitativo e quantitativo, se le pareti del vaso divenissero sempre più massicce, fino a uno spessore di qualche miglio. Davanti a noi sta quell'unico fatto; il nostro compito è metterlo d'accordo con gli altri fatti che già conosciamo, non con le nostre arbitrarie fantasticherie» (ivi, p. 249). Nell'interpretazione di Mach, dunque, ciò che ruota – come il secchio di Newton – lo fa sempre rispetto a qualcos'altro in senso fisico e *operativamente disponibile*, vale a dire l'insieme di tutte le altre masse presenti nell'universo. In questo senso, se le forze centrifughe comparissero in seguito alla rotazione dell'intero universo, l'origine di tali forze dovrebbe essere ricondotta a un moto relativo e non a un moto rispetto a un supposto contenitore immobile e inerte: di conseguenza, in un ipotetico universo contenente unicamente il secchio, la superficie dell'acqua in esso contenuta non potrebbe che restare piatta e non avrebbe senso affermarne la rotazione, dal momento che non esiste nulla rispetto a cui essa effettivamente ruota. Ciò si traduce, di fatto, nel rifiuto di riconoscere l'asimmetria

arriva di fatto a riconoscere sia l'impossibilità di una convalida sperimentale dello spazio assoluto (in quanto privo di alcuna proprietà fisica che lo possa individuare) sia la sua completa inutilità ai fini della spiegazione delle forze centrifughe nel moto rotatorio. Nel 1885, invece, il fisico tedesco Ludwig Lange (1863-1936) si propone di eliminare lo spazio assoluto dal quadro concettuale della fisica sostituendolo con quello di *sistema di riferimento inerziale*[46]: un concetto, peraltro, elaborato pressoché in parallelo rispetto a quelli di *sistema di riferimento* e di *orologio di riferimento* proposti nel 1884 dal fisico britannico James Thomson (1822-1892), fratello minore di Lord Kelvin[47]. Come vedremo nel CAP. 6, sarà però la relatività einsteiniana a mettere definitivamente in crisi i concetti newtoniani di spazio e tempo assoluti, ridefinendo altresì molti dei presupposti teorici della fisica classica.

Il concetto di spazio assoluto – di cui Newton ha offerto una prima formulazione anche nel manoscritto *De gravitatione et aequipondio fluidorum*, precedente al 1685[48] – è gravido di conseguenze non solo

tra sistemi inerziali e sistemi non inerziali e nella codifica di un principio, noto come *principio di Mach*, secondo cui l'inerzia di ogni sistema è il risultato dell'interazione del sistema stesso con il resto dell'universo. Fatta propria anche da Einstein, tale concezione (che Mach non ha tuttavia mai elevato al rango di teoria fisica) sancisce tanto l'impossibilità di fissare sistemi di riferimento privilegiati nello studio dei fenomeni del moto, quanto la necessità di riconoscere a qualunque tipo di moto un carattere unicamente relativo, non assoluto. In altri termini, dal momento che ogni moto è relativo, in assenza di altri corpi risulta impossibile stabilire non soltanto il moto dell'oggetto, ma anche l'azione delle stesse forze d'inerzia.

46. Cfr. Lange (1885). Possiamo descrivere questo concetto nei termini seguenti. Dato un punto materiale P_1 moventesi su una traiettoria qualsiasi, anche curvilinea, si muova un sistema di coordinate S in modo che P_1 descriva una retta G_1 in questo sistema. Aggiungendo un secondo e terzo punto materiale P_2 e P_3 moventesi anch'essi di moto arbitrario, il sistema di coordinate può essere ancora mosso in modo tale che P_1, P_2 e P_3 si muovano relativamente a S lungo le rette G_1, G_2 e G_3. Supponendo che P_1, P_2 e P_3 siano proiettati dalla medesima origine e siano poi lasciati a sé stessi, non soggetti cioè ad alcuna forza, il sistema di coordinate S rispetto a cui P_1, P_2 e P_3 descrivono le tre differenti rette G_1, G_2 e G_3 viene definito come *sistema inerziale*, al cui interno resta valido il primo principio della dinamica di Newton. Con l'aiuto di tre punti materiali lasciati liberi può così essere trovato un sistema di coordinate rispetto al quale quattro o più punti materiali lasciati liberi si muovono in linea retta e percorrono spazi tra loro proporzionali.

47. Cfr. Thomson (1884).

48. Cfr. Newton (1962a). Considerazioni simili si possono ritrovare anche in un altro manoscritto newtoniano del 1684, il *De motu corporum* (Newton, 1962b). Al riguardo, cfr. Mamiani (1979, pp. 125-64).

di ordine fisico, ma anche teologico e metafisico. A questo proposito, è doveroso considerare il breve *Scolio generale* posto a chiusura della seconda edizione dei *Principia mathematica*, pubblicata nel 1713. In quest'annotazione finale, oltre a mettere in luce le difficoltà insite nella teoria cartesiana dei vortici, Newton svolge una serie di considerazioni che hanno l'obiettivo di armonizzare le acquisizioni fondamentali della filosofia naturale con i propri personali convincimenti in materia religiosa. Dal canto suo, infatti, Newton non ha soltanto incarnato l'immagine del geniale scienziato e studioso della natura comunemente noto al grande pubblico, ma nella sua ricca impresa intellettuale si è dedicato anche all'alchimia, allo studio delle profezie bibliche (basti pensare al *Trattato sull'Apocalisse*) e alla storia della Chiesa[49]. Non deve pertanto stupire come, a conclusione dei *Principia*, sia possibile ritrovare il tentativo di stabilire una stretta connessione tra scienza, metafisica e religione che trova proprio nel concetto di spazio assoluto un termine di riferimento significativo. Richiamando un ordine di idee già espresso nel *De gravitatione*, Newton sostiene che i moti regolari dell'universo non hanno origine da cause meccaniche e che dunque l'«elegantissima compagine del Sole, dei pianeti e delle comete non poté nascere senza il disegno e la potenza di un ente intelligente e potente»[50]: un Dio matematico e Signore dell'universo (Παντοκράτωρ) che, oltre a conferire a tutte le cose ordine e armonia, si trova dappertutto (mentre non tutto è Dio) e interviene direttamente nella realtà naturale. Dio, infatti, è il costruttore perfettissimo della macchina del mondo e la causa prima di tutti i fenomeni naturali: egli «regge ogni cosa e conosce ogni cosa che è o può essere. Non è l'eternità o l'infinità, ma è eterno e infinito; non è la durata e lo spazio, ma dura ed è presente. Dura sempre ed è presente ovunque, ed esistendo sempre ed ovunque, fonda la durata e lo spazio»[51]. In altri termini, Dio – che conosce le posizioni e i movimenti assoluti dei corpi e nelle cui mani, in ultima istanza, si troverebbe anche la forza di gravità – costituisce per Newton il fondamento e la causa prima di tutti i fenomeni naturali, così che la struttura regolare del mondo, oggetto dell'indagine scientifica, rivela la cifra più alta della sua perfezione. Nella lunga *Questione 31* che chiude l'altro grande capo-

49. Cfr. Newton (1995). Sul tema, cfr. almeno Iliffe (2019).
50. Newton (1965, p. 792).
51. Ivi, p. 793.

lavoro newtoniano, l'*Ottica* (originariamente pubblicata in latino nel 1704 e in inglese nel 1706), Dio è descritto come

> un Agente potente ed eterno che, essendo in ogni luogo, è in grado di muovere con la sua volontà i corpi nel suo infinito e uniforme sensorio, e perciò di fare e rifare le parti dell'universo molto più di quanto non possiamo noi, con la nostra volontà, muovere le parti del nostro corpo. Tuttavia non dobbiamo considerare il mondo come corpo di Dio, né le diverse parti di esso come parti di Dio. Egli è un essere uniforme, privo di organi, di membra o parti, e le cose sono sue creature, a lui soggette e sottoposte alla sua volontà; ed egli non ne è l'anima più di quanto l'anima dell'uomo non sia l'anima di quelle forme che, attraverso gli organi di senso, giungono nel luogo del sentire, dove l'anima le percepisce per mezzo della sua immediata presenza, senza l'intervento di alcuna terza cosa. Gli organi di senso non esistono per permettere alla anima di percepire nel suo sensorio le forme delle cose, ma soltanto per farle convenire in quel luogo; e Dio non ha bisogno di tali organi essendo egli ovunque presente nelle cose stesse[52].

Come *sensorium Dei*, lo spazio e il tempo assoluti sono attributi di Dio, una sorta di metaforico *organo di senso* attraverso cui l'ente divino – nel grande teatro dell'universo – risulta perennemente compresente all'ordine naturale delle cose. Per Newton, infatti, Dio «non è eterno nel senso tradizionale del termine, ma *sempiterno*, cioè non è fuori del tempo, ma esteso nel tempo e nello spazio»[53]. Tempo assoluto e spazio assoluto possono dunque essere considerati come proprietà che scaturiscono dall'esistenza stessa di Dio, il quale, come ha scritto Koyré, deve necessariamente essere *semper et ubique*:

> *Sempre* e *ovunque* – cioè nell'infinito tempo e nell'eterno spazio, la cui esistenza è quindi tanto necessaria quanto quella di Dio; anzi, necessaria addirittura per l'esistenza di Dio che non può essere se non *semper et ubique*. È in questo spazio, lo spazio assoluto, che Dio – e non la «cieca necessità metafisica, assolutamente identica sempre e ovunque», incapace di generare «la varietà delle cose» – crea il mondo, cioè particelle dure, impenetrabili, passive, inerti sulle quali opera con uno «spirito elastico ed elettrico», che pare presiedere alla produzione di tutti i fenomeni a breve raggio; come l'attrazione e repulsione di particelle, e la riflessione e rifrazione della luce, e che, con il potere di gravità, propaga la sua influenza a immense distanze. «Le ipotesi

52. Newton (1978, p. 603).
53. Koyré (1972, p. 124).

metafisiche – così Newton – non trovano posto nella filosofia sperimentale». Tuttavia pare assolutamente chiaro che le dichiarazioni metafisiche giuocano, o almeno hanno giuocato, un ruolo importante nella filosofia di Sir Isaac Newton. Fu l'aver accettato due principî assoluti – spazio e tempo – che lo rese capace di formulare le sue tre fondamentali leggi del movimento, così come fu il suo credo in un Dio onnipresente e onniattivo che gli permise di superare sia il superficiale empirismo di Boyle e Hooke sia l'angusto razionalismo di Descartes, di rinunciare alle spiegazioni meccaniche e, nonostante il rifiuto di ogni azione a distanza, di edificare il suo mondo come un gioco di forze, le cui leggi matematiche spettava alla filosofia naturale stabilire; con l'induzione, non con la speculazione astratta. Ciò perché il nostro mondo fu creato dal puro volere di Dio; non dobbiamo dunque decidere qual è stata la sua azione, bensì solo scoprire ciò che ha fatto[54].

3.3
Leibniz *contra* Newton: lo spazio come ordine di coesistenza

Con la sua teoria dello spazio assoluto, Newton ha fornito un concetto di spazio di matrice *sostanziale-posizionale*, qualificabile come infinito, omogeneo, isotropo, indivisibile, contenitore dei corpi materiali, base immobile del movimento inerziale e mezzo attraverso cui si trasmette la forza gravitazionale nell'intera compagine ordinata dell'universo. A questa concezione dello spazio, destinata peraltro a esercitare una notevole egemonia nell'ambito delle scienze fisiche fino alla fine del XIX secolo, si oppone storicamente quella di matrice *relazionale* elaborata dal filosofo, teologo e matematico tedesco Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716). Leibniz, com'è noto, è stato insieme a Newton il protagonista di una delle più importanti polemiche scientifiche dell'età moderna, quella cioè relativa alla priorità nell'invenzione dell'analisi infinitesimale[55]. Si tratta, per la verità, di una violenta *querelle* che, pur prendendo le mosse da questioni strettamente tecniche, si è poi gradualmente estesa al più generale ambito filosofico-teologico e ha investito, in vario modo, ordini problematici di assoluto rilievo, come quello della natura dello spazio e del tempo, dell'esistenza degli atomi e del vuoto ma anche del libero arbitrio e della provvidenza divina. Non

54. Ivi, pp. 125-6.
55. Cfr. Cantelli (2006).

potendo ricostruire neppure per sommi capi l'intera polemica, la cui piena comprensione necessiterebbe peraltro di un'analisi precisa anche del *milieu* filosofico e culturale ad essa sotteso[56], ci limitiamo invece a concentrare la nostra attenzione su quanto attiene al problema dello spazio, anche alla luce dell'importante carteggio che Leibniz intrattiene, tra il 1715 e il 1716, con il filosofo e teologo newtoniano Samuel Clarke (1675-1729).

Gli argomenti utilizzati da Leibniz contro l'idea newtoniana dello spazio assoluto possono essere considerati come l'esposizione più alta e lucida di una concezione dello spazio in senso *relazionale* (o *relazionista*). L'intero percorso intellettuale leibniziano è dominato dall'idea che l'ordine della natura non sia primariamente di tipo geometrico né matematico, ovvero *necessario*, ma che sia del tutto *contingente*, frutto della scelta divina del migliore tra i vari ordini possibili dell'universo. L'affermazione di tale contingenza ha precise ricadute anche sull'ordine spaziale, da Leibniz inteso come *aprioristicamente indeterminato*, cioè non formato e dunque inesistente dal punto di vista sostanziale. Come tale, infatti, l'idea di spazio può essere concepita soltanto nel momento in cui, per così dire, compaiono i corpi: questi, a motivo della loro costituzione materiale, si presentano sempre localizzati, cioè collocati in un determinato luogo, dando così origine all'ordine spaziale. In questo senso, per Leibniz lo spazio non corrisponde più (come del resto anche il tempo) a una vera e propria sostanza – cioè a una realtà vera, reale e permanente – ma si definisce come un *fenomeno vero*, vale a dire come un'apparenza dotata di un sufficiente grado di oggettività che permetta di distinguerla dall'illusione propriamente detta, ma non per questo meno *relativa* di ogni altra apparenza.

A questa visione dello spazio Leibniz giunge tanto nei suoi studi sul calcolo infinitesimale, dove il *continuo* non è più inteso come un'estensione realmente formata di punti ma come contenente in sé infiniti punti o *grandezze fluenti* inesistenti prima della suddivisione del continuo stesso, quanto nella sua critica alla concezione cartesiana del movimento e dell'estensione, dove la *forza* è definita come l'unico elemento originario del mondo fisico. In particolare, secondo Leibniz, il movimento non può essere concepito come un mero accidente

56. Sul tema, per un primo fondamentale inquadramento storico-critico, cfr. Hall (1982).

dell'estensione corporea, ma come una proprietà intrinseca dei corpi, e dunque come l'attività originaria della sostanza. Del resto, la riduzione cartesiana della materia corporea all'estensione rende inspiegabili alcuni importanti fenomeni fisici, come l'impenetrabilità dei corpi (per cui due estensioni uguali potrebbero coincidere) e la loro forza d'inerzia (se i corpi sono semplice estensione, infatti, non è chiaro perché essi oppongano resistenza al loro movimento). A giustificazione di tali fenomeni, Leibniz presuppone nei corpi una forza grazie alla quale essi sono in grado di resistere alla penetrazione o al movimento che potrebbe essere loro indotto da parte di altri corpi.

Di fatto, è la forza – e non l'estensione – a costituire la vera essenza della materia, caratterizzata da una sua produttività e fecondità interna, e il principio cartesiano della conservazione della quantità di moto deve essere sostituito con quello della conservazione della forza o *azione motrice*: alla base di ogni movimento non c'è dunque una semplice traslazione meccanica dei corpi (espressa attraverso il prodotto di massa per velocità, mv), bensì una *forza viva* (espressa attraverso il prodotto di massa per velocità al quadrato, mv^2, e sostanzialmente analoga a ciò che oggi in fisica è detto *energia cinetica*), capace di produrre spontaneamente un determinato effetto fisico. Ciò che rimane costante nei corpi che si trovano all'interno di un sistema chiuso (come l'universo cartesiano) non è dunque la quantità di moto, ma la quantità di forza viva, la quale è peraltro vista come *più reale* del movimento in quanto implica – anche in senso metafisico – una vera e propria *attività* o *produttività* (termini, questi, in larga misura sovrapponibili a quello di sostanza). Quantità di moto e forza viva rappresentano così due entità fisiche tra loro diverse: tutto questo implica, secondo Leibniz, tanto l'impossibilità di ridurre la materia all'estensione (e dunque la dinamica alla geometria), quanto il passaggio da una concezione rigidamente meccanica e causale a una concezione più dinamica e finalistica della realtà. Ciò però non comporta, evidentemente, l'eliminazione di ogni possibile spiegazione meccanicistica dall'orizzonte di indagine della fisica, ma solo una maggiore delimitazione all'ambito del fenomeno fisico studiato sperimentalmente.

Se il movimento, come semplice traslazione nello spazio, non è di per sé *più reale* della forza, allora lo spazio, all'interno del quale avviene il movimento, non può essere considerato in termini sostanziali, ma solo come un ente di ragione attraverso cui si esprimono i rapporti di coesistenza tra le cose così come essi si configurano nella nostra mente[57]. Analogamente, il tempo, lungi dal costituire una sostanza indipendente nel senso di Newton, delinea soltanto un ordine di successione tra le cose privo di qualsiasi carattere di assolutezza. A questo proposito, in un passo molto significativo degli *Initia rerum mathematicarum metaphysica*, composti dopo il 1714 e pubblicati postumi, Leibniz offre una sintesi precisa della propria concezione dello spazio e del tempo come *sistema di relazioni* tra cose:

Se si suppone che esistano molteplici stati di cose, i quali non implichino nulla di opposto, si diranno esistere SIMULTANEAMENTE. Così, neghiamo che siano simultanei i fatti accaduti durante lo scorso anno e in quello presente: implicano infatti stati opposti della medesima cosa. *Tra quelli che non sono simultanei, se l'uno implica la ragione dell'altro, è ritenuto* ANTERIORE, *e quest'ultimo* POSTERIORE. Il mio stato anteriore implica la ragione per cui esiste quello posteriore. E siccome il mio stato anteriore, in virtù della connessione di tutte le cose, implica altresì lo stato anteriore delle altre cose, il mio stato anteriore implica anche la ragione dello stato posteriore delle altre cose e, perciò, è pure anteriore allo stato delle altre cose. È dunque, *rispetto a un altro esistente, tutto ciò che esiste o è simultaneo, o è anteriore, o è posteriore. Il* TEMPO *è l'ordine di esistenza delle cose che non sono simultanee.* E perciò è l'ordine generale dei mutamenti, ove dei mutamenti non si considera la specie. *La* DURATA *è la grandezza del tempo.* Se la grandezza del tempo viene diminuita continuamente in modo uniforme, il tempo trapassa nel *momento*, la cui grandezza è nulla. *Lo* SPAZIO *è l'ordine di coesistenza, o l'ordine di esistenza delle cose che sono simultanee. Secondo entrambi gli ordini* (del tempo o dello spazio) *si considerano* PIÙ PROSSIMI O PIÙ REMOTI quelli insieme con i quali siano richiesti, rispettivamente, tanti o pochi altri, per comprendere l'ordine tra di loro[58].

Come *ordine di coesistenza*, per Leibniz lo spazio non esiste né assolutamente né aprioristicamente, giacché la postulazione della sua esistenza si collega direttamente alla presenza dei corpi e al loro movimento (concepito come un cambiamento del rapporto di una coesistenza con

57. In questo contesto, vale la pena di ricordare che Leibniz respinge anche le concezioni dello spazio di Nicolas Malebranche (1638-1715) e di Baruch Spinoza (1632-1677), per i quali esso rappresenta essenzialmente un'*estensione indivisibile*. A differenza di Spinoza, però, Malebranche non fa coincidere tale estensione con Dio: egli distingue infatti l'idea di spazio – intesa come *estensione intelligibile* eterna, necessaria, infinita e posta in Dio – dall'estensione meramente materiale e finita propria del mondo creato.

58. Leibniz (2000c, pp. 469-70).

una pluralità di altre coesistenze, le quali rimangono immutate). In altri termini, lo spazio è una funzione dei corpi coesistenti, ovvero un insieme di relazioni formali che scaturisce dalla considerazione del mutare dei rapporti reciproci tra i corpi (lo stesso vale, *mutatis mutandis*, anche per il tempo in quanto *ordine di successione*). Spazio e tempo, dunque, sono sempre necessariamente *relativi* ai corpi e in quanto enti di ragione (cioè concetti) dipendono soltanto dalle relazioni che intercorrono tra i corpi stessi: in assenza di corpi, né lo spazio né il tempo avrebbero alcun significato o esistenza propri[59]. Come *fenomeni veri*, poi, spazio e tempo costituiscono una delle modalità principali attraverso cui è possibile rappresentarsi l'unico ordine oggettivo e assoluto riconosciuto da Leibniz, vale a dire quello armonicamente prestabilito da Dio fra le *monadi*, elementi basici della realtà universale e princìpi attivi di ogni organismo. Non deve stupire, di conseguenza, il fatto che Leibniz arrivi a considerare lo spazio e il tempo assoluti di Newton come un'indebita ipostatizzazione di un sistema di relazioni tra cose, privo di consistenza sia logica che ontologica.

Quest'ordine di idee si trova più estesamente espresso anche nella serie di lettere, pubblicate postume nel 1717, che Leibniz ha scambiato con Samuel Clarke negli ultimi due anni della sua vita. Allievo e amico personale di Newton, Clarke aveva ricevuto dalla principessa e futura regina consorte di Gran Bretagna e Irlanda Carolina di Ansbach (1683-1737) l'incarico di tradurre in inglese i leibniziani *Saggi di teodicea* (1710). L'iniziativa di Carolina aveva un obiettivo preciso: ricomporre i rapporti tra Newton e Leibniz dopo che, nel 1712, la Royal Society, presieduta dallo stesso Newton, aveva attribuito a quest'ultimo

59. Ciò, tuttavia, non significa che non sia possibile disporre di una qualche nozione *innata* dello spazio. Secondo Leibniz (2000a, p. 103), infatti, «queste idee che si dice vangano da più di un senso, come quelle di spazio, figura, moto, quiete, sono piuttosto del senso comune, vale a dire dello spirito stesso, poiché sono idee dell'intelletto puro, ma che hanno rapporto all'esterno, e che i sensi fanno appercepire; pertanto esse sono capaci di definizioni e di dimostrazioni». In questo senso, l'innatismo dello spazio (e in generale di ogni forma di conoscenza matematico-geometrica) è, per così dire, più *virtuale* che reale, e sembra delineare una forma di disposizione, abitudine o possibilità empiricamente modulabile: pur provenendo dallo spirito, esso acquista il carattere della chiarezza soltanto alla luce dell'esperienza. Come espressione di un ordine, lo spazio diviene reale solo in presenza degli elementi di cui esso costituisce una relazione: se dunque dal punto di vista logico si può affermarne l'*apriorità*, dal punto di vista psicologico lo spazio necessita dell'esperienza sensibile ai fini del suo pieno riconoscimento appercettivo (*aposteriorità* psicologica).

la paternità del calcolo infinitesimale. L'occasione che dà inizio alla corrispondenza è una lettera che Leibniz scrive, nel novembre 1715, a Carolina, sua protettrice e mediatrice del rapporto epistolare con Clarke, nella quale la fisica newtoniana viene accusata di svilire il potere e la sapienza di Dio e di costituire un pericolo per la teologia naturale in terra inglese. Infatti, secondo Leibniz,

> Newton afferma che lo spazio è l'organo di cui Dio si serve per sentire le cose: ma se ha bisogno di qualche mezzo per sentirle, dunque non dipendono pienamente da lui e non sono un suo prodotto. Newton e i suoi seguaci hanno un'altra opinione assai spassosa sull'opera divina: secondo loro, Dio ha bisogno di ricaricare di quando in quando il suo orologio, altrimenti cesserebbe di funzionare; non è stato abbastanza previdente da dargli un movimento perpetuo. La macchina di Dio è anzi, secondo loro, tanto imperfetta da costringerlo di quando in quando a rimetterla in ordine con un intervento straordinario e, addirittura, a ripararla: come fa con la sua opera un orologiaio, che sarà un artigiano tanto peggiore quanto più sovente sarà costretto a ritoccarla e correggerla[60].

Qui Leibniz contesta a Newton essenzialmente due cose: da una parte, l'idea di spazio assoluto come *sensorium Dei*; dall'altra, la tesi secondo cui il moto all'interno dell'universo tende a decadere perché se ne perde una parte a ogni urto, così che Dio deve periodicamente intervenire per correggerne i difetti. Nella sua risposta, Clarke rinfaccia a Leibniz che Newton non afferma affatto che lo spazio assoluto sia l'organo di cui Dio si serve per percepire le cose, «ma al contrario che egli, essendo onnipresente, percepisce tutte le cose essendo immediatamente presente a loro, in qualsiasi spazio si trovino»[61]: egli è infatti presente in modo immediato a tutte le cose dell'universo, proprio come lo spirito dell'uomo è presente a tutte le rappresentazioni delle cose che si formano nel suo cervello. Quanto alla seconda obiezione, Clarke sostiene che l'immagine dell'universo come una macchina indipendente da Dio nel suo funzionamento è propria dei materialisti meccanicisti, mentre l'idea di universo prospettata da Newton esalta in qualche modo la provvidenza e il governo di Dio sul mondo: d'altra parte, «se un re avesse un regno in cui tutte le cose andassero sempre avanti senza il suo governo o intervento, o senza che egli si occupasse e desse ordini su ciò che vi accade,

60. Leibniz (2000d, p. 487).
61. Ivi, p. 488.

sarebbe per lui un regno solamente nominale, né meriterebbe in realtà il titolo di re o governatore»[62].

Nel suo secondo scritto, che risale alla fine di novembre 1715, Leibniz collega la problematica dello spazio assoluto a quella del vuoto. In particolare, la presenza divina nell'universo sembra essere molto più attiva di quanto viene suggerito dall'immagine dello spazio come *sensorium Dei*, e l'azione di Dio consiste nell'accordare fin dall'inizio (ovvero in forma prestabilita) tutte le cose in modo che quanto accade nell'universo sia conseguenza della sua opera. In questo contesto, poi, affermare l'esistenza del vuoto – considerato come una pura finzione – implica uno svilimento dell'attività divina, perché «più vi è materia, più occasioni vi sono per Dio di esercitare la sua saggezza e la sua potenza»[63], mentre l'assenza di materia (cioè il vuoto) rischierebbe di ridurre di misura le possibilità dell'azione divina[64]. Dal canto suo Clarke, difendendo il provvidenziale e costante intervento di Dio sull'universo, ribatte da una parte che Newton non ha mai stabilito un'identità perfetta tra spazio assoluto e *sensorium* divino, ma semmai una similitudine o un'affermazione di valore metaforico-comparativo, e dall'altra che «per quanto piccola sia la quantità di materia, Dio non ha affatto minor soggetto su cui esercitare la sua saggezza e potenza»[65]. Newton, infatti, non ha esplicitamente riconosciuto che lo spazio sia l'organo utilizzato da Dio per percepire o sentire le cose, né che egli necessiti di tale mezzo per percepirle: semmai, ribatte ancora Clarke, Dio – che non è totalmente trascendente – percepisce realmente ed effettivamente le cose in sé stesse con la propria presenza immediata nello spazio in cui esse si trovano.

Considerazioni di maggiore portata filosofico-scientifica sulla natura dello spazio si trovano però nel terzo, quarto e quinto scritto di Leibniz. Nel terzo scritto, che risale al 25 febbraio 1716, dopo aver sottolineato le difficoltà connesse all'assunzione newtoniana di un concetto sostanzialistico di spazio (cioè come un ente reale, per quanto assoluto), Leibniz riafferma la propria convinzione circa il carattere puramente relativo dello spazio stesso: «un ordine delle coesistenze, come il tempo è un ordine delle successioni. Lo spazio, infatti, evidenzia in termini di possibilità un ordine delle cose che esistono nello stesso tempo, in quanto esistono insieme, senza entrare nelle loro particolari maniere di esistere»[66]. Nel criticare apertamente l'idea sostanzialista dello spazio newtoniano, Leibniz si serve del principio cardine della propria filosofia, quello di *ragion sufficiente*[67], oltre a quello dell'*identità degli indiscernibili*[68]:

Per ribattere alle fantasie di chi prende lo spazio per una sostanza, o quantomeno per un ente assoluto, dispongo di svariate dimostrazioni, ma per ora voglio servirmi soltanto di quella per la quale mi si offre il destro[69]. Dico dunque che se lo spazio fosse un essere assoluto, accadrebbe qualcosa di cui sarebbe impossibile che vi fosse una ragione sufficiente: il che va contro il nostro assioma. Lo spazio è qualcosa di assolutamente uniforme e un punto dello spazio, senza le cose poste in esso, non differisce assolutamente in nulla da un altro punto dello spazio. Ne consegue ora che, supposto che lo spazio sia qualcosa in se stesso oltre all'ordine dei corpi tra di loro, è impossibile trovare una ragione perché Dio, conservando la medesima situazione dei corpi tra di loro,

62. Ivi, p. 489.

63. Ivi, p. 493.

64. D'altra parte, l'idea di uno spazio vuoto è per Leibniz assurda non soltanto dal punto di vista fisico, ma anche metafisico. L'argomento da lui proposto, analogo alle obiezioni sollevate da Cartesio contro Henry More, è essenzialmente questo: se lo spazio è una proprietà o un attributo, esso deve essere la proprietà di alcune sostanze; ma di quale sostanza sarà proprietà o attributo uno spazio vuoto limitato, la cui esistenza tra due corpi viene supposta dai suoi sostenitori?

65. Leibniz (2000d, p. 496).

66. Ivi, p. 499.

67. Si tratta, com'è noto, del principio base su cui per Leibniz si costruisce l'intera conoscenza razionale, «in virtù del quale consideriamo che nessun fatto possa risultare vero o esistente, nessuna proposizione veridica, senza che vi sia una sufficiente ragione per cui sia così e non altrimenti, benché perlopiù tali ragioni non possano esserci note» (Leibniz, 2000b, p. 458). In altri termini, un giudizio, per essere vero, deve avere una ragione da cui consegue.

68. In base a tale principio, se non c'è modo di distinguere due enti, allora si tratta in verità di un solo e identico ente. Secondo Leibniz, infatti, «non vi sono mai in natura due enti che siano perfettamente l'uno come l'altro e nei quali non sia possibile trovare una differenza interna, o fondata su una denominazione intrinseca» (ivi, p. 454).

69. Nella seconda risposta a Leibniz, Clarke si appella infatti al principio di ragion sufficiente per sostenere il carattere arbitrario delle scelte compiute da Dio sulla creazione. Tale principio sarebbe per Clarke la semplice volontà divina: a questa bisogna infatti ricorrere, in assenza di altri validi motivi razionali, per la spiegazione di determinate disposizioni presenti in natura. In questo modo, però, nella prospettiva leibniziana Clarke dimostra un'inadeguata comprensione del vero significato del principio di ragion sufficiente, poiché esso esprime una necessità razionale dell'intelletto divino a cui risulta subordinata perfino la sua volontà. È sulla scorta di queste considerazioni che Leibniz ritorce contro Clarke l'argomento da lui stesso utilizzato.

abbia situato nello spazio i corpi così e non altrimenti, e perché non sia stato messo tutto al contrario, scambiando ad esempio l'oriente e l'occidente. Ma se lo spazio non è altro che quell'ordine o rapporto, e senza i corpi è nulla di nulla, se non la possibilità di metterveli, allora questi due stati, l'uno tale qual è, l'altro che si suppone al contrario, non differiranno tra loro: la loro differenza non s'incontra se non nella nostra supposizione chimerica della realtà dello spazio in se stesso, ma in verità l'uno e l'altro saranno proprio la stessa cosa, siccome sono assolutamente indiscernibili; e, di conseguenza, non c'è motivo di domandare la ragione della preferenza per l'uno rispetto all'altro[70].

In altri termini, l'esistenza dello spazio assoluto come contenitore *esterno* rispetto agli eventi fisici comporta due ordini di conseguenze. Da una parte, si deve ammettere il *variare* delle posizioni assolute degli oggetti rispetto al contenitore stesso, dal momento che, per esempio, la disposizione verso oriente di un oggetto risulta del tutto *diversa* da quella verso occidente; dall'altra, invece, non è possibile individuare nessuna ragione o elemento che permetta di distinguere o discriminare quelle due particolari disposizioni qualora non cambino le posizioni reciproche degli oggetti. La replica di Clarke, che mira alla difesa della validità logica e ontologica dello spazio assoluto, fa leva sul carattere contraddittorio dell'idea leibniziana di spazio come ordine di coesistenza, in quanto implicante ordini spaziali diversi. Lo spazio, infatti, che non è costituito dai corpi ma solo occupato da essi, è un'estensione unica, «assolutamente ed essenzialmente indivisibile, e supporlo diviso in parti è una contraddizione in termini: perché deve esserci spazio nella partizione stessa, il che vuol dire supporla divisa in parti e, tuttavia, non divisa in parti allo stesso tempo»[71].

Nel quarto scritto, risalente al 2 giugno 1716, Leibniz discute un'ulteriore caratteristica dello spazio: quella di essere una *proprietà* o *attributo* di qualche sostanza. Sotto questo profilo, l'affermazione dell'esistenza di uno spazio vuoto è in sé contraddittoria, proprio come «un attributo senza soggetto, un'estensione di nessun esteso»[72]. Inoltre, «se lo spazio è una realtà assoluta, ben lungi dall'essere una proprietà o accidentalità opposta alla sostanza, sarà sussistente più delle sostanze, e Dio non potrebbe distruggerlo né, addirittura, mutarlo in nulla»[73]. D'altra

70. Leibniz (2000d, pp. 499-500).
71. Ivi, p. 504.
72. Ivi, p. 510.
73. *Ibid.*

parte, dire che lo spazio assoluto è infinito e senza parti significa, secondo Leibniz, affermare che esso non è composto da singoli spazi finiti e che esso potrebbe sussistere anche nel caso in cui tutti gli spazi finiti fossero ridotti a nulla. Lo stesso discorso può valere anche per l'idea cartesiana di un universo corporeo esteso e senza limiti, il quale potrebbe paradossalmente sussistere quando tutti i corpi che lo compongono fossero parimenti ridotti a nulla. Posto che l'idea di spazio assoluto è soltanto una «finzione impossibile»[74], intimamente contraddittoria, «lo spazio e il tempo sono soltanto cose ideali, come tutti gli enti relativi, i quali non sono altro che i termini incomplessi che costituiscono le verità, o complessi, come sono per esempio le proporzioni»[75]. Nella sua lunga e articolata risposta, Clarke – che sembra in questo parlare una lingua diversa da quella di Leibniz, in una sorta di dialogo tra sordi dagli esiti del tutto incerti – riprende nuovamente la distinzione tra spazio ed estensione corporea e riafferma l'esistenza del vuoto e dello stesso spazio assoluto.

La quinta, lunghissima lettera di Leibniz, che risale a metà agosto 1716, chiude di fatto il carteggio con Clarke. Sullo sfondo di un'ampia discussione sulla libertà e il destino dell'uomo che riprende buona parte delle argomentazioni della *Teodicea* (Clarke aveva in precedenza sottolineato come l'idea di un universo preordinato da Dio escludesse ogni forma di libero arbitrio), Leibniz riassume tutte le tesi esposte negli scritti precedenti proponendo svariate argomentazioni ed esemplificazioni a favore del proprio punto di vista. In particolare, la concezione leibniziana dello spazio come ordine di coesistenza è riproposta nei termini seguenti:

Ecco come gli uomini giungono a formarsi la nozione dello spazio. Considerano che più cose esistono a un tempo e trovano tra esse un certo ordine di coesistenza, secondo il quale il rapporto tra le une e le altre è più o meno semplice. È la loro situazione o distanza. Quando accade che uno di questi coesistenti muti il suo rapporto con una moltitudine di altri, senza che essi mutino i rapporti tra loro, e che un nuovo venuto acquisti un rapporto uguale a quello che il primo aveva con gli altri, si dice che è venuto al suo *posto*. E tale mutamento si chiama *moto*, e si trova in quello in cui sta la causa immediata del mutamento. E quando parecchi, o anche tutti, mutano secondo certe regole note di direzione e velocità, si potrà sempre determinare il rapporto di

74. Ivi, p. 512.
75. Ivi, pp. 515-6.

situazione che ciascuno acquista rispetto a ogni altro, se non fosse mutato o se fosse mutato altrimenti. E supponendo, o fingendo, che tra quei coesistenti ve ne siano in un numero sufficiente che non abbiano subito mutamenti, si dirà che quelli che con tali esistenti fissi hanno un rapporto tal quale altri avevano precedentemente rispetto ad essi, hanno occupato il medesimo *posto* che questi ultimi avevano occupato. E ciò che comprende tutti questi posti è chiamato *spazio*. Il che fa vedere come, per avere l'idea del posto e, di conseguenza, dello spazio, basti considerare i rapporti e le regole dei loro mutamenti, senza che vi sia bisogno di figurarsi alcuna realtà assoluta fuori delle cose di cui si considera la situazione[76].

Di fatto, secondo Leibniz, è la relazione di posizione a costituire la condizione sufficiente per la definizione dell'idea di spazio, la quale non rende affatto necessaria l'ipostatizzazione di alcuna realtà sostanziale assoluta. In questo senso, parlare di spazio (o di struttura spaziale) significa sempre riferirsi all'insieme di punti occupati da oggetti ed eventi e considerare le proprietà e le relazioni che legano oggetti e processi fisici. Per chiarire quest'ordine di idee Leibniz fa l'esempio di un albero genealogico, laddove

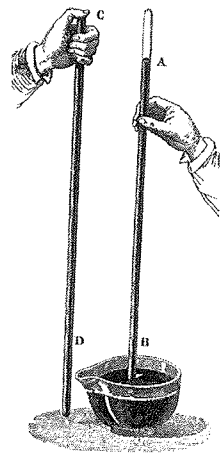
lo spirito può figurarsi un ordine consistente di linee genealogiche, le cui grandezze non consisterebbero se non nel numero delle generazioni, in cui ogni persona avrebbe il suo posto e, se si aggiungesse la finzione della metempsicosi, facendo ritornare le stesse anime umane, le persone potrebbero cambiarsi di posto: chi è stato padre o nonno potrebbe diventare figlio o nipote, e così via. Nondimeno questi posti, linee e spazi genealogici, seppure esprimerebbero verità reali, non sarebbero che cose ideali[77].

Secondo Leibniz, dunque, come nessuno arriverebbe a ipostatizzare (dotandolo di un'esistenza reale) il sistema di relazioni di parentela tra individui espresso dalle varie ramificazioni presenti nell'albero genealogico, così neppure il sistema di relazioni – cioè l'ordine di coesistenza – espresso dall'idea di spazio può subire alcuno slittamento dal piano logico a quello ontologico. Come emerge dall'esempio riportato, due corpi, intesi come due soggetti *diversi*, possono senz'altro cambiare di posto, ma non possono scambiarsi le rispettive affezioni, vale a dire ciò che ciascuno di essi individualmente rappresenta *in relazione* agli altri

76. Ivi, p. 535.
77. Ivi, p. 536.

corpi: simulando una sorta di metempsicosi è senz'altro possibile, in un albero genealogico, mettere il figlio al posto del padre e viceversa, ma essi non potranno definire – nelle loro relazioni reciproche e in relazione agli altri componenti dell'albero – l'identica situazione precedente. Qual è dunque l'errore di Newton? Secondo Leibniz, esso consiste nel trasferire il rapporto di identità che lega un soggetto o un corpo alle sue affezioni (come ordine di relazioni) a qualcosa che si trova *fuori* dal soggetto stesso, vale a dire all'esteriorità dello spazio che viene conseguentemente *sostanzializzato* e *assolutizzato*. Nella prospettiva leibniziana, pertanto, sia lo spazio assoluto che la concomitante affermazione della possibilità del vuoto al suo interno non hanno alcuna ragione di sussistenza e rappresentano semmai qualcosa di immaginario, logicamente possibile ma realmente incompatibile con la perfezione divina[78]. Del resto,

78. E in ciò Leibniz prende le distanze, insieme ai suoi contemporanei aristotelici e cartesiani, anche dalle pionieristiche ricerche sul vuoto messe a punto da Otto von Guericke (1602-1686) e da Evangelista Torricelli (1608-1647). Con il suo barometro, in particolare, Torricelli aveva di fatto posto fine alla millenaria polemica tra *vacuisti* e *pienisti* dimostrando sperimentalmente la possibilità del vuoto in natura mentre scopriva e misurava una grandezza fisica fino ad allora sconosciuta: la pressione atmosferica. I risultati di queste ricerche sono descritti da Torricelli in due celebri lettere al cardinale e matematico romano Michelangelo Ricci (1619-1682) del giugno 1644 (cfr. Torricelli, 1975). L'esperimento, noto come *esperimento dell'argento vivo*, si svolge nel modo seguente. Si riempie di mercurio (elemento chimico di elevata densità) un tubo di vetro di due braccia di lunghezza (corrispondenti a circa 115 cm) e aperto in una delle estremità. Mentre se ne mantiene chiusa con un dito l'estremità, il tubo viene poi rivoltato e collocato verticalmente all'interno di una bacinella piena di mercurio, in modo da creare un sistema di vasi comunicanti. Una volta tolto il dito dall'apertura, è possibile osservare che la colonna di mercurio discende e si arresta all'altezza di un braccio e un quarto (cioè a circa 76 cm: 760 mm di mercurio corrispondono infatti a 1 atmosfera, unità di misura della pressione). Oltre a osservare che l'altezza della colonna di mercurio varia al variare della temperatura, Torricelli ritiene che lo spazio lasciato libero dalla discesa del mercurio nel tubo sia vuoto e che il sostentamento della colonna di mercurio dipenda dalla pressione che l'aria esercita sulla superficie del mercurio nella bacinella. Criticando Torricelli, Leibniz (2000d, p. 532) sostiene invece che «non vi è per niente il vuoto nel tubo o nel recipiente, perché il vetro ha pori sottili, attraverso i quali possono passare i raggi della luce, quelli del magnete e altre materie molto sottili». Le conclusioni derivate dall'esperimento di Torricelli hanno avuto una certa risonanza anche in Francia,



se lo spazio vuoto di corpi (che ci s'immagina) non è completamente vuoto, di cosa è dunque pieno? Vi sono forse spiriti estesi, o sostanze immateriali capaci di estendersi e rinserrarsi, che vi passeggiano, che si penetrano a vicenda senza intralciarsi come le ombre di due corpi si penetrano sulla superficie di un muro? Vedo ritornare le piacevoli fantasie del defunto Henry More (uomo sapiente e benintenzionato, peraltro) e di alcuni altri, i quali credevano che questi spiriti si possano rendere impenetrabili a loro piacimento. Ve ne sono pure di quelli che si sono immaginati che l'uomo, nello stato d'integrità, aves-

presso il circolo di Marin Marsenne (1588-1648) e in particolare nell'opera di Blaise Pascal (1623-1662). Filosofo, matematico e fisico di straordinaria levatura, sin dai *Nuovi esperimenti sul vuoto* (1647) Pascal afferma l'esistenza del vuoto e, come Torricelli, ne individua la causa nella pressione atmosferica, sottolineando in particolare il fatto che «il vuoto non era una cosa impossibile nella natura, e che essa non lo fuggiva con quell'orrore che tanti s'immaginano» (Pascal, 2020b, p. 615). In questo contesto, le argomentazioni e le dimostrazioni pascaliane suscitano fin da subito le resistenze dei sostenitori dell'*horror vacui* aristotelico (ma anche cartesiano, che nega il vuoto identificando spazio, materia ed estensione). Fra questi, l'oscuro padre Étienne Noël, legato all'ordine dei Gesuiti di La Flèche, si rende protagonista di una vivace polemica con Pascal nella quale propone l'improbabile esistenza di un'*aria depurata* composta di spiriti ignei che, entrando attraverso i pori del vetro della colonna capovolta di Torricelli, avrebbe come effetto la sospensione del mercurio. Nella sua risposta, «una lezione di metodo e una lezione di fisica» (Koyré, 1973, p. 386), Pascal mette efficacemente in luce l'incapacità del gesuita di dimostrare con rigore scientifico le proprie opinioni, e opponendosi all'identificazione aristotelica tra vuoto e nulla ne sottolinea invece la differenza in quanto «lo spazio vuoto occupa il posto medio tra la materia e il nulla» (Pascal, 2020c, p. 679). Sul fronte più strettamente matematico, lo spazio diviene in Pascal «l'oggetto della geometria pura» (Pascal, 2020a, p. 281), la quale lo considera «infinito secondo tutte le dimensioni» e nella sua divisibilità, nonché «immobile in tutto e in ciascuna delle sue parti» (*ibid.*). Come tutti gli altri concetti primitivi della scienza, il concetto di spazio non viene né dimostrato né definito, ma è oggetto di un'intuizione (più vicina alle verità del cuore che a quelle della ragione) capace di rivelarne l'esistenza e di giustificarne l'applicabilità scientifica: «È ciò che la geometria insegna perfettamente. Essa non definisce nessuna di queste cose: spazio, tempo, movimento, numero, uguaglianza, né cose simili che sono in gran numero, poiché questi termini indicano in modo così naturale le cose che significano, a coloro che intendono la lingua, che il chiarimento che se ne volesse dare apporterebbe più oscurità che istruzione» (Pascal, 2020d, p. 1597). D'altra parte, «la conoscenza dei primi princìpi, quali l'esistenza dello spazio, del tempo, del moto, dei numeri, [è] tanto sicura quanto quelle che ci forniscono i nostri ragionamenti; ed è proprio su queste conoscenze del cuore e dell'istinto che la ragione deve appoggiarsi e fondarvi tutto il suo discorso. Il cuore sente che esistono tre dimensioni nello spazio e che i numeri sono infiniti; e poi la ragione dimostra che non esistono due numeri quadrati di cui l'uno sia doppio dell'altro. I princìpi si sentono, gli enunciati si dimostrano, e tutto con certezza, anche se per vie diverse» (Pascal, 2020e, p. 2335).

se il dono della penetrazione, ma che divenne solido, opaco e impenetrabile con la caduta. Non è rovesciare le nozioni delle cose, attribuire a Dio delle parti, attribuire l'estensione agli spiriti? Il solo principio del bisogno di una ragione sufficiente fa scomparire tutti questi spettri d'immaginazione. Gli uomini si fabbricano facilmente delle finzioni, per non aver impiegato bene questo grande principio[79].

L'ordine di idee elaborato da Leibniz non è tuttavia esente da criticità, soprattutto per quanto concerne la sua ricaduta sull'indagine fisica. Se dal punto di vista *cinematico* (cioè della descrizione del movimento di un corpo, indipendentemente dalle cause che possono averlo prodotto) la concezione leibniziana dello spazio sembra infatti godere di maggiore solidità teorica, dal punto di vista *dinamico* (cioè dello studio del movimento in relazione alle cause, o forze, che lo producono o lo modificano) si possono riscontrare problematiche più complesse. In particolare, la spiegazione delle forze centrifughe senza ricorso allo spazio assoluto spinge Leibniz a riconoscere al concetto di moto un doppio significato: da una parte, esso denota semplicemente un tipo di cambiamento spaziale di situazione, geometricamente riducibile e coincidente con il moto relativo; dall'altra, può essere inteso come un processo dinamico (cioè un *moto reale*) del tutto privo di relazioni rispetto allo spazio in quanto tale e nel quale i corpi sono dotati di una forza viva (una sorta di *quid absolutum* e superiore che agisce nel movimento) non riconducibile al puro moto geometrico.

Il tentativo leibniziano di trovare una soluzione dinamica alla relatività del moto è stato peraltro oggetto di un vivace dibattito, soprattutto tra il 1692 e il 1694, con il matematico e fisico olandese Christiaan Huygens (1629-1695), già sostenitore di una teoria sulla natura ondulatoria della luce opposta a quella corpuscolare di Newton[80]. Huygens sviluppa una concezione relazionale dello spazio affine a quella leibniziana, con la quale condivide anche la negazione del vuoto. Ciò nonostante, egli critica la soluzione di compromesso proposta da Leibniz, cioè la sua distinzione tra i due tipi di movimento, bollandola come metafisica. D'altra parte, ammettendo la possibilità di soli moti relativi e con essa l'insussistenza di ogni forma di spazio assoluto (in uno spazio infinito risulta infatti impossibile stabilire alcun riferimento in quiete,

79. Leibniz (2000d, p. 537).
80. Cfr. Leibniz (1989, pp. 413-20).

così che spazio, movimento o quiete sono soltanto relativi), Huygens ritiene di spiegare gli effetti delle forze centrifughe solo in termini di movimento relativo. Secondo questa ipotesi, in una circonferenza ruotante le varie parti della ruota sono spinte con moto relativo fra di loro in direzioni differenti: il moto rotatorio è dunque solo il risultato di un movimento relativo delle parti, le quali pur andando verso lati diversi sono tenute insieme da una sorta di *vincolo comune* o *connessione*. Si tratta, com'è noto, di un ordine di idee che Huygens aveva iniziato a sviluppare già nell'*Horologium oscillatorium* (1673). Qui si trova infatti enunciata, in appendice, la teoria della forza centrifuga, intesa come forza che cresce in proporzione al *peso* (in seguito *massa*) del corpo e al quadrato della velocità e in proporzione inversa al raggio della circonferenza ($F = mv^2/r$). Secondo Huygens, influenzato in questo dalla teoria dei vortici di Cartesio, forza centrifuga e peso sono fenomeni tra loro legati da un rapporto di causalità. Il peso è infatti l'effetto del moto rotatorio della materia sottile (l'etere) che riempie l'intero spazio: esso è prodotto dalla tendenza delle particelle di materia sottile ad allontanarsi dal centro, e dunque dalla spinta opposta che da esse viene esercitata sui corpi nella direzione del centro. Su questa base, quando un oggetto cade, una corrispettiva quantità di materia sottile si allontana dal vortice terrestre, e viceversa.

3.4
Tra matematica e teologia: Joseph Raphson e la mistica dello spazio divino

Le critiche mosse da Leibniz e Huygens allo spazio assoluto di Newton non sortiscono, almeno nell'immediato, gli effetti sperati. Al contrario, a partire dalla fine del XVII secolo questo concetto viene gradualmente assumendo un'importanza sempre maggiore in fisica, matematica e astronomia. Basti pensare, solo per fare un esempio, al contributo del matematico svizzero Leonhard Euler (1707-1783), noto in Italia anche come Eulero, alla cui opera si legano acquisizioni fondamentali nell'ambito dell'analisi infinitesimale, delle funzioni speciali, della teoria dei numeri, della geometria e della meccanica razionale e celeste. In particolare, se già nella *Mechanica* (1736), scritta ad appena ventinove anni, Eulero offre una fondazione analitica della meccanica che assume i concetti di spazio e moto assoluti in un senso affine a

quello di Newton[81], nelle *Réflexions sur l'espace et le temps* (1750) e nella successiva *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum* (1765) egli riconosce più apertamente la necessità di ammettere l'esistenza di un substrato reale e assoluto ai fini della determinazione del movimento (come nel caso del principio d'inerzia), discostandosi in questo dall'impostazione leibniziana. Alla base di questo riconoscimento si può individuare un preciso punto di vista sui rapporti tra meccanica e metafisica. Secondo Eulero, infatti, le verità della meccanica sono «così indubitabilmente costanti da essere fondate nella natura dei corpi»[82]: poiché la metafisica si occupa di studiare la natura e le proprietà dei corpi, le leggi della meccanica vincolano le teorie metafisiche. In questo senso, qualsiasi idea o conclusione della metafisica deve trovare una corrispondenza sul piano della meccanica in tutte le sue implicazioni: questo vale in particolare per le idee di spazio e tempo, «che secondo i metafisici non godono di alcuna realtà»[83] e rappresentano costrutti «puramente immaginari»[84]. Al contrario, proprio perché il substrato reale, indispensabile nella determinazione del moto, non può essere rintracciato nell'informe materiale che ci sta intorno e la sua vera natura non ci è rivelata dall'immediata osservazione sensibile o dall'analisi psicologica, «se ne dovrebbe piuttosto concludere che tanto lo spazio assoluto quanto il tempo, così come i matematici se li rappresentano, siano delle cose reali, che sussistono anche al di là della nostra immaginazione: sarebbe infatti assurdo sostenere che la pura immaginazione possa costituire il fondamento dei princìpi reali della meccanica»[85]. I metafisici come Leibniz hanno dunque torto quando pretendono di bandire completamente dallo studio del mondo fisico lo spazio asso-

81. Più precisamente, lo spazio «immenso e infinito» (cioè quello assoluto) è considerato da Eulero come un concetto puramente matematico – o un postulato della rappresentazione – le cui determinazioni, «sebbene sembrino in contrasto con le speculazioni metafisiche, possono essere opportunamente applicate per i nostri scopi» (Euler, 1736, vol. I, p. 3). Indipendentemente dalla sua esistenza reale, infatti, «postuliamo soltanto che colui che si vuol figurare il moto assoluto o la quiete assoluta debba rappresentarsi un tale spazio, e secondo questo debba giudicare circa lo stato di quiete o di moto dei corpi» (*ibid.*). Tutto ciò viene stabilito nel modo più adatto «affinché, astraendoci dal mondo, ci raffiguriamo uno spazio infinito e vuoto, e in esso riteniamo che siano collocati i corpi» (*ibid.*).

82. Euler (1750, p. 324).

83. Ivi, p. 325.

84. Ivi, p. 326.

85. *Ibid.*

luto, bollandolo come un'idea astratta e immaginaria: «per quanto solide possano apparire, le prove da essi addotte a sostegno della loro opinione saranno in effetti mal fondate, e in esse si nasconde senz'altro qualche paralogismo»[86]. Secondo Eulero, dunque, non è affatto possibile attribuire – senza incappare in un circolo vizioso – alcun significato alle leggi della meccanica sulla base di un concetto di spazio ottenuto *per astrazione* dalle relazioni esistenti tra gli oggetti: la validità del principio di inerzia conferma *ipso facto* la realtà e la necessità dello spazio assoluto, la cui essenza può essere ricavata soltanto dalla funzione positiva esercitata da tale concetto nella comprensione scientifica del mondo.

Religioso protestante (la Chiesa luterana lo commemora ogni 24 maggio insieme a Niccolò Copernico), Eulero non si è soltanto occupato di matematica e fisica, ma ha sviluppato anche una profonda sensibilità teologica che ha cercato di coniugare, come del resto anche Newton, con il rigore metodologico proprio dell'uomo di scienza. Ma non è stato ovviamente l'unico. Nell'Inghilterra di fine Seicento, in particolare, l'armonizzazione delle idee religiose di Newton con il monumentale edificio teorico dei *Principia mathematica* è salutata come una possibilità straordinaria nel campo della filosofia e della teologia naturale, capace di gettare nuova luce sulle verità di fede e di provare, dal punto di vista scientifico, l'esistenza di Dio. In questo contesto, il concetto newtoniano di spazio assoluto viene portato, in forme e con sensibilità differenti, alle sue più radicali conseguenze teologico-metafisiche. Oltre a cercare di derivarne la necessità logica e ontologica e nel tentativo di stabilire un sempre più stretto raccordo tra scienza e religione, un gruppo di teologi, logici e matematici della prima metà del XVIII secolo – come John Jackson (1686-1763), Isaac Watts (1674-1748) e soprattutto Joseph Raphson (1648-1715) – ha sottoposto l'idea di spazio assoluto o reale a un vero e proprio processo di *divinizzazione* o *teologizzazione*.

Della vita e dell'opera di Joseph Raphson si conosce davvero poco[87]. Alcuni storici della scienza posticipano la sua data di nascita al 1668, sulla base di una recensione della sua *Analysis aequationum universalis* apparsa nel 1691 (la prima edizione dell'opera è invece del

86. Ivi, p. 329.

87. Al riguardo, cfr. almeno Copenhaver (1980), Koyré (1979, pp. 146-56), Peterschmitt (2014) e Thomas, Smith (1990).

1690), nella quale Raphson è descritto come un promettente matematico ventiduenne. A ogni modo, sappiamo che diviene membro della Royal Society nel 1689 su proposta dell'astronomo inglese Edmond Halley (1656-1742) e che ottiene il titolo di *Master of Arts* presso il Jesus College di Cambridge nel 1692. Nell'ambito del calcolo infinitesimale, il nome di Raphson è ancora oggi associato a un metodo iterativo o ricorsivo, noto come *metodo di Newton-Raphson* o *metodo delle tangenti*, utilizzato per approssimare le radici di un'equazione. Già nell'*Arithmetica universalis* (1707) – tradotta peraltro in inglese dallo stesso Raphson – Newton aveva stabilito un teorema sull'estremo superiore delle radici reali di un'equazione polinomiale, secondo cui un numero a è un estremo superiore delle radici reali di $f(x) = 0$ se, sostituendo a in luogo di x, $f(x)$ e tutte le sue derivate assumono lo stesso segno. Nel *De analysi* (1711) e nella *Methodus fluxionum* (completata nel 1671, ma pubblicata postuma nel 1736), Newton aveva poi fornito un metodo generale per approssimare le radici di $f(x) = 0$. Dal canto suo Raphson, che pur non appartenendo in senso stretto alla cerchia dei newtoniani si fa difensore di Newton nella disputa con Leibniz circa la paternità del calcolo infinitesimale[88], con la sua *Analysis aequationum universalis* migliora questo metodo applicandolo ai polinomi. In generale, il metodo si applica per il calcolo di una soluzione di un'equazione della forma $f(x) = 0$. Dopo avere determinato un intervallo $[a_0, b_0]$ che contiene una sola radice, esso consiste nel sostituire alla curva $y = f(x)$ la tangente alla curva stessa e passante per l'asse x, a partire da un qualsiasi punto dell'intervallo: a ogni ripetizione del procedimento, il risultato si approssima sempre di più allo zero ricercato.

Al di là di questi aspetti più strettamente tecnici, l'*Analysis aequationum universalis* contiene, nella sua seconda edizione stampata a Londra nel 1697 (e poi riedita nel 1702), un'importante appendice filosofico-teologica sul concetto di spazio intitolata *De spatio reali seu ente infinito conamen mathematico-metaphysicum*. Oltre che da

88. A questo proposito, è sufficiente considerare quanto sostenuto da Raphson nella sua *Historia fluxionum* (pubblicata postuma nel 1715) fin dalla prefazione, dove è esplicitato l'obiettivo di riconoscere a Newton la priorità non solo *temporale* ma anche *intellettuale* nell'invenzione del calcolo infinitesimale. Oltre a contenere diverse problematicità a livello di notazione, il libro aveva però un tale «tono combattivo e partigiano» (Westfall, 1989, vol. 2, p. 755) che lo stesso Newton sarebbe perfino arrivato a bloccarne per quattro anni la pubblicazione.

Newton, con il quale non sembra però avere avuto rapporti diretti, qui Raphson appare influenzato da Spinoza e soprattutto da Henry More, per quanto rifiuti l'identificazione spinoziana tra Dio e natura e prediliga invece la distinzione, operata dallo stesso More, tra l'estensione infinita, immobile e immateriale propria di Dio e l'estensione finita, mobile e materiale propria dei corpi naturali. Secondo Raphson, infatti, se da una parte Spinoza ha ragione nel riconoscere a Dio tutto ciò che è essenzialmente infinito e nell'affermare il valore dell'infinità attuale rispetto a quella potenziale, dall'altra egli si sbaglia quando fa coincidere – in un senso eminentemente *panteistico*[89] – l'estensione infinita (e materiale) con il divino. Dopo aver fornito un ampio resoconto storico sullo sviluppo delle concezioni dello spazio dai Greci a Lucrezio fino a More, del quale peraltro condivide la critica all'identificazione cartesiana di estensione e materia, Raphson riconosce che «da ogni movimento (esteso e corporeo), anche possibile, si deduce necessariamente un'entità estesa immobile e incorporea, giacché tutto ciò che si muove nell'estensione è necessario che si muova attraverso l'estensione»[90]. L'estensione del movimento reale, infatti, non può che dimostrare l'esistenza *reale* di una tale entità estesa e immobile: in alternativa, il movimento non potrebbe avere luogo, né potrebbe essere espresso o concepito. Seguendo More, Raphson assegna alla materia – distinta dallo spazio reale o assoluto – gli attributi della mobilità, della finitezza, della divisibilità. Ogni estensione finita può dunque essere divisa (almeno mentalmente) o concepita come divisa; essa è inoltre mobile e le sue parti possono essere separate, rimosse l'una dall'altra o concepite come rimosse.

89. Il termine *panteismo* (come neologismo di derivazione greca che unisce l'aggettivo di genere neutro πᾶν, che significa «tutto», «ogni cosa», e θεός, «dio») compare per la prima volta proprio nel *De spatio reali* di Raphson nella dizione latina *pantheismus*. Solo in un secondo momento, dunque, il filosofo irlandese John Toland (1670-1722) – a cui tradizionalmente si riconosce il merito di avere coniato il termine – si sarebbe servito dell'aggettivo inglese *pantheist* in *Socinianism Truly Stated* (1705), facendo in questo tesoro proprio della lezione di Raphson, che senz'altro conosceva. Va da sé che, al di là di queste specifiche determinazioni terminologiche, concezioni del mondo e della natura a tutti gli effetti *panteistiche* si possano ampiamente ravvisare in diversi momenti della storia del pensiero filosofico occidentale, dall'orfismo greco a Giordano Bruno e Spinoza.

90. Raphson (1697, p. 67). Segnaliamo che l'*Analysis aequationum universalis* e il *De spatio reali* (da cui sono tratte le citazioni di questo paragrafo) seguono due paginazioni differenti pur facendo parte del medesimo volume.

Una prima definizione generale di spazio è offerta da Raphson all'inizio del quinto capitolo del *De spatio reali*: «Chiamo spazio ciò che è *esteso* (qualunque cosa sia) e *più interno*, *primo* per natura e *ultimo* per divisione e separazione continue»[91]. Questa definizione, ancora imperfetta e oscura, è completata e chiarita da una serie di 13 proposizioni, presentate in rapida successione e accompagnate da dimostrazioni, scolî e corollari. Alcune di queste, come si noterà, vanno ben oltre la classica caratterizzazione newtoniana dello spazio assoluto, per approdare invece a una proposta teorica più autonoma ma ampiamente permeata dalla metafisica di Henry More. Nel *De spatio reali*, d'altra parte, i riferimenti raphsoniani ai *Principia mathematica* dell'«eruditissimo Isaac Newton»[92] sono davvero pochi. Essi si limitano alla riproposizione letterale, senza alcun commento, di una parte dello *Scolio* alle *Definizioni*, con cui Raphson accetta l'esistenza dello spazio assoluto distinto da quello relativo[93]; alla ripresa dello *Scolio* al lemma XI della prima sezione del primo libro, utilizzato per dimostrare la continuità la divisibilità all'infinito dello spazio matematico (ma non di quello reale, che invece è indivisibile)[94]; al richiamo della confutazione newtoniana della teoria dei vortici di Cartesio, ritenuta incompatibile con le leggi di Keplero, che serve a Raphson per sostenere l'esistenza del vuoto e di uno spazio distinto dai corpi, non coincidente con la materia[95]; alla citazione di un passo della *Prefazione*[96] seguito dall'affermazione secondo cui «l'incomparabile filosofia»[97] newtoniana ha dimostrato l'indispensabilità dello strumento matematico nell'indagine fisica sulle *forze ignote* agenti nell'universo.

Servendosi ancora in buona parte di una terminologia aristotelico-scolastica, Raphson enuclea le proprietà dello spazio reale nell'ordine

91. Ivi, p. 72.

92. Cfr. ivi, p. 24.

93. Ivi, pp. 24-5.

94. Cfr. ivi, pp. 48-9. Cfr. al riguardo Newton (1965, pp. 151-4).

95. Raphson (1697, pp. 61-2). I riferimenti precisi ai *Principia mathematica* riguardano il corollario 3 della proposizione VI (teorema VI) del terzo libro e lo *scolio* alla proposizione LII (teorema XL) della nona sezione del secondo libro: cfr. Newton (1965, pp. 588-90, 629).

96. Cfr. ivi, p. 57: «per le quali forze ignote, i filosofi fin qui invano indagarono la natura».

97. Raphson (1697, p. 94).

seguente[98]. Come *extensum intimum*, lo spazio: 1. è per sua natura (e assolutamente) *indivisibile*, e non può essere concepito come diviso; 2. è per sua natura (e assolutamente) *immobile*; 3. è *infinito* in atto, e non in potenza; 4. è *atto puro*; 5. *contiene* e *penetra* tutto, ma non è penetrato da nulla; 6. è *incorporeo*, cioè non materiale; 7. è *immutabile*; 8. è *uno* in sé stesso, e dunque è l'entità più semplice, non composta da alcuna cosa e non divisibile in alcunché; 9. è *eterno*, e tale eternità è data dal suo essere infinito in atto; 10. è *incomprensibile*, proprio in virtù della sua infinità; 11. è assolutamente *perfetto* nel suo genere; 12. è la *condizione* dell'estensione; 13. è un *attributo*, in virtù della sua immensità, della Causa Prima (Dio).

Tra le proprietà individuate da Raphson, alcune sono largamente sovrapponibili a quelle dello spazio assoluto newtoniano: l'immobilità, l'infinità, l'incorporeità, l'immutabilità e l'eternità. Altre, come l'indivisibilità e la perfezione, non contraddicono direttamente la lezione di Newton[99], il quale invece non si esprime circa l'essere lo spazio un *atto puro*. Tale affermazione appare piuttosto derivata da Henry More e serve a preparare il terreno alla connessione metafisica tra spazio reale (o *ente infinito*) e Causa Prima, e dunque alla sua divinizzazione. Non è un caso che Raphson – a differenza di Newton – veda nello spazio reale, oltre al carattere dell'impenetrabilità, anche la capacità di penetrare tutte le cose. Ciò contraddice in tutta evidenza due assunti fondamentali della fisica newtoniana: l'impenetrabilità dei corpi e la penetrabilità dello spazio assoluto. Secondo Newton, infatti, uno spazio impenetrabile finirebbe per avere tutte le caratteristiche dei corpi, i quali sono invece una porzione impenetrabile dello spazio.

Il riconoscimento dello spazio reale come attributo della Causa Prima costituisce la cifra filosoficamente e teologicamente più rilevante della concezione raphsoniana dello spazio. Come tale, infatti, lo spazio reale infinito esprime, in quanto realtà, l'immensità stessa di Dio come suprema sostanza infinita, mentre sul piano meramente astratto costituisce l'oggetto del sapere geometrico-matematico. Secondo Raphson, infatti, la Causa Prima – cioè Dio – non può essere causa di alcuna perfezione che essa non possieda in misura maggiore o almeno in pari grado, e tutto ciò che esprime l'infinità attuale e assoluta non può

98. Cfr. ivi, pp. 74-80.

99. Cfr. McGuire (1978). Qui, peraltro, si trova integralmente riprodotto il manoscritto newtoniano *Tempus et locus*.

che esprimere anche l'essenza divina, vale a dire l'essenza dell'autore o creatore di tutto ciò che esiste. Di fatto, Raphson – che non può certo essere considerato un newtoniano ortodosso – delinea questo particolare quadro concettuale: da una parte, assegna all'estensione il carattere della perfezione; dall'altra, identifica l'infinità con il massimo grado della perfezione stessa. Di conseguenza, l'estensione infinita viene attribuita alla Causa Prima *a tutti gli effetti*, cioè *realmente*, e lo spazio reale arriva a esprimere l'essenziale onnipresenza divina nel cosmo, dove le cose particolari (cioè i singoli corpi) non posseggono, al di fuori di tale ambito, alcuna possibilità di sussistere: in confronto a tale realtà infinita ed eterna, «gli oggetti sono più deboli riflessi della vera realtà che qualcosa di reale; se anche sussistessero dappertutto, essi non sarebbero però in grado di raggiungere l'infinità che intendiamo nella Causa Prima, la quale è in sommo grado positiva e massimamente reale»[100].

Tutto ciò non significa fare di Dio un essere esteso o spaziale in senso materialistico. Al contrario, è lo spazio, secondo Raphson, a rappresentare qualcosa di divino, immateriale e spirituale senza per questo essere *realmente* spirito: in altri termini, esso può essere inteso come un attributo dello spirito divino che contiene nella forma più pura e spirituale tutte le determinazioni dei corpi materiali e che si estende nell'ambiente permeando tutte le cose nella sua infinità e onnipresenza. Nella sua indivisibilità, lo spazio rappresenta il fondamento di ogni divisibilità; nella sua immobilità, determina la condizione di ogni movimento. La mistica dello spazio delineata da Raphson procede così ben oltre gli austeri limiti di un'indagine fisica al cui interno, nonostante le innegabili ricadute e connessioni metafisico-teologiche, Newton ha primariamente – e più prudentemente – stabilito il concetto di spazio assoluto. D'altra parte, se per Newton lo spazio assoluto è come un *sensorium Dei* che rende Dio compresente all'ordine naturale del creato, per Raphson lo spazio reale definisce *realmente* un attributo di Dio in quanto infinita, perfetta, onnicomprensiva e onnipervasiva estensione immateriale.

100. Raphson (1697, p. 91).

4

Lo spazio dell'esperienza e l'esperienza dello spazio

4.1
Spazio, soggetto e conoscenza nella filosofia empirista inglese

Tra la fine del Seicento e l'inizio del XVIII secolo, Leibniz non è il solo a muovere severe critiche al concetto newtoniano di spazio assoluto. Sul fronte inglese, un gruppo di filosofi di orientamento empirista fa propria una nuova prospettiva nell'indagine sullo spazio che pone in primo piano l'aspetto soggettivo di tale concetto, identificandone l'origine e le caratteristiche in termini prettamente gnoseologico-psicologici. Rispetto al razionalismo e all'innatismo, la filosofia empirista vede nell'esperienza il fondamento di ogni processo conoscitivo e il criterio di verità di ogni sapere. Ciò comporta un atteggiamento generalmente critico-limitativo nei confronti delle potenzialità della ragione umana – la quale conosce solo per induzione, dal particolare all'universale – e di ogni forma di metafisica che postuli l'esistenza di entità sovrasensibili inaccessibili agli strumenti mentali di cui l'uomo dispone. Sul piano storico, l'empirismo inglese si innesta in una tradizione di pensiero che, muovendo in età medievale da Ruggero Bacone e Guglielmo di Ockham, passa in età moderna per Francis Bacon (1561-1626) e si realizza compiutamente – seppure con diverse sfumature e sensibilità – nelle opere di John Locke (1632-1704), George Berkeley (1685-1753) e David Hume (1711-1776)[1].

1. Nel contesto della filosofia inglese del XVII secolo, vale la pena di ricordare anche la posizione di Thomas Hobbes (1588-1679), tra i massimi teorici del pensiero politico moderno in senso assolutistico e sostenitore di una visione convenzionalista della scienza che assume nel movimento dei corpi materiali il proprio punto di partenza per una spiegazione meccanicistico-deterministica della realtà. Nel *De corpore* (1655), Hobbes vede nello spazio un prodotto della fantasia umana, un vero e proprio *fantasma* di una cosa esistente considerata in quanto esterna al soggetto, a prescindere

Nel dicembre 1689, Locke pubblica la sua maggiore opera filosofica, l'*Essay concerning Human Understanding* (sul cui frontespizio è però riportata la data 1690). L'ordine concettuale alla base dell'opera può essere enucleato nei termini seguenti. La ragione, che non è infallibile né uguale in tutti gli uomini, non ricava idee e princìpi da sé stessa o dalla sua spontaneità creatrice, ma dall'esperienza, la quale può essere di due tipi: *sensazione* (come esperienza esterna, rivolta alle cose esistenti al di fuori del soggetto) e *riflessione* (come esperienza interna, rivolta ai fatti psichici dentro il soggetto). Il contatto degli oggetti con i sensi dà luogo a idee di sensazione, a partire dalle quali la mente umana elabora idee di riflessione, rivelatrici delle modalità operative dell'intelletto. Tra le idee di sensazione è possibile distinguere due ulteriori qualità: quelle *primarie* o oggettive, che corrispondono a caratteristiche reali dei corpi, a prescindere dalla loro percezione (come l'estensione, la solidità, il movimento, la figura, il numero), e quelle *secondarie* o soggettive, oggetto di una sola sensazione e prive di un riscontro effettivo nei corpi (come i colori, i suoni, gli odori e i sapori). Sensazione e riflessione producono il materiale di base della conoscenza, cioè le *idee semplici*, le quali corrispondono a singole qualità degli oggetti esterni oppure a singoli fatti psichici interni. La combinazione e la comparazione di più idee semplici da parte dell'intelletto dà luogo a *idee complesse*, le quali possono essere di *modo*, *sostanza* e *relazione*. I modi sono idee che si riferiscono ad aspetti della realtà non sussistenti per sé stessi ma considerabili come manifestazioni di una sostanza (come le idee di triangolo, gratitudine e omicidio), e si distinguono in *semplici* o *misti* a seconda che essi scaturiscano dalla ripetizione o dalla combinazione della stessa idea semplice o di idee semplici diverse. Le sostanze sono idee utilizzate per rappresentare cose particolari e distinte, sussistenti per sé (come le idee di uomo, piombo e pecora). Le relazioni sono idee che si originano dal confronto tra più idee (come le idee di relazione padre-

dalle sue qualità particolari. Più nello specifico, lo spazio è definito come un effetto dell'estensione sul pensiero ed è caratterizzato dal fatto non di essere già occupato, ma di poter essere occupato: come tale, è sempre qualcosa di *immaginario*, dal momento che siamo in grado di immaginarci anche uno spazio irreale senza corpi. In senso reale, invece, esso coincide con l'estensione di un corpo, giacché senza corpo non è dato alcuno spazio e il corpo rappresenta in generale ciò che occupa una parte dello spazio coincidendovi in termini di estensione e godendo di un'esistenza indipendente dalla nostra immaginazione. A questo proposito, cfr. Hobbes (1972, pp. 146-7).

figlio, causa-effetto e maggiore-minore). La teoria della conoscenza elaborata da Locke nell'*Essay* fa poi leva su questi ulteriori nodi teorici: il riconoscimento del linguaggio come segno convenzionale attraverso cui gli uomini comunicano le proprie idee; la definizione della conoscenza come percezione dell'accordo o del disaccordo tra idee e la sua specificazione nelle forme dell'*intuizione* (come percezione immediata), della *dimostrazione* (come percezione mediata) e della *sensazione* (come percezione dell'esistenza particolare di enti al di fuori del soggetto); la distinzione tra la conoscenza *certa* e l'*opinione*, la quale si basa sulla sola *probabilità* (come conformità con l'esperienza passata, analogia o testimonianza altrui); infine, la separazione della *ragione*, dove confluiscono la conoscenza certa e quella probabile, dalla *fede*, che invece si basa sulla rivelazione.

Al problema dello spazio Locke dedica in particolare l'intero capitolo XIII del secondo libro dell'*Essay*. Qui lo spazio è definito come un'idea complessa di modo semplice che nasce dalla correlazione mentale di idee semplici, originariamente provenienti da sensazioni visive o tattili, connesse alla distanza tra due oggetti o tra le parti solide di uno stesso corpo:

> Ogni differente distanza corrisponde a un differente mutamento dello spazio, e ciascuna idea di qualsiasi differente distanza, o spazio, è un modo semplice di questa idea. Gli uomini, per consuetudine e secondo le regole della misurazione, fissano nella loro mente le idee di certe lunghezze statuite, e sarebbero per esempio quelle di un pollice, un piede, una iarda, una tesa, un miglio, il diametro della terra ecc., che sono altrettante idee del tutto distinte, formulate unicamente a partire dall'idea di spazio. Quando una qualunque di queste lunghezze statuite per la misurazione dello spazio diventa familiare nel pensiero dell'uomo, costui potrà riprodursela nella propria mente quante volte vorrà, senza mischiare o congiungere a quell'idea di misura l'idea del corpo materiale o di qualunque altra cosa, e costruire per se stessi l'idea di piedi, iarde o tese lineari, quadrati o cubici, qui fra i corpi dell'universo, oppure oltre gli estremi confini di tutti i corpi; e, sommando ancora queste idee l'una all'altra, estendere la loro idea dello spazio per quanto sia loro gradito. Questo potere di ripetere o raddoppiare qualunque idea di distanza sia in nostro possesso e di aggiungerla a una precedente tutte le volte che lo si voglia, senza riuscire mai a giungere a una fine o a un ostacolo, per quanto si voglia estendere tale processo, è ciò che ci fornisce l'idea dell'immensità[2].

2. Locke (2004, pp. 285-7).

Strettamente connessa all'idea di spazio è l'idea, più specifica, di *luogo*. Come nello spazio *semplice* si considera la relazione espressa dalla distanza tra due corpi o punti, così nell'idea di luogo si considera «la relazione espressa dalla distanza fra una cosa qualunque e due o più punti, per i quali si assume che mantengano la medesima distanza l'uno dall'altro, e pertanto si considera che siano in quiete»[3]: una sola modifica della distanza rispetto a uno di quei punti comporterebbe l'asserzione relativa a un cambio di luogo. Come tale, dunque, il luogo esprime sempre una certa *posizione relativa* di oggetti concreti localizzabili. Ciò appare evidente quando si considera il fatto che non abbiamo alcuna idea dello spazio occupato dall'universo, mentre possiamo avere un'idea delle singole parti che lo compongono e dello spazio da esse occupato: in altri termini, al di fuori dell'universo è impossibile formulare (o avere) l'idea di alcun essere *fisso*, distinto e particolare in riferimento al quale risulti possibile stabilire una qualsiasi relazione espressa dalla distanza. Di conseguenza, «dire che il mondo si trova da qualche parte significa solo dire che esso esiste, poiché questa frase, sebbene mutuata dall'idea di luogo, esprime solo la sua esistenza, non certo la sua collocazione spaziale»[4].

Prendendo poi le distanze da Cartesio, Locke rifiuta tanto l'identificazione tra estensione e corpo quanto quella, ad essa correlata, di spazio ed estensione, in quanto appartenenti a ordini distinti di idee: il corpo ha infatti fra i suoi attributi la *solidità*, la quale non appartiene allo spazio in quanto tale. Posto che, a differenza dell'idea di corpo, quella di estensione non implica alcuna solidità né resistenza al moto di un corpo, le parti dello spazio sono tra loro *inseparabili* e la loro continuità non può essere separata né mentalmente né realmente: una considerazione parziale dello spazio non equivale, infatti, a una vera e propria separazione delle parti. Inoltre, in virtù della loro inseparabilità, le parti che compongono lo spazio devono essere considerate *immobili*, «poiché il movimento non è altro che la variazione della distanza fra due cose, ma questo non può accadere fra parti inseparabili, le quali pertanto devono permanere in un assoluto riposo l'una rispetto all'altra»[5]. Ancora, lo spazio non può coincidere con alcuna sostanza o qualsivoglia accidente (termini, questi, da Locke ritenuti di

3. Ivi, p. 289.
4. Ivi, p. 293.
5. Ivi, p. 297.

ben poca utilità filosofica a causa della loro scarsa aderenza empirica e del loro significato puramente arbitrario) e non può essere dato come una realtà in sé[6]:

Infatti sia che noi consideriamo, nella materia stessa, la distanza fra le sue parti solide e unite e chiamiamo quello spazio, in considerazione di quelle parti solide, *estensione*; sia che considerando quello spazio come se giacesse compreso fra le estremità di qualunque corpo, nelle sue differenti dimensioni lo chiamiamo *lunghezza*, *larghezza* e *profondità*; o ancora considerandolo come se giacesse compreso fra due corpi o due esseri positivi qualunque, senza valutare se fra di essi si interponga materia oppure no, lo chiamiamo *distanza*, – comunque tale spazio sia denominato o in qualunque modo sia considerato, esso rimane sempre la medesima semplice e uniforme idea di spazio, ricavata dagli oggetti, coi quali i nostri sensi si sono relazionati. E tali idee di spazio, una volta ordinate nella nostra mente, noi le possiamo richiamare, ripetere e aggiungere l'una all'altra, ogni volta che lo vogliamo, e considerare lo spazio,

6. Quest'ordine di idee ha senz'altro influenzato anche il filosofo, fisico e matematico illuminista francese Jean-Baptiste Le Rond d'Alembert (1717-1783). Facendo proprio un concetto di spazio di matrice fenomenistica e bollando come *metafisica* ogni tentativo di riconoscerne la natura reale, d'Alembert non vede nello spazio un ente sostanziale assoluto, ma piuttosto una capacità di ricevere un'estensione corporea impenetrabile. Posto che l'impenetrabilità rappresenta la principale proprietà in base alla quale distinguiamo i corpi dalle parti dello spazio indefinito in cui riteniamo che essi siano collocati, «tutto» – scrive d'Alembert nel suo celebre *Discours préliminaire* all'*Encyclopédie* (1751) – «ci induce a considerare lo spazio come il luogo, se non reale almeno supposto, dei corpi. Immaginando infatti le parti di tale spazio come penetrabili e immobili, riusciamo a formarci l'idea più precisa che a noi è dato avere del moto. Siamo dunque necessariamente indotti a distinguere, almeno con il ragionamento, due specie di estensione: l'una impenetrabile, l'altra costituente il luogo dei corpi. Sebbene dunque l'impenetrabilità faccia necessariamente parte dell'idea che noi ci formiamo delle porzioni di materia, tuttavia, essendo una proprietà relativa, tale cioè che possiamo averne un'idea soltanto esaminando due corpi congiuntamente, ci avvezziamo ben presto a considerarla come distinta dall'estensione, e a considerare quest'ultima a sé» (d'Alembert, 2003, pp. 9-10). D'altra parte, il problema relativo alla realtà dello spazio, alla struttura ad esso conferita dall'osservazione sensibile e ai suoi rapporti con la materia sembra godere in d'Alembert (ma ciò vale in realtà anche per altri grandi studiosi di meccanica del XVIII e del XIX secolo, da Lagrange a Laplace fino a Poisson) di un'importanza nettamente inferiore rispetto all'applicabilità concreta di tale concetto (come ipotesi di lavoro) in ambito fisico e matematico-geometrico. Non è un caso che alla voce «spazio» dell'*Encyclopédie*, scritta dal cavaliere Louis de Jaucourt (1704-1779), la questione relativa alla natura dello spazio sia letteralmente ritenuta, per quanto gravida di implicazioni metafisiche, «oscura» oltre che «inutile alla geometria e alla fisica» (Jaucourt, 1755, p. 956).

o la distanza così ipotizzata, come ricolma di parti solide, così che nessun altro oggetto potrebbe introdursi lì senza prendere il posto e spingere via il corpo che occupava in precedenza il medesimo posto; oppure considerarlo come se fosse privo di solidità, così che un corpo di dimensioni uguali a quello spazio vuoto o puro possa essere collocato proprio lì, senza rimuovere o espellere qualunque altra cosa che si trovasse lì in precedenza[7].

Rispetto a quella di Locke, la posizione di Berkeley e Hume porta con sé maggiore tensione polemica nei confronti della filosofia naturale di Newton e della sua visione dello spazio. Vescovo anglicano di origine irlandese, Berkeley muove da un empirismo radicale che nega le idee astratte, le qualità primarie e le sostanze materiali per approdare a una forma di idealismo neoplatonico che vede nell'intelligenza divina la causa prima di tutti gli effetti del mondo. Se per Locke una delle caratteristiche del pensiero è la facoltà astrattiva, per Berkeley ogni rappresentazione mentale è sempre qualcosa di particolare: non esistendo nell'uomo alcuna capacità astrattiva, ciò che siamo soliti individuare come idea generale (come, per esempio, quella di triangolo) si rivela in realtà sempre qualcosa di particolare, assunto come *segno* di altre idee particolari dotate di un certo grado di affinità. Ciò comporta almeno due ordini di conseguenze: da una parte, la negazione della distinzione tra qualità primarie e qualità secondarie, il che prospetta, oltre a una loro effettiva equivalenza, anche il ritorno a una fisica meramente qualitativa antitetica a quella galileiano-newtoniana, fondata invece sulla matematizzazione delle qualità primarie; dall'altra, una forma di immaterialismo che nega l'esistenza di ogni sostanza materiale extramentale e che esaurendo l'esistenza delle cose nel loro essere percepite (*esse est percipi*) afferma che l'unica vera sostanza reale è lo spirito che percepisce le idee. Di fatto, secondo Berkeley, tutto ciò che esiste o è idea o è spirito. Non essendo però possibile riconoscere nella materia la causa delle nostre idee, esse devono provenire in ultima istanza da uno spirito infinito, vale a dire da Dio, responsabile anche della loro connessione. Anche le leggi di natura non possono avere alcun riscontro nella realtà oggettiva: esse sono infatti l'espressione delle regole e dei metodi (e quindi del linguaggio) con cui Dio – in quanto Mente infinita grazie a cui le idee continuano a sussistere anche quando non vengono percepite – *parla*

7. Locke (2004, pp. 309-11).

agli uomini, produce in essi le idee e provvede ai loro concreti bisogni orientandone anche le azioni.

Il quadro concettuale qui sinteticamente delineato permette di comprendere meglio la radicalità del concetto di spazio proposto da Berkeley e la sua critica a Newton. Sono almeno tre le opere in cui tale concetto emerge alla luce di una prospettiva filosofica che si propone, di fatto, una sintesi tra empirismo e immaterialismo: l'*Essay towards a New Theory of Vision* (1709), il *Treatise Concerning the Principles of Human Knowledge* (1710) e il breve saggio *De motu* (1721). Nell'*Essay towards a New Theory of Vision*, Berkeley considera il concetto di spazio in relazione agli organi di senso del tatto e della vista, ai quali si è soliti attribuire la capacità di percepire i rapporti spaziali in termini di *distanza*, *posizione* ed *estensione* (o *grandezza*): qualità, queste ultime, di cui è ovviamente negato ogni carattere matematico. Le idee del tatto e della vista sono tra loro distinte e irriducibili: se la vista percepisce le sensazioni di luce e i colori, il tatto percepisce le distanze e le grandezze dei corpi. L'idea di spazio, lungi dall'essere direttamente percepita da questi due sensi, è in qualche modo *suggerita* dall'associazione di determinate sensazioni tattili e visive secondo un ordine di connessione *abituale* sensorialmente fondata. Posto che la distanza e la grandezza degli oggetti percepiti non sono affatto determinabili sulla base di leggi ottiche di carattere geometrico ma solo in forza di una sintesi psicologica – cioè di una relazione stabilita a livello mentale tra differenti ambiti sensoriali – fondata sull'abitudine, lo spazio non può godere di alcuna oggettività e non è neppure possibile riferirsi a tale concetto per assegnare un determinato valore di realtà alle nostre esperienze soggettive di tipo spaziale. Infatti, se le distanze, le grandezze o le figure non risultano effettivamente viste o percepite a livello mentale ma sono soltanto *inferite*, non è possibile ottenere un'idea di spazio che garantisca ad esso alcuna realtà extramentale. A conferma di ciò, Berkeley ripropone il celebre problema – sollevato dal fisico irlandese William Molyneux (1656-1698) e già discusso da Locke – di un cieco nato cui fosse chirurgicamente restituita la vista:

È una palese conseguenza delle suesposte premesse che un uomo nato cieco, cui fosse resa la vista, non otterrebbe, all'inizio, nessuna idea di distanza tramite questo senso; il Sole e le stelle, gli oggetti più lontani come quelli vicinissimi, gli sembrerebbero tutti nel suo occhio, o piuttosto nella sua men-

te. Gli oggetti introdotti dalla vista gli sembrerebbero (come in verità sono) nient'altro che un nuovo insieme di pensieri o sensazioni, ciascuno dei quali è tanto vicino a lui quanto le percezioni di dolore e di piacere, o le più intime passioni della sua anima. Infatti, quando giudichiamo a qualche distanza, o fuori dalla mente, gli oggetti percepiti con la vista, ciò accade unicamente per effetto dell'esperienza, della quale un uomo che si trovasse in quella condizione sarebbe ancora privo[8].

Di fatto, se la distanza e lo spazio fossero il risultato oggettivo e matematicamente fondato delle leggi ottiche che presiedono alla visione, l'uomo in questione sarebbe in grado di percepire, senza alcuna esperienza pregressa, la distanza che lo separa dagli oggetti che vede per la prima volta. Secondo Berkeley, però, le cose stanno diversamente: ogni nostra conoscenza spaziale dovrà pertanto limitarsi ai dati percettivi soggettivi della visione e la corrispondenza tra idee visive e tattili è solo una relazione soggettiva fondata sull'abitudine. Lo stesso cieco nato, d'altra parte, non sarebbe affatto in grado di collegare immediatamente, per esempio, il dado che finalmente può vedere con l'oggetto che in precedenza aveva conosciuto esclusivamente per mezzo del tatto. Un tale collegamento avverrà solo in un secondo momento, in forza di quell'esperienza capace di riconoscere – e quindi di *fissare* – l'effettiva coesistenza delle singole percezioni ottenute visivamente e apticamente.

Nel *Treatise Concerning the Principles of Human Knowledge*, poi, quest'ordine di idee viene ulteriormente sviluppato alla luce di una più mirata polemica con lo spazio assoluto di Newton. Qui Berkeley descrive il concetto di spazio come il risultato della percezione dell'estensione. Esso rappresenta un'idea astratta di estensione e, come accade per altri concetti astratti, si forma nella mente umana a partire da un processo di astrazione dalle percezioni dei corpi. In questo senso, il concetto di spazio assoluto si origina quando da una proprietà semplice che la percezione mostra nei corpi viene, per così dire, *staccata* dalle circostanze accessorie in cui essa si presenta in ogni caso, e si finisce per trattare tale proprietà come un vero e proprio contenuto *autonomo* e *indipendente*. Si tratta, in altri termini, di un'errata e ingiustificata ipostatizzazione di una semplice astrazione: un aspetto isolato arbitrariamente potenziato e reso incondizionato fino a precedere tutti gli

8. Berkeley (1996a, pp. 107-8: § 41).

oggetti dell'esperienza (e quindi tutti i corpi e tutti i loro movimenti, che sono sempre relativi e mai assoluti). Al contrario, per Berkeley è lecito ammettere soltanto spazi e movimenti *particolari*, corrispondenti alle singole estensioni percepite e combinate sensorialmente in termini di figure, colori e qualità tattili. Di conseguenza, anche l'assurdità concettuale di uno spazio vuoto può essere del tutto eliminata da un'analisi psicologica che ne riveli il carattere meramente *nominale*, privo di riscontri empirici:

> Quando suscito un movimento in qualche parte del mio corpo, se esso avviene liberamente e senza incontrare resistenza, dico che c'è *spazio*; se invece incontro una resistenza, dico che c'è un *corpo*: a seconda che la resistenza al movimento sia minore o maggiore, dico che quello *spazio* è più o meno *puro*. Dunque, quando parlo di spazio puro o vuoto, non si deve supporre che la parola *spazio* indichi un'idea distinta dal corpo e dal movimento, o concepibile indipendentemente da essi, anche se siamo inclini a pensare che ogni sostantivo stia per un'idea distinta e separabile da ogni altra: questo ha causato un numero infinito di errori. Perciò, quando immagino che il mondo intero venga annichilito insieme al mio corpo, e dico che rimarrebbe ancora lo *spazio puro*, questo significa soltanto che concepisco la possibilità che le mie membra si muovano in ogni direzione, senza incontrare la minima resistenza: ma se anche questa possibilità venisse annichilita, non ci sarebbe più nessun movimento, e di conseguenza nessuno spazio[9].

La critica berkeleyana dello spazio assoluto e la sua risoluzione sensistico-nominalistica risponde in ultima istanza a un obiettivo fondamentale: l'emancipazione filosofico-teologica dal pericoloso dilemma «consistente nell'identificare lo spazio reale con Dio, oppure nell'ammettere l'esistenza di qualcosa di eterno, increato, infinito, indivisibile e immutabile, oltre a Dio»[10]. Entrambe queste dottrine, ritenute da Berkeley assurde e pericolose, muovono di fatto dall'incapacità di concepire e di accettare la possibilità che lo spazio *in sé* non rappresenti nulla se non il frutto delle nostre astrazioni: è il caso, evidentemente, non soltanto di Newton e Clarke, ma anche di More e Raphson, le cui opinioni – come si legge nei *Philosophical Commentaries* (1706-08) – «sembrano rendere Dio esteso»[11], mentre per la religione è più conve-

9. Berkeley (1996b, pp. 259-60: § 116).
10. Ivi, p. 260 (§ 117).
11. Berkeley (1989, p. 36: *entry* 298).

niente «tenere l'estensione fuori dalla nostra idea di Dio e mettere al suo posto un potere»[12].

Ulteriori considerazioni critiche si possono infine ritrovare nello scritto *De motu*, dove Berkeley discute apertamente l'esperimento newtoniano del secchio. Nell'itinerario intellettuale di Berkeley, il *De motu* si situa in una fase intermedia che segna il passaggio dall'iniziale sensualismo immaterialista al più maturo spiritualismo metafisico di chiara ispirazione neoplatonica. Al centro dell'opera si trova una critica serrata a una serie di concetti propri della fisica matematica (come quelli di movimento, forza, gravità, causa) che si traduce in una definizione *lato sensu* convenzionalista dei fondamenti del sapere scientifico. Ciò che si postula ordinariamente come *forza* in quanto causa nascosta di effetti visibili (cioè corpi mossi), per esempio, è in realtà il frutto di errori e pregiudizi: tra i corpi o tra le estensioni percepite non si dà infatti un rapporto causale necessario, ma solo una forma di contiguità di fatto, vale a dire un rapporto totalmente arbitrario fondato su convenzioni linguistico-psicologiche. I concetti di forza, gravità e attrazione, così come sono stati definiti da Newton, non costituiscono altro che *qualità occulte*: esse si trovano al di là di ogni possibile osservazione empirica e possono al massimo valere come ipotesi matematiche secondo un sistema convenuto di denominazioni che tuttavia non si rivela affatto utile per conoscere la natura delle cose. La stessa idea di causalità deve essere rifondata in termini puramente convenzionali, dal momento che costituisce la condizione teorica di ogni discorso esplicativo proprio della scienza sperimentale. Un discorso analogo vale anche per il concetto di moto, che viene inteso da Berkeley nel suo carattere unicamente relativo ed è dato dalla relazione che un corpo mosso mantiene con altri corpi in un determinato luogo dello spazio. Posto che il luogo occupato da un corpo è direzionato e determinato dai nessi spaziali concreti che i corpi disegnano tra loro, allo spazio deve essere assegnata una struttura a tutti gli effetti relazionale. Lo spazio assoluto, così come il moto assoluto, rappresenta invece «una mera privazione o negazione, cioè un puro nulla»[13] impossibile non solo da percepire, ma anche da concepire, e privo di qualsiasi corrispondenza reale. Lo spazio assoluto – ma il discorso può valere per molte astrazioni della fisica

12. *Ibid.*
13. Berkeley (1996c, p. 447: § 53).

newtoniana – non esiste perché l'espressione stessa risulta priva di significato, dal momento che per avere un significato una parola deve riferirsi a un'idea, ovvero essere l'oggetto (o la memoria) di una percezione. Luogo, spazio e movimento hanno pertanto sempre e solo un carattere relativo e sono del tutto inseparabili dai corpi:

> Affinché tutto ciò appaia ancora più chiaro, si deve osservare che nessun movimento può essere compreso senza qualche determinazione o direzione, la quale a sua volta è inconcepibile se non si suppone – oltre a quella del corpo in movimento – anche l'esistenza del nostro, o di qualche altro corpo. L'alto, il basso, la sinistra, la destra, tutti i luoghi e le regioni dello spazio si fondano su qualche relazione, presuppongono e denotano necessariamente un corpo diverso da quello che si muove. Quindi, se dopo l'annichilazione di tutti i corpi rimanesse, ad esempio, soltanto una sfera, non si potrebbe concepire in essa alcun moto; sarebbe necessaria, infatti, l'esistenza di almeno un altro corpo, rispetto alla posizione del quale poter determinare gli eventuali movimenti della sfera. La verità di questa opinione rifulgerà chiarissima, ove si supponga correttamente l'annichilazione di tutti i corpi (compreso il nostro), ad eccezione di quell'unica sfera[14].

L'affermazione del carattere puramente relativo dello spazio e del moto passa, nel *De motu*, attraverso una nota e discussa critica agli esperimenti newtoniani delle due sfere e del secchio. Nel primo esperimento, quand'anche si ammettesse l'esistenza di sole due sfere e di nessun altro corpo e si supponesse di applicare loro delle forze (a prescindere da ciò che intendiamo con tale termine), l'immaginazione non sarebbe in grado di concepire il moto circolare delle due sfere intorno a un centro comune. Solo supponendo un ulteriore termine di riferimento – come il cielo delle stelle fisse, ritenuto immobile solo per convenzione – saremmo in grado di concepire il moto, *immaginando*, per così dire, l'avvicinamento delle sfere alle diverse parti di quel cielo: «il moto, infatti, essendo per sua natura relativo, non si può concepire se non si danno corpi in relazione»[15], e ciò vale in generale per tutte le altre relazioni. Nel secondo esperimento, per quanto concerne il movimento circolare, l'opinione secondo cui, a mano a mano che il moto circolare aumenta, un corpo dovrebbe necessariamente allontanarsi sempre di più dal proprio asse deriva dal fatto che

14. Ivi, pp. 449-50 (§ 58).
15. Ivi, p. 450 (§ 59).

il moto circolare può essere considerato come se avesse origine ad ogni istante da due direzioni: una lungo il raggio, l'altra lungo la tangente. Ora, ove l'impeto aumenti soltanto in quest'ultima direzione, un corpo in moto si allontanerà dal centro, e la sua orbita smetterà di essere circolare. Se invece le forze aumenteranno egualmente in entrambe le direzioni, il movimento rimarrà circolare, pur risultando accelerato dal conato; questo non comporta né un incremento delle forze di allontanamento dall'asse, né un incremento delle forze di avvicinamento ad esso. Quindi, facendo ruotare l'acqua in un secchio, essa salirà verso i bordi del recipiente perché, mentre si applicano a ciascuna particella d'acqua nuove forze nella direzione della tangente, non le si applicano eguali forze centripete. Da questo esperimento non segue affatto che si debba ammettere l'esistenza di un moto circolare assoluto, sulla base delle forze centrifughe del moto[16].

Il movimento dell'acqua nel secchio non può essere poi considerato *veramente circolare*, dal momento che esso è il risultato non solo dei movimenti del secchio, ma anche del moto diurno della Terra intorno al proprio asse e della sua rivoluzione annuale. L'idea di un moto assoluto costituisce pertanto una mera finzione priva di fondamento empirico e irrilevante nell'economia generale dello studio scientifico del movimento:

> Il movimento non si può né conoscere, né misurare, se non tramite le cose sensibili. Ma, dato che lo spazio assoluto non può mai essere l'oggetto dei sensi, se ne conclude che è del tutto inutile per la distinzione dei movimenti. Inoltre, la determinazione o direzione è essenziale al moto, e consiste in una relazione; quindi, è impossibile concepire un moto assoluto[17].

Di fatto, secondo Berkeley, la comprensione della vera natura del moto (e dello spazio) si compone di almeno tre momenti fondamentali: la distinzione delle ipotesi matematiche, che sono pure convenzioni, dalle cose in sé stesse; il rifiuto delle astrazioni e di qualsiasi spiegazione essenzialistica, nonché l'esclusione di tutte le entità che non siano oggetto di percezione; la considerazione del moto come qualcosa di sensibile o immaginabile la cui natura è esclusivamente relativa. Il moto e la quiete relativi non differiscono in nessun modo e sotto nessun aspetto dai loro corrispettivi assoluti: «in qualunque modo si imprimano le

16. *Ibid.* (§ 60).
17. Ivi, p. 451 (§ 63).

forze; quali che siano i conati; anche ammesso che il moto sia qualcosa di diverso dalle azioni esercitate sui corpi, non ne seguirà mai che si diano uno spazio e un luogo assoluti, e che il mutamento di quest'ultimo costituisca il vero moto»[18].

L'ordine di idee delineato da Berkeley – autore che Karl Popper (1902-1994) ha considerato, con le dovute cautele, un *precursore indiretto* di Mach[19] (e di Einstein) – trova vasta eco anche nell'empirismo scettico humeano. Nella sua analisi della conoscenza umana, oggetto del primo libro del *Treatise of Human Nature* (1739-40), Hume suddivide le *percezioni* (termine, ripreso da Berkeley e da Francis Hutcheson, con cui egli intende tutto ciò che può essere presente alla mente, sia che esercitiamo i nostri sensi, sia che siamo mossi dalla passione o esercitiamo il pensiero e la riflessione) in *impressioni* e *idee*. La loro differenza è data dal grado di forza e di vivacità con cui penetrano nella coscienza: maggiore nelle impressioni, minore nelle idee, le quali si presentano letteralmente come immagini illanguidite o riflessi delle impressioni (come nel caso del ricordo del dolore per una ferita subìta). Ogni idea deriva dalla sua corrispondente impressione sensibile, di cui non può mai raggiungere l'intensità: di conseguenza, non esistono idee (o pensieri) di cui non si sia avuta una precedente impressione e ogni realtà si esaurisce nei rapporti con cui si connettono tra loro impressioni e idee. Le idee, poi, conservano e riproducono le impressioni attraverso la memoria e l'immaginazione, intesa come la facoltà produttiva di stabilire connessioni o associazioni tra idee. Tali associazioni sono garantite da una *dolce forza* operante in base ai criteri della *somiglianza*, della *contiguità* spazio-temporale e della *causalità*: è il caso, per esempio, di un ritratto che per somiglianza viene associato al soggetto originale; di un monumento, che per con-

18. Ivi, p. 452 (§ 64).
19. Cfr. Popper (1972, pp. 287-301). In particolare, secondo Popper, l'importanza storica di Berkeley si ritroverebbe – oltre che nella critica ai concetti newtoniani di spazio, tempo e moto assoluti – nella sua condanna dell'uso di spiegazioni essenzialistiche in ambito scientifico, nella valutazione del discorso scientifico come strumento di economia del pensiero (Popper parla al riguardo di *rasoio di Berkeley*) e nell'attribuzione del carattere di insignificanza a tutte le proposizioni non riferibili a contenuti empirici ovvero a ipotesi convenzionali scientificamente utili. Va da sé che la concezione berkeleyana del rapporto tra scienza e filosofia è del tutto diversa da quella di Mach: essa è infatti permeata di (e motivata da) istanze teologico-apologetiche assenti nell'opera machiana.

tiguità viene associato alla città in cui si trova; o di una ferita, che per relazione di causalità viene associata al dolore da essa portato. Il legame tra causa ed effetto, in particolare, risulta così fondato in modo esclusivo sull'esperienza, e più ancora su una necessità soggettiva prodotta dall'abitudine. Anche ogni credenza sulla realtà o su determinati fatti, in quanto risultato di un'abitudine, rappresenta essenzialmente un sentimento o un istinto connaturato nell'uomo, non un atto di ragione, e come tale appartiene al dominio della *probabilità* piuttosto che a quello della conoscenza scientifica (che, come tale, è sempre particolare e contingente, mai universale). Perfino l'*io*, del quale non è possibile alcuna esperienza diretta, non costituisce altro che un *fascio di impressioni* che si susseguono temporalmente.

Il principio di associazione rende possibili diverse tipologie di idee complesse, come le *relazioni*, cui non corrisponde alcuna reale impressione sensibile. Tra le relazioni, oltre alla somiglianza, all'identità, alla quantità (o numero), al grado, alla contrarietà e alla causalità, Hume annovera anche il tempo e lo spazio, i quali «sono fonte di un numero infinito di comparazioni, per cui diciamo che una cosa è *distante*, *contigua*, *sopra*, *sotto*, *prima*, *dopo*, ecc.»[20]. In un senso molto affine a quello di Berkeley, Hume riconosce che lo spazio (così come il tempo) *puro* rappresenta una mera astrazione, in sé contraddittoria e derivante unicamente «dalla disposizione degli oggetti visibili e tangibili»[21]. In particolare, l'idea di spazio, di cui non è possibile fornire alcuna impressione specifica, scaturisce dalla correlazione di impressioni visive e tattili relative a corpi aventi una certa estensione (e, per quanto concerne il tempo, succedentisi in un certo ordine). Di fatto, non si percepisce direttamente lo spazio, che (a differenza di quanto sostenuto da Newton) in sé non esiste, ma piuttosto si costruisce mentalmente una sorta di *contenitore* al cui interno si immaginano o si presuppongono gli oggetti. Esso denota una maniera di sentire, cioè l'ordine particolare – frutto di generalizzazioni fondate sulla ripetizione costante – in cui si presentano le nostre percezioni, giacché «la vista mi trasmette soltanto le impressioni di punti colorati disposti in un certo modo»[22]. In virtù del carattere finito della mente umana, anche l'idea di spazio è come tale composta di un numero finito di parti, semplici e indivi-

20. Hume (2004, p. 26).
21. Ivi, p. 48.
22. Ivi, p. 47.

sibili, così come – in ultima istanza – finite e semplici sono le nostre impressioni. L'idea di spazio non è quindi dotata di un'esistenza separata o distinta, ma è semplicemente «*l'idea di punti visibili o tangibili distribuiti con un certo ordine*»[23], il che implica anche l'impossibilità di formarsi un'idea di vuoto come di uno spazio in cui non vi sia nulla di visibile (neppure al buio) oppure di tangibile.

Lo spazio dunque rappresenta, così come il tempo, una forma di ipostatizzazione astratta rispetto all'esperienza e, in ultima istanza, si presenta nei termini di un ordine di coesistenza (o di successione, nel caso del tempo) tra le impressioni. Se all'idea di spazio non corrisponde in sé alcuna esperienza specifica, è solo in forza di princìpi associativi che si può ricavarne uno specifico strumento di organizzazione della realtà. Ciò permette, secondo Hume, di liberare la struttura teorica della fisica e della matematica da una serie di impedimenti dogmatici che la mettono in contrasto con l'esperienza, come avviene proprio nel caso dello spazio assoluto di Newton, del quale Hume condivide comunque la direttiva metodologica del rifiuto delle ipotesi astratte, il motivo dell'operare della natura nel modo più semplice e più breve e la necessità di evitare di moltiplicare inutilmente i princìpi nella spiegazione dei fenomeni naturali. Svincolata da ipotesi metafisiche come quella dello spazio assoluto, la scienza naturale sarebbe così in grado di porsi come sapere rigoroso fondato sull'esperienza concreta e su una metodologia consistente nel risalire induttivamente dall'esame dei fenomeni al loro principio comune, e da lì a pochi princìpi comuni da cui ogni fenomeno dipende. L'ideale scientifico di Hume – che pure rifiuta il principio di causalità e vede nei ragionamenti matematici una scarsa utilità per lo sviluppo delle scienze sperimentali – è del resto quello di un sistema di *materie di fatto*, cioè di verità particolari e contingenti, positivamente stabilite e rigorosamente dedotte da princìpi empiricamente fondati. Fanno eccezione le scienze matematico-geometriche, intese come una forma di conoscenza *astratta* fondata sulla relazione fra idee e sul principio di non-contraddizione. Gli enti matematici, che pure hanno origine sensibile, assurgono al ruolo di *idee pure* in forza di processi immaginativi di tipo quantitativo e numerico: se anche in natura non vi fossero cerchi o triangoli, infatti, le verità della geometria euclidea conserverebbero intatta tutta la loro certezza e il loro grado di evidenza.

23. Ivi, p. 66.

4.2
Kant e lo spazio come trascendentale dell'esperienza esterna

Nella prima metà del XVIII secolo, la dissoluzione empirista del concetto di spazio in termini soggettivo-associazionistici (cioè come un'idea derivata da sensazioni) finisce per mettere in seria discussione, almeno sul fronte più propriamente filosofico, la validità fisica e metafisica dello spazio assoluto di Newton. Come si è visto, però, critiche nei confronti della realtà sostanziale di tale concetto erano arrivate, seppure su presupposti filosofici del tutto diversi, anche da Leibniz e dai leibniziani, per i quali lo spazio esprime un concetto universalmente valido ma relativo all'ordine di coesistenza delle singole cose. A queste concezioni in larga misura *soggettivistiche* dello spazio, che vedono in esso un sistema di rapporti che rispecchia la struttura del mondo dell'esperienza esterna (nel caso dell'empirismo) e del mondo delle idee (nel caso del razionalismo), la filosofia di Immanuel Kant (1724-1804) oppone, nella sua formulazione più matura, l'idea che sia il soggetto a imporre ai dati sensibili la forma dello spazio e che dunque lo spazio costituisca il *trascendentale* o la condizione di possibilità dell'esperienza del mondo esterno. Nel tentativo di una sintesi organica tra empirismo e razionalismo che garantisca al sapere scientifico un carattere tanto *sintetico* (comprensivo di elementi empirici) quanto *universale* e *necessario* (razionalmente fondato), Kant si propone di fornire non solo alla geometria, ma anche alla meccanica e all'astronomia di estrazione newtoniana un fondamento nuovo e assolutamente certo[24]. Di tale fondamento, il concetto di spazio come forma del senso esterno o presupposto soggettivo di ogni esperienza sensibile costituisce uno degli aspetti teoreticamente più rilevanti.

Prima di considerare la proposta teorica kantiana che si è andata cristallizzando soprattutto con la *Kritik der reinen Vernunft* (pubblicata in due edizioni nel 1781 e nel 1787), è tuttavia opportuno considerare, almeno per sommi capi, il modo in cui Kant ha inteso il concetto di spazio anche in alcuni dei cosiddetti *scritti precritici*. È proprio nelle opere precedenti la *Kritik der reinen Vernunft* che si palesa in Kant un certo interesse nei confronti dei problemi scientifici. Nei *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte* (1747), per esempio, egli

24. Sui rapporti tra Kant e Newton, cfr. almeno Casini (2006).

tenta un accordo tra le posizioni della fisica meccanicista cartesiana e il dinamismo di Leibniz, intendendo la *vis* leibniziana come *vis activa* e considerando il concetto di forza non come dipendente da quello di movimento o di estensione, ma come lo spazio che risulta dall'interazione (l'attrazione di Newton) tra le sostanze: uno spazio che dunque si caratterizza come un ordine di coesistenza *obiettivamente reale*[25]. Nella *Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels* (1755), invece, Kant si propone di dedurre, con le sole leggi della meccanica newtoniana, la formazione dei corpi celesti e l'origine dei loro movimenti da uno stato primitivo della natura (una sorta di nebulosa originaria), arrivando di fatto a conclusioni analoghe a quelle formulate, alcuni decenni dopo, dal fisico e astronomo francese Pierre-Simon de Laplace (1749-1827). L'universo è per Kant un unico sistema cosmico illimitato che, per la sua vastità, sfugge ad ogni tentativo di concettualizzazione da parte dell'uomo. La materia originaria è caotica e composta di particelle di diversa densità, e da essa si generano centri di attrazione che raccolgono la materia in masse isolate dotate di movimenti concordi verso il centro di attrazione e regolati da una legge di distribuzione della materia nello spazio a un'altezza inversamente proporzionale alla sua densità[26].

La tematica della spazialità assume però un più significativo rilievo teoretico nella *Principiorum primorum cognitionis methapysicae nova dilucidatio*, dissertazione con cui Kant nel 1755 ottiene la libera docenza in filosofia presso l'Università di Königsberg. L'opera si suddivide in tre sezioni, rispettivamente dedicate al principio di contraddizione, a quello di ragion sufficiente e a quello di successione e coesistenza. Qui l'obiettivo kantiano è sostanzialmente quello di conciliare le posizioni di Newton e quelle di Leibniz. Il risultato è una nozione di spazio che si risolve nella presenza di sostanze in rapporto di reciproca comunanza e che «si riduce alle azioni concatenate delle sostanze, alle quali è di necessità sempre congiunta una reazione»[27]. In altri termini, più che riflessi di dati qualitativi semplici ed esistenti all'interno dell'ordine di

25. Cfr. Kant (2019).

26. Cfr. Kant (2009). Su questa base, nel sistema solare, che per Kant è solo una versione ridotta dei sistemi a stella fissa come la Via Lattea o le altre galassie, Mercurio e Venere – i pianeti più vicini al Sole – risultano *più densi* di Giove e Saturno, che sono invece più lontani. La Terra e Marte, che stanno in una posizione intermedia, godono di una condizione di *media densità* materiale.

27. Kant (1982a, p. 51).

coesistenza della materia, Kant vede nelle relazioni spaziali gli effetti delle reciproche interazioni tra i singoli corpi. Inoltre, dal momento che non si dà alcuna interdipendenza causale insieme alla materia come tale, essendo questa stata aggiunta e comunicata da Dio nell'atto della creazione, lo spazio può essere considerato come l'esistenza indipendente di una realtà assoluta.

Lo stesso tema ritorna anche nella *Monadologia physica*, pubblicata nel 1756, dove il tentativo di una sintesi tra il concetto di forza newtoniano con quello leibniziano si traduce nell'idea che le monadi di Leibniz rappresentino a tutti gli effetti centri di forza in senso fisico, elementi dinamici di cui accidentalmente si compone la materia e le cui interazioni, in termini di azione e repulsione, costituiscono la massa come estensione sancendone l'impenetrabilità. La possibilità di armonizzare la concezione metafisica di una realtà composta da unità fondamentali indivisibili con l'idea matematico-geometrica della divisibilità infinita dello spazio passa, secondo Kant, attraverso il riconoscimento dello spazio non più come una vera e propria sostanza, ma come un fenomeno di relazioni tra sostanze o centri di azione reciproca di forze. Ciascuna monade, infatti, «definisce il minimo spazio della sua presenza non mediante una pluralità delle sue parti sostanziali, ma in forza di una sfera di attività, con cui storna le monadi esterne che le sono presenti da ambo i lati da un ulteriore reciproco avvicinamento»[28], così che la grandezza spaziale denota soltanto la misura dell'intensità delle forze attive esercitate dalla monade stessa:

> Dal momento che nella monade non c'è pluralità di sostanze, eppure ogni monade isolatamente considerata riempie uno spazio, il motivo di questo riempimento dello spazio dovrà [...] essere ricercato non nella posizione della sostanza di per sé sola, bensì nella sua relazione con le monadi esterne. Per il fatto d'altra parte che, riempiendo lo spazio, storna da un ulteriore avvicinamento reciproco le monadi che le sono presenti da ambo le parti e che, delimitando la misura della vicinanza a cui le monadi esterne le si possono avvicinare, determina in qualche modo la posizione di queste ultime, risulta chiaro che la monade esercita un'azione ed invero in uno spazio determinato in ogni senso: dal che consegue che si deve ammettere che la monade riempie sempre questo spazio con la sfera della sua attività[29].

28. Kant (1982b, p. 64).
29. Ivi, pp. 64-5.

Ulteriori considerazioni circa il carattere relazionale dello spazio sono contenute anche in *Neuer Lehrbegriff der Bewegung und Ruhe* (1758). Tale problematica è affrontata alla luce dello studio del movimento, concepito esclusivamente nella sua sola accezione *relativa*:

> Comincio ora a intendere che mi manca qualcosa nella espressione di moto e di quiete. Non devo servirmene mai in senso assoluto, ma soltanto relativo. Non devo mai dire che un corpo è in quiete, senza aggiungere riguardo a quali cose, e neppure affermar mai che esso si muova, senza dire, nello stesso tempo, gli oggetti, riguardo ai quali esso muta relazione. E per quanto io volessi immaginarmi anche uno spazio matematico, vuoto d'ogni cosa creata, come ricettacolo dei corpi, pur non ne sarei aiutato in nulla. Giacché come ne distinguerei le parti e i luoghi diversi, non occupati da nulla di corporeo?[30]

Quando due corpi si urtano, infatti, se si prescinde dalla loro relazione con gli altri corpi esterni non è possibile stabilire quale di essi sia in moto e quale in quiete, ma è necessario riconoscere il loro avvicinamento a entrambi i corpi in modo uguale. L'uguaglianza di azione e reazione viene qui spiegata da Kant senza ricorrere al concetto di inerzia e alla legge di conservazione della quantità di moto.

Con la pubblicazione del *Versuch den Begriff der negativen Größen in die Weltweisheit einzuführen* (1763), Kant ridefinisce il proprio concetto di spazio abbandonando il punto di vista relazionale a favore di quello assoluto newtoniano[31]. Con ogni probabilità, è la lettura di Eulero a spingere Kant verso le posizioni di Newton e verso la necessità di assumere alcune caratteristiche spazio-temporali (come l'idea di uno stato privilegiato di moto uniforme) del tutto inconciliabili con gli assunti leibniziani. D'altra parte, una volta ricondotto lo spazio a un mero sistema di relazioni e il moto alla variazione di posizioni relative, il problema del senso del concetto di forza come quantità metafisica proposto da Leibniz e la sua conciliazione con la relatività del moto e dello spazio rimane agli occhi di Kant – e prima ancora di Eulero – ancora largamente irrisolto.

Nello scritto *Von dem ersten Grunde des Unterschiedes der Gegenden im Raume* (1768), Kant si propone di dimostrare l'incompatibilità del relazionalismo leibniziano con lo studio fisico del movimento e, più

30. Kant (1982c, p. 81).
31. Cfr. Kant (1982d).

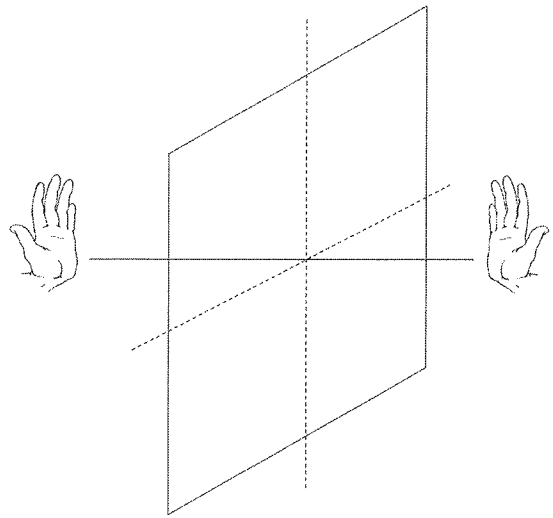
in generale, «di ricercare se nei giudizi intuitivi della estensione, quali li contiene la geometria, si possa trovare una prova evidente che *lo spazio assoluto è indipendente dalla esistenza di ogni materia ed ha anche una realtà propria come primo principio di possibilità di composizione della materia*»[32]. Poiché le posizioni reciproche delle parti della materia presuppongono già determinazioni spaziali, lo spazio deve essere concepito, secondo Kant, come qualcosa di *originario*, seppure non puramente ideale, e dotato in sé di una propria realtà. Tale realtà è data dal fatto che lo spazio costituisce il primo principio o fondamento della possibilità della composizione o disposizione della materia.

Qui si inserisce il celebre e assai variamente criticato argomento degli *opposti incongruenti*, cioè di «un corpo che è completamente uguale e simile ad un altro, sebbene non possa esser chiuso negli stessi limiti»[33], e la cui particolarità è quella di poter essere costruito geometricamente a partire dal proprio speculare. Tale argomento è esemplificato attraverso la distinzione tra mano destra e mano sinistra. Il procedimento di costruzione geometrica è molto semplice: se mettiamo la nostra mano sinistra di fronte a uno specchio, possiamo ottenere la destra come immagine speculare (FIG. 4.1). Sulla differenza tra le due mani si basa proprio la prova cercata da Kant. Le nostre mani, infatti, rappresentano oggetti identici in grandezza e nella disposizione reciproca delle loro parti (come relazioni spaziali nel senso di Leibniz), ma differiscono se considerate rispetto allo spazio assoluto: pur essendo identiche, esse non sono tuttavia sostituibili l'una con l'altra perché il loro orientamento nello spazio è del tutto diverso. In altri termini, se la superficie che delimita la mano destra non può delimitare la mano sinistra in quanto orientata diversamente e tale fondamentale differenza non può essere spiegata semplicemente come diversità di rapporti nell'ordine o nella disposizione reciproca delle parti, è dunque necessario risalire a un ordine spaziale più alto – o assoluto – che renda intuibili le opposte proprietà spaziali delle due mani. Da ciò deriva che

32. Kant (1982e, p. 412).

33. Ivi, p. 416. Gli opposti incongruenti sono altrimenti detti *enantiomorfi*, secondo l'etimo greco ἐναντίος, che significa «opposto» o «contrapposto», e μορφή, cioè «forma». L'enantiomorfismo definisce infatti l'uguaglianza inversa di due enti – come forme geometriche, strutture cristallografiche o, appunto, le due mani destra e sinistra – che si manifesta nella simmetria rispetto a un piano e che fa sì che i due enti siano considerati speculari l'uno rispetto all'altro.

FIGURA 4.1
La mano allo specchio come esempio di opposti incongruenti



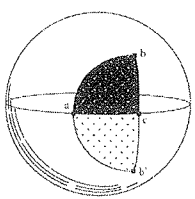
«il completo principio di determinazione di una figura corporea non sta soltanto nel rapporto e nella posizione reciproca delle sue parti, ma anche in una relazione con lo spazio assoluto universale»[34]. Non sono

34. Ivi, p. 415. Considerazioni analoghe relative agli opposti incongruenti si possono ritrovare anche nel § 13 dei più maturi *Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik* (1783), dove Kant utilizza, tra gli altri, l'esempio di due triangoli sferici: «Quando due cose sono perfettamente identiche in tutte le parti che, in ciascuna delle due, si possano mai conoscere per sé (in tutte le determinazioni riguardanti la quantità e la qualità), deve anche seguirne che l'una possa esser posta in luogo dell'altra in tutti i casi e in tutte le relazioni, senza che questa sostituzione causi la menoma differenza conoscibile. E in fatti la cosa sta così per le figure piane della geometria; ma diverse figure sferiche, nonostante quella perfetta concordanza interiore, pure mostrano nel rapporto esteriore tale diversità, che l'una non si lascia porre affatto al posto dell'altra; p. es., due triangoli sferici uno dell'uno e l'altro dell'altro emisfero, che abbiano per base comune un arco dell'equatore, possono essere perfettamente uguali così nei lati come negli angoli, cosicché descritto completamente solo uno di essi, non può trovarsi nulla che insieme non stia nella descrizione dell'altro, e pur nondimeno l'uno non può esser messo al posto dell'altro (cioè sull'emisfero opposto); e allora vi è pur tra i due triangoli una diversità interna, che, come intrinseca, l'intelletto non può indicare e che si manifesta soltanto col rapporto esteriore nello spazio» (Kant, 1996, pp. 73-5). Di fatto, secondo quanto scrive Kant, i due triangoli sferici (di cui possia-

dunque le determinazioni dello spazio a essere conseguenze delle posizioni reciproche delle parti della materia, ma vale piuttosto il contrario. Nella costituzione dei corpi possono conseguentemente trovarsi differenze «che si riferiscono unicamente allo spazio assoluto ed originario, giacché soltanto per esso è possibile il rapporto delle cose corporee»[35]. Questo spazio, lungi dall'essere oggetto diretto di una sensazione esterna, assume semmai il ruolo di un concetto metafisico fondamentale «che rende per primo possibili tutte quelle sensazioni»[36]. La conclusione cui sembra arrivare Kant – che pure qui sottintende la nozione soggettivo-esperienziale del *verso*, intimamente connessa al soggetto osservatore che si trova nello spazio e che in base alla propria corporeità lo organizza in regioni determinate – è in sostanza questa: dal momento che l'oggettività dello spazio assoluto è data dalla sua incapacità di risolversi nella sola relazione tra punti materiali, è sempre nei giudizi intuitivi (che peraltro danno forma alle nostre concezioni generali in geometria rendendone evidenti le proposizioni) che bisogna cercare la prova della sua peculiare *realtà* rispetto all'esistenza della materia.

Tutto ciò segna un momento fondamentale nella concezione kantiana dello spazio. Agli iniziali interessi scientifico-naturali subentrano ora fecondi interessi gnoseologici in senso filosofico-trascendentale, la cui prima testimonianza è la dissertazione inaugurale *De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis*, difesa pubblicamente da Kant

mo farci un'idea osservando l'immagine qui riprodotta) sono tra loro *uguali* eppure *incongruenti*, cioè non sono assolutamente sovrapponibili. Da ciò Kant ricava, come già nell'esempio delle mani, l'esistenza assoluta di una spazialità che tuttavia viene qui specificamente intesa, coerentemente con gli assunti della *Kritik der reinen Vernunft*, come la condizione stessa di possibilità di ogni esperienza sensibile esterna. Scrive



infatti in proposito: «Quale la soluzione? Questi oggetti non sono rappresentazioni delle cose quali sono in sé, e come il puro intelletto le conoscerebbe, ma sono intuizioni sensitive, cioè fenomeni, la cui possibilità si fonda sul rapporto di certe cose in sé sconosciute con qualcos'altro, cioè con la nostra sensitività. Or di questa lo spazio è forma per la intuizione esterna, e la determinazione interna di ogni singolo spazio è possibile soltanto per mezzo della determinazione del suo rapporto esterno con l'intero spazio, di cui è parte (cioè per mezzo del rapporto col senso esterno), cioè la parte è possibile soltanto per mezzo del tutto: il che non ha luogo giammai con cose in sé come oggetti del semplice intelletto, ma bensì con semplici fenomeni» (ivi, p. 75).

35. Kant (1982e, p. 417).

36. *Ibid.*

nell'agosto 1770 per il passaggio all'ordinariato in logica e metafisica presso l'Università di Königsberg. Al centro dell'opera si trovano due precisi ordini tematici: la distinzione tra conoscenza sensibile e conoscenza intellettuale e la concezione dello spazio e del tempo come forme *a priori* della sensibilità. Se nella conoscenza sensibile il soggetto si rappresenta un oggetto da cui è affetto sensorialmente (cioè i *fenomeni*, le cose così come appaiono), nella conoscenza intellettuale il soggetto si rappresenta un oggetto che *non* colpisce i sensi, cioè le cose così come esse sono nella loro natura intelligibile (detti *noumeni*, la cui radice è il νοῦς greco, cioè il *pensiero*). Posto che tra mondo sensibile e mondo intelligibile sussiste una sostanziale irriducibilità, Kant opera un'ulteriore distinzione tra *materia* e *forma* della conoscenza sensibile. Se la prima è essenzialmente una sensazione, la seconda definisce quei princìpi o leggi della sensibilità che ordinano il materiale sensibile: lo spazio e il tempo. In ossequio a un ordine concettuale che ritorna pressoché immutato anche nella *Kritik der reinen Vernunft*, Kant vede nello spazio e nel tempo *intuizioni pure* che precedono la conoscenza sensibile e sono da essa indipendenti: «princìpi assolutamente primi, di portata totale, quasi schemi e condizioni di qualsiasi fattore sensitivo dell'umana cognizione»[37].

In particolare, lo spazio viene così caratterizzato: 1. non può essere astratto da sensazioni esterne, le quali invece non creano ma presuppongono il concetto di spazio, e non può essere colto in sé dalla sensibilità; 2. è una rappresentazione singolare che comprende tutto *in sé*, anche le cosiddette pluralità di spazi; 3. è un'intuizione pura in quanto forma fondamentale di ogni sensazione esterna ed è alla base degli assiomi della geometria, cui è peraltro soggetta la natura per quanto attiene alle proprietà dello spazio in essa dimostrate; 4. non è qualcosa di oggettivo e dotato di un contenuto, come le cose, ma è qualcosa di soggettivo e di ideale che procede dalla natura della mente secondo una legge fissa o schema di coordinazione soggettiva di tutto ciò che viene esperito a livello sensibile; 5. se come concetto di un ente oggettivo e reale o di una affezione sensoriale è qualcosa di *immaginario*, esso è invece *verissimo* e fondamento di ogni verità per quanto attiene alla sensorialità esterna. Privato di ogni connotazione monadologica per diventare una pura idealità, lo spazio è dunque uno schema mentale non derivante dall'esperienza e preposto all'organizzazione delle relazioni di coesistenza tra particolari percezioni: l'ordine assoluto cui è

37. Kant (1982f, p. 435).

sottoposta ogni relazione delle cose. Come intuizione pura, esso è la forma fondamentale di ogni sensazione, «*il principio formale* assolutamente primo *del mondo sensibile* non solo per il fatto che gli oggetti dell'universo non possono essere fenomeni se non mediante il concetto di esso ma soprattutto per il fatto che per essenza non può essere che unico ed abbracciare totalmente tutti i sensibili esterni»[38].

Veniamo ora all'*opus magnum* kantiano, la *Kritik der reinen Vernunft*. Al centro dell'opera si trovano, com'è noto, i nodi problematici della fondazione della conoscenza oggettiva, del rapporto tra oggetto e rappresentazione e della possibilità di formulare *giudizi* (come attribuzioni di un predicato a un soggetto) che siano al contempo *sintetici* (cioè dicano qualcosa di nuovo rispetto al soggetto) e *a priori* (ovvero godano dei caratteri di universalità e necessità). In generale, con la prima *Kritik*, Kant si prefigge un'indagine gnoseologica – con le fattezze di un vero e proprio *tribunale* giudicante – sui limiti e sulle condizioni di possibilità della ragione umana che affermi tanto l'origine empirica della scienza quanto l'esistenza di princìpi inderivabili dall'esperienza che ne definiscano i quadri concettuali di fondo. Tali princìpi sono definiti *trascendentali* e possono essere intesi come elementi *a priori* che rendono possibile la conoscenza oggettiva. Ciò presuppone il passaggio da un'indagine sulle cose a un'indagine sulle modalità razionali di conoscere le cose, e dunque una vera e propria *rivoluzione copernicana* nel nostro modo di considerare la realtà: non più come qualcosa di dato esteriormente cui il soggetto si modella in modo passivo, ma come qualcosa che si regola sulle forme *a priori* attraverso cui è percepita.

Nella *Kritik der reinen Vernunft* Kant distingue tre facoltà principali del conoscere: la *sensibilità*, con cui gli oggetti sono dati intuitivamente e nella dimensione fenomenica attraverso i sensi; l'*intelletto*, grazie a cui i dati sensibili vengono pensati tramite le categorie di quantità, qualità, relazione e modalità; la *ragione*, in forza di cui si tenta una spiegazione globale della realtà mediante le idee di anima, mondo e Dio. Riprendendo un ordine concettuale già sviluppato nella sua dissertazione del 1770, Kant vede nello spazio e nel tempo le forme *a priori* della sensibilità, sulle quali si fonda il sapere matematico (geometria e aritmetica). Lo studio di tali princìpi occupa la prima parte della *Dottrina trascendentale degli elementi*, cioè l'*Estetica trascendentale* (le altre parti, l'*Analitica trascendentale* e la *Dialettica trascendentale*, si

38. Ivi, p. 443.

occupano rispettivamente dello studio delle categorie, su cui si fonda la fisica, e delle idee, su cui si fonda la metafisica). Il termine *estetica* va qui ovviamente preso nel suo senso letterale di *dottrina della conoscenza sensibile* (derivante dal verbo greco αἰσθάνομαι, che significa «percepire», «sentire»). Come forma del senso esterno, lo spazio è oggetto di un'esposizione *metafisica*, di carattere più generale, e di un'esposizione *trascendentale*, dove si dimostra che solo la rappresentazione dello spazio in quanto forma *a priori* e intuizione pura rende possibili le conoscenze sintetiche *a priori* proprie della geometria.

Nella sua indagine sullo spazio, Kant ha di fronte a sé tre alternative fondamentali (ma lo stesso varrebbe, *mutatis mutandis*, per il problema del tempo): l'idea newtoniana di uno spazio assoluto come realtà sostanziale metafisicamente fondata in Dio; l'idea leibniziana dello spazio come un concetto esprimente l'ordine delle relazioni tra corpi e fenomeni tra loro coesistenti; l'idea empirista dello spazio come relazioni tra idee di cui il pensiero si serve per stabilire i rapporti tra le cose. La soluzione proposta da Kant nell'esposizione metafisica si muove su un doppio binario teorico: da una parte, egli nega il carattere di realtà assoluta dello spazio, dal momento che esso non si dà mai come contenuto della percezione; dall'altra, egli rifiuta che tale concetto possa risolversi in una semplice astrazione di dati empirici o in una caratterizzazione puramente relativa. Come tale,

> lo spazio non è un concetto empirico, proveniente da esperienze esterne. Infatti, affinché certe sensazioni siano riferite a qualcosa fuori di me (ossia a qualcosa che si trovi in un luogo dello spazio diverso dal mio), e affinché io possa rappresentarmele come esterne e accanto l'una all'altra – e quindi non soltanto come differenti ma come poste in luoghi diversi – deve già esserci a fondamento la rappresentazione di spazio. Conseguentemente, la rappresentazione dello spazio non può derivare, mediante l'esperienza, dai rapporti del fenomeno esterno; al contrario, l'esperienza esterna è possibile solo in virtù di detta rappresentazione[39].

Inoltre, lo spazio è una rappresentazione *a priori*, necessaria, che sta a fondamento di tutte le intuizioni esterne (mentre il tempo è la forma del senso interno), e va pensato come la condizione di possibilità dei fenomeni esterni e non come una determinazione da essi dipenden-

39. Kant (1967, p. 100: B 38).

te. Posto che in ogni esperienza esterna è necessario presupporre una spazialità, lo spazio definisce il quadro mentale al cui interno trovano connessione i singoli dati fenomenici provenienti dalla sensazione. Lo spazio, così come il tempo, è dunque a un tempo *ideale* (soggettivo) rispetto alle cose in sé stesse e *reale* (oggettivo) rispetto all'esperienza, e come tale ha una natura *intuitiva* e non discorsiva, giacché «non ci si può rappresentare che un unico spazio e, se si parla di molti spazi, non si intendono con ciò che le parti di uno spazio unico e medesimo»[40]. Tali parti, infatti, non possono precedere lo spazio in quanto *unico*, come suoi elementi costitutivi, ma sono pensate solo e unicamente in esso e di esse non si può fare, mediante un'astrazione intellettuale, alcun concetto universale. In altri termini, lo spazio kantiano, capace di contenere in sé una quantità infinita di rappresentazioni, stabilisce le coordinate assolute della realtà fenomenica esterna, vale a dire le condizioni trascendentali del conoscere sensibile. Spogliato di ogni valenza e accezione oggettivistico-sostanziale e metafisico-teologica, lo spazio assoluto di Newton come *sensorium Dei* sembra ora ridefinirsi, per così dire, come il *sensorium* del soggetto che conosce o come la condizione assoluta di possibilità degli oggetti esterni.

Tutto ciò ha precise ricadute sullo statuto epistemologico della geometria, come emerge chiaramente dall'esposizione trascendentale del concetto di spazio, aggiunta da Kant nella seconda edizione della *Kritik*. Posto che lo spazio non è un concetto formato per astrazione, poiché non si danno spazi diversi da cui possa essere ricavato ma soltanto parti diverse dell'unico spazio – infinito e tridimensionale – intuibile, e posto il carattere *apriorico* di tale forma della sensibilità, i giudizi formulati dalla geometria devono essere considerati come *sintetici a priori*. La geometria è per Kant una scienza *costruttiva* che, procedendo per sintesi, dimostra le proprietà delle figure in forza dell'intuizione pura dello spazio. Senza alcun ricorso all'esperienza del mondo esterno essa può, per esempio, stabilire che l'unione di più punti costituisce una linea o che tra le infinite linee che uniscono due punti quella più breve è retta, ma anche che due linee rette parallele non delimitano uno spazio o che in una circonferenza i punti sono tutti equidistanti dal centro, e così via. Le proposizioni della geometria sono come tali *apodittiche*, hanno cioè in sé stesse la propria necessità e universalità, e il loro carattere estensivo dipende esclusivamente dalla natura *a priori*

40. Ivi, p. 101 (B 39).

dello spazio. Gli assiomi geometrici rappresentano così le *condizioni* cui devono sottostare gli oggetti dell'esperienza esterna, e i giudizi che descrivono le proprietà strutturali del nostro senso esterno divengono un effettivo strumento di conoscenza della realtà, per quanto nel loro carattere *apriorico* essi esprimano un contenuto conoscitivo che, pur applicandosi all'esperienza, è da essa indipendente. A ogni modo, posto che la forma *a priori* di spazio con cui ordiniamo la realtà è quella della geometria euclidea (i cui teoremi valgono di fatto per l'intero mondo fenomenico), lo spazio di cui parla Kant non può essere del tutto sovrapposto allo spazio della geometria euclidea o allo spazio geometrico in quanto tale. Come si è visto, infatti, a meno che non si voglia procedere a un'interpretazione psicologistica del criticismo, lo spazio di Kant denota la *condizione generalissima* di possibilità di fare esperienza del mondo esterno che, nel nostro caso, si caratterizza come un sistema di ordine spaziale: più che una *determinata* geometria, risulta pertanto essere *a priori* lo spazio come intuizione pura, e di riflesso la costruzione della geometria in sé.

L'affermazione del carattere sintetico *a priori* della geometria, che per Kant è sostanzialmente quella euclidea, non impedisce poi la possibilità, seppure *puramente logica*, di concepire o di costruire sistemi geometrici alternativi rispetto a quello di Euclide[41]. Ciò nonostante, come vedremo nei CAPP. 5 e 6, la concezione kantiana dello spazio e della geometria in generale subisce un'importante messa in discussione proprio con la nascita delle geometrie non euclidee e, in seconda bat-

41. A questo proposito, è sufficiente considerare quanto affermato da Kant nella seconda parte dell'*Analitica trascendentale*, l'*Analitica dei principi*: «Così, non c'è contraddizione nel concetto di una figura chiusa fra due linee rette e ciò perché il concetto di due linee rette e il concetto del loro incontrarsi non includono la negazione di alcuna figura; ma l'impossibilità non ha luogo nel concetto stesso, bensì nella sua costruzione nello spazio, ossia nelle condizioni dello spazio e della sua determinazione; queste, da parte loro, hanno una realtà oggettiva, cioè si riferiscono a cose possibili, in quanto racchiudono in sé a priori la forma dell'esperienza in generale» (ivi, p. 247: B 268). Nessuna geometria non euclidea potrebbe pertanto godere del carattere *sintetico a priori* o acquisire lo status di geometria del mondo fisico, e le sue figure non sono altro che «semplici forme del pensiero, prive di realtà oggettiva, e ciò per il fatto che non disponiamo di un'intuizione a cui sia possibile applicare quell'unità sintetica dell'appercezione che tali forme posseggono in proprio e per mezzo della quale sono poste in grado di determinare un oggetto. Soltanto la nostra intuizione sensibile ed empirica ha la possibilità di fornire a questi concetti un senso ed un significato» (ivi, p. 172: B 148-149).

tuta, con la teoria einsteiniana della relatività. Se da una parte, infatti, la costruzione delle geometrie non euclidee comporta una migliore comprensione della natura *ipotetica* della geometria assiomatica pura e una più profonda chiarificazione della natura della matematica in generale, dall'altra contribuisce in modo decisivo a ciò che Reichenbach ha icasticamente e polemicamente definito «*disgregazione del sintetico a priori*»[42], e dunque alla valorizzazione del carattere prettamente empirico o convenzionale di ogni sistema geometrico. Quest'ordine di idee ha rilevanti implicazioni anche sul rapporto tra fisica e geometria: la sostituzione del più intuitivo spazio euclideo con uno spazio a curvatura variabile di tipo riemanniano, come avviene nella teoria della relatività generale, impone di fatto l'abbandono dell'idea kantiana della geometria euclidea come unica geometria possibile nello studio del mondo fisico.

4.3
Dall'idealismo alla fenomenologia (via Bergson): un breve *excursus*

Sul fronte più strettamente filosofico, quanto elaborato da Kant nella *Kritik der reinen Vernunft* e nei *Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik* diviene il bersaglio critico, nella prima metà dell'Ottocento, dei sistemi idealistici di Friedrich Schelling (1775-1854) e di Georg Wilhelm Friedrich Hegel (1770-1831), i quali rivendicano allo *spirito* – inteso come realtà assoluta e sopraindividuale – e alla sua attività la capacità di produrre *da sé* i veri e reali contenuti della coscienza. Per Hegel, in particolare, lo spazio – il cui carattere è intimamente illusorio o apparente – definisce il modo in cui, nel suo sviluppo dialettico, lo spirito assoluto (o l'idea) si aliena nella natura. Come prima determinazione della natura, lo spazio è «l'*universalità* astratta *del suo essere-fuori-di-sé*, è l'indifferenza priva di mediazioni di questo essere-fuori-di-sé»[43]. Si tratta, in altri termini, di una quantità pura esistente nel mondo esteriore, caratterizzata dapprima da un'assoluta continuità indifferenziata e quindi dalla posizione di specifici ordini differenziali, come il punto, la linea, la superficie e le tre dimensioni. Le altre figure

42. Reichenbach (1961, p. 125).
43. Hegel (1996, p. 433: § 254).

dello spazio considerate dalla geometria (come i triangoli e i vari poligoni) rappresentano solo ulteriori delimitazioni qualitative di un'astrazione spaziale, della superficie o di una totalità spaziale delimitata. Da un punto di vista storiografico, tale concezione dello spazio come semplice apparenza e come frutto dell'attività dello spirito – ripresa tra gli altri da Francis Herbert Bradley (1846-1924) in *Appearance and Reality* (1893) e da Giovanni Gentile (1875-1944) nella *Teoria generale dello spirito come atto puro* (1916)[44] – non ha però esercitato alcuna influenza determinante sullo sviluppo delle scienze fisiche nel corso del XIX secolo: supportate anche dalle assai più benevole istanze del positivismo ottocentesco, tali discipline hanno invece continuato ad attenersi ai ben più rigorosi princìpi dello sperimentalismo di matrice galileiana e newtoniana.

In un'ottica apertamente antidealistica si pone invece la concezione dello spazio del filosofo e pedagogista tedesco Johann Friedrich Herbart (1776-1841), destinata a influenzare, come vedremo meglio nel CAP. 5, le idee riemanniane in ambito geometrico. Richiamandosi esplicitamente alla concezione kantiana della metafisica come sapere fondamentale ma accentuandone l'aspetto critico-metodologico, Herbart considera la filosofia come un'opera di *elaborazione* e *sistematizzazione* coerente di *concetti dati*, la quale procede al di là della contraddittorietà dell'esperienza (generata dalla contrapposizione tra il divenire della realtà esperita e l'atemporalità delle forme logiche proprie del pensiero) in cui essi vengono assunti nella concezione volgare o comune del mondo[45]. Tali concetti stanno a fondamento delle scienze e possono essere elaborati secondo tre modalità: logica, metafisica ed estetica. Al centro della filosofia herbartiana, che si configura come un vero e proprio *sistema dell'esperienza*, si trova una tesi ontologica fondamentale: l'essere è scomposto in infiniti *reali* (paragonabili alle monadi di Leibniz o alle cose in sé di Kant), semplici, senza forma e immutabili, di cui nulla è predicabile se non il loro *essere posti* e rispetto al cui essere i concetti utilizzati dal soggetto per rappresentarsi la realtà si rivelano intimamente contraddittori (come quando ci si rappresenta il concetto di un oggetto pensato nella sua unità attraverso una molteplicità di qualità). Posto il carattere meramente fenomenico dei concetti costitutivi dell'esperienza (come quelli di *mutamento*, *movimento* e *tempo-*

44. Cfr. Bradley (1984) e Gentile (2012).
45. Cfr. Herbart (2003).

ralità), la contraddittorietà con cui ad essa si dà forma non è tuttavia priva di una base razionale: l'esperienza, che nella sua realtà effettuale è fatta di corpi e di accadere di eventi, si fonda infatti sull'intelligibilità dello spazio e del tempo come ordini di aggregazione e interazione fra i *reali*. Criticando l'idea kantiana dello spazio e del tempo come forme *a priori* della sensibilità, Herbart sembra così avvicinarsi all'idea leibniziana dello spazio come sistema di relazioni: uno spazio sensibile continuo, concepito ancora in termini euclidei, la cui percezione è soltanto un'apparenza, tanto obiettiva quanto necessaria, che definisce la *possibilità* stessa dell'esistenza dei corpi.

Tra il XIX e il XX secolo, ulteriori contributi filosofici sul problema dello spazio si possono ritrovare nell'opera di Henri Bergson (1859-1941). Criticando, nel suo *Essai sur les données immédiates de la conscience* (1889), l'astrattezza intellettualistica del concetto fisico di spazio, Bergson vede in esso il decadimento o l'esteriorizzazione della *durata reale* della coscienza (il modo cioè secondo cui la coscienza percepisce il tempo nella sua fluidità originaria e non come mera successione di istanti sempre identici) e dunque l'arresto ripetitivo o abituale che si instaura nello slancio vitale, inteso come forza creatrice universale, e nello sviluppo spirituale della natura[46]. Per Bergson, infatti, l'intelletto è incapace di rappresentare la vera natura della vita: esso rappresenta piuttosto una *funzione derivata*, il cui scopo è quello di assicurare l'interazione del nostro corpo con l'ambiente e la cui azione si esplica nella sostituzione del mondo reale e concreto della *qualità* con un mondo astratto, schematico, meccanico e puramente *quantitativo*. Sotto questo profilo, il tempo della razionalità scientifica è un *tempo spazializzato* a motivo del suo essere trasformato in una grandezza omogenea e del suo essere misurato in base a un sistema di coordinate, simbolo spaziale della durata reale. L'idea di spazio si origina da un atto intellettivo che, intuendo un principio di differenziazione diversa da quella qualitativa, arriva a concepire un mezzo *vuoto* e *omogeneo* in cui essa sia resa di fatto possibile. Attraverso l'espressione linguistica, siamo a tutti gli effetti indotti a pensare *nello* spazio e a introdurre una forma di discontinuità tra le nostre idee analoga a quella che la percezione spaziale determina tra gli oggetti. Una volta presa una certa confidenza con l'idea di spazio, la introduciamo inconsapevolmente nella rappresentazione di ogni successione, in modo da ottenere – al posto della durata reale,

46. Cfr. Bergson (2002a, pp. 51-90). Sul tema, cfr. anche Bergson (2002b).

dove vige una forma di compenetrazione tra lo stato presente e quelli passati – un'organizzazione dei vari stati di coscienza che ci permetta di percepirli *l'uno accanto all'altro*, e non più *l'uno nell'altro*. In altri termini, secondo Bergson, nel momento in cui il tempo è proiettato nello spazio, la durata reale viene espressa come estensione, così come la successione è rappresentata come una linea continua le cui parti, semplicemente giustapposte e matematicamente espresse, si toccano senza però penetrarsi a vicenda. In *Durée et simultanéité* (1922), poi, Bergson riprende i presupposti e gli esiti della teoria einsteiniana della relatività criticandone l'idea di *simultaneità*[47]. Secondo Bergson, non si può mai porre (se non in termini esclusivamente ipotetici) il tempo senza una coscienza, e parlando di un tempo *impersonale* la scienza postulerebbe di fatto una sorta di *coscienza universale*. D'altra parte, quando si afferma la simultaneità tra due eventi si intende che essi sono simultanei per una coscienza che li percepisce: sotto questo profilo, quando la relatività asserisce l'esistenza di tempi multipli, non proporrebbe altro che un'astrazione matematica priva di una reale valenza metafisica (e dunque filosoficamente irrilevante). In altri termini, posto che il tempo dello scienziato rappresenta un tempo artefatto, cioè una *spazializzazione* della durata reale, allora i diversi tempi (o istanti) della teoria di Einstein devono essere considerati come tempi fittizi, artefatti di un unico tempo psicologico. L'idea dell'istante – e con essa l'idea di istanti tra loro simultanei – deriva ancora una volta da un processo intellettuale di spazializzazione del tempo, in seguito a cui esso risulta pensabile esclusivamente in termini matematico-geometrici e non come un tempo il cui fluire non presuppone gli stati o momenti attraverso cui esso scorre, e che ha in sé stesso la propria peculiare ragion d'essere.

Su diversi orizzonti teoretico-concettuali, è doveroso ricordare anche le ricerche filosofico-psicologiche sull'origine della rappresentazione e della percezione spaziale proposte, nella seconda metà dell'Ottocento, da autori come Hermann Lotze (1817-1881), Franz Brentano (1838-1917) e Carl Stumpf (1848-1936). In particolare, Stumpf, allievo di Brentano a Würzburg e di Lotze a Gottinga, propone un'interpretazione dell'origine psicologica della rappresentazione spaziale che si oppone tanto all'empirismo di Berkeley quanto all'apriorismo kantiano[48]: il suo obiettivo è infatti quello di restituire allo spazio il carattere

47. Cfr. Bergson (2004).
48. Cfr. Stumpf (1873, pp. 12-106).

di *contenuto positivo* della rappresentazione, inscindibilmente connesso alla qualità delle sensazioni. Prendendo le mosse dai diversi modi in cui i contenuti rappresentativi possono entrare in reciproco rapporto, Stumpf ne distingue quattro gradi di coesione[49]. Tali gradi riguardano: 1. contenuti tra loro opposti; 2. contenuti appartenenti ad ambiti sensoriali diversi; 3. contenuti appartenenti allo stesso ambito sensoriale; 4. contenuti appartenenti a un'unica qualità sensibile. Se nei primi tre casi si tratta di contenuti tra loro indipendenti, in quanto i loro elementi possono essere rappresentati separatamente, nell'ultimo caso i contenuti devono necessariamente essere rappresentati insieme. Ciò autorizza Stumpf a distinguere i contenuti che compongono le nostre rappresentazioni in due grandi classi: i *contenuti indipendenti* e i *contenuti parziali*. Tra i contenuti parziali rientra anche lo spazio, percepito allo stesso modo delle qualità sensibili e insieme a queste. D'altra parte, ciò che vediamo quando diciamo di avere una sensazione di *rosso* non è solo un colore, bensì una superficie colorata, così come il suono che udiamo ha sempre una determinata intensità e una determinata durata, o il movimento di cui facciamo esperienza non può essere percepito senza un certo grado di velocità. In tutti questi casi, i contenuti risultano legati da una connessione così profonda che essi sembrano in qualche modo compenetrarsi. Sotto questo profilo, spazio e qualità cromatica sono contenuti parziali, dal momento che non stanno nello stesso rapporto di colore e suono, che per loro natura possono essere rappresentati separatamente, ma sono appresi necessariamente l'uno nell'altra e l'uno insieme all'altra, come qualità e intensità. La rappresentazione spaziale non costituisce dunque un *a priori* soggettivo né il risultato dell'esperienza (la relazione tra qualità cromatica ed estensione non è infatti un semplice processo associativo), ma viene originariamente e direttamente percepita allo stesso modo delle qualità, così che questi due momenti vanno a costituire un unico e inseparabile contenuto rappresentativo alla cui base si trova una legge di *reciproca dipendenza*[50].

49. Cfr. ivi, pp. 107-9.

50. Sarà proprio a partire da queste considerazioni di Stumpf che prenderà le mosse la terza delle *Logische Untersuchungen* di Husserl (1968, vol. 2, pp. 15-84), nella quale il rapporto reciproco tra i contenuti parziali non rappresenta più un mero fatto empirico ma viene elevato al rango di legge essenziale e necessaria, relativa cioè alle caratteristiche intrinseche dei contenuti stessi e non al modo in cui essi vengono esperiti. Su questi temi, cfr. Costa (1996). Più in generale, su Brentano e la sua scuola, cfr. Albertazzi, Libardi, Poli (1996), Antonelli, Boccaccini (2021) e Antonelli, Molaro (2020, pp. 13-82).

I contributi più rilevanti offerti da Stumpf alla psicologia sperimentale degli ultimi anni del XIX secolo non riguardano però soltanto il problema dello spazio nella sua dimensione rappresentativa, ma anche la psicologia della musica e soprattutto il concetto di *fusione tonale* (e di *campo sonoro*), di cui Stumpf si serve per chiarire fenomenologicamente il problema della consonanza[51]. In virtù di una vera e propria fusione, infatti, suoni simultanei si riuniscono in un intero (o in un accordo) dal carattere non sommativo, con proprietà emergenti e irriducibili a quelle delle note di partenza. È questo un ordine di idee che fa leva su un fatto specifico: il primato della percezione complessiva su quella parziale. Per quanto la fusione si verifichi tra contenuti che sono completamente indipendenti l'uno dall'altro, la percezione di un accordo non è riconducibile a una mera giustapposizione o somma di suoni, ma si configura come un'impressione unitaria, in cui le singole note appaiono nel campo sonoro come parti di un *intero sensibile* e non come elementi di una collezione.

Di fatto, con ciò Stumpf finisce per influenzare – seppure su presupposti differenti e seguìto in questo anche dall'altro allievo di Brentano, Christian von Ehrenfels (1859-1932), e dalla sua teoria delle *qualità formali*[52] – le pionieristiche indagini fenomenologico-sperimentali sull'organizzazione dello *spazio* o *campo percettivo* proposte, nella prima metà del Novecento, dagli psicologi gestaltisti Max Wertheimer (1880-1943), Wolfgang Köhler (1887-1967) e Kurt Koffka (1886-1941), suoi allievi a Berlino[53]. A differenza di quanto sostenuto dall'associazionismo psicologico ottocentesco, infatti, per la *Gestalttheorie* (o *teoria della forma*) i fenomeni percettivi non possono essere spiegati sulla base di semplici giustapposizioni o addizioni di singole unità elementari come le sensazioni, ma devono essere considerati nella loro capacità di organizzarsi e di autodistribuirsi dinamicamente, in specifiche strutture formali e secondo leggi ben determinate dette *princìpi di unificazione formale* (come la *somiglianza*, la *vicinanza*, la *chiusura*, la *continuità* e la *pregnanza*), all'interno del campo percettivo (FIG. 4.2). Ogni perce-

51. Cfr. Stumpf (1883-90).

52. Cfr. Ehrenfels (1984).

53. Per un'introduzione generale ai princìpi teorici e metodologici della *Gestalttheorie*, cfr. almeno Katz (1979), Koffka (1970), Köhler (1971) e Wertheimer (2012). Un'adeguata ricognizione storiografica sugli sviluppi del gestaltismo in Germania è offerta da Ash (2004). Sul tema, cfr. anche Musatti (2020a; 2020b).

FIGURA 4.2
Esempi di alcuni princìpi gestaltici di unificazione formale: *somiglianza*, *vicinanza*, *chiusura* e *continuità*

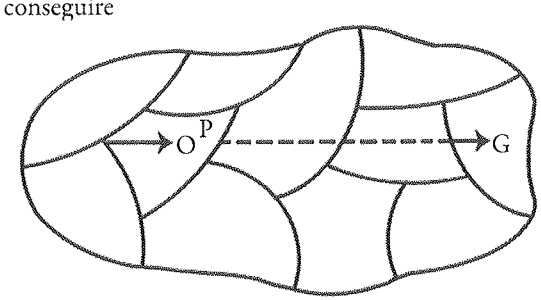


zione si presenta così all'esperienza come un tutto unico globalmente strutturato, e tale totalità risulta sempre irriducibile alla somma delle sue singole parti. D'altra parte, la totalità in cui si organizzano gli elementi percettivi – vale a dire la modalità della loro strutturazione secondo le relative leggi – discende dall'azione di forze che non sono proprietà dei singoli elementi, bensì del campo in cui essi si trovano, in stretta analogia con quanto accade nel campo elettromagnetico. Inoltre, le leggi del campo che si manifestano a livello fenomenico (sul piano delle cose così come appaiono, a prescindere dalla loro realtà fisica) corrispondono alle stesse leggi di campo che agiscono a livello neurofisiologico (*postulato dell'isomorfismo*): per i gestaltisti, infatti, il mondo fenomenico ha una corrispondenza isomorfa con la realtà fisiologica, ma non con quella esterna.

Già allievo di Stumpf e collaboratore di Köhler e Wertheimer a Berlino, Kurt Lewin (1890-1947) ha poi sviluppato in ambito psicologico-sociale le potenzialità esplicative del concetto di campo, proponendo una concezione altamente sistematica dei processi psichici che privilegia gli aspetti psicodinamici relativi alle azioni umane e alle dinamiche dei gruppi: la *teoria di campo* o *psicologia topologica*[54]. Secondo tale teoria, il comportamento umano (C) non costituisce l'insieme delle singole risposte date a una serie di stimoli provenienti dal mondo esterno (come invece sostengono, per esempio, i comportamentisti), ma è funzione (*f*) dello *spazio di vita* (S), cioè di un campo psicologico – analogo al campo elettromagnetico di Faraday e Maxwell[55] – articolato in *regioni* e determinato, come totalità di fatti coesistenti nella loro interdipendenza, dalle interazioni tra la *persona* (P) e il suo *ambiente* (A) in un dato momento. Tutto ciò viene formalizzato da Lewin attraverso la cosiddetta *equazione universale*

54. Cfr. Lewin (1961; 1965).
55. Cfr. PAR. 6.1, pp. 275-84.

FIGURA 4.3
Rappresentazione topografica dello *spazio di vita* di una persona (P) e del relativo scopo (G) da conseguire



del comportamento: $C = f(S)$, ovvero $C = f(PA)$. Secondo Lewin, ogni individuo è immerso in un campo di forze (*endogene* ed *esogene*) che agiscono simultaneamente nello spazio di vita, spingendolo in direzioni diverse in relazione ai propri scopi. Le modificazioni all'interno di tale spazio – un'entità in continua trasformazione, rappresentabile con una curva piana semplice e chiusa, detta *curva di Jordan* (FIG. 4.3) – sono l'effetto delle varie forze in campo: per comprendere e prevedere il comportamento di un individuo è pertanto necessario considerare la sua personalità e il suo ambiente in termini unitari, alla luce dell'equilibrio sempre fluttuante e mai definitivo assunto da tali forze. Lo spazio di vita di un individuo si articola poi in regioni dotate di una certa valenza (positiva o negativa) e il percorso che la persona compie al suo interno per conseguire un determinato scopo è detto *spazio odologico*. L'attraversamento *psicologico* dello spazio di vita da una regione all'altra da parte di un individuo è definito da Lewin *locomozione*.

Il problema dello spazio (o della spazialità) e della sua costituzione trascendentale rappresenta infine uno degli aspetti più significativi del pensiero e delle opere di filosofi novecenteschi di area fenomenologica ed esistenzialista come Edmund Husserl (1859-1938)[56], Maurice Merleau-Ponty (1908-1961)[57], Martin Heidegger (1889-1976) e Jean-Paul Sartre (1905-1980)[58]. Nella prospettiva heideggeriana di *Sein und Zeit*

56. Cfr. Husserl (1996; 2009; 2021).
57. Cfr. Merleau-Ponty (2003, pp. 326-93).
58. Cfr. Sartre (1991, pp. 236-42).

(1927), in particolare, lo spazio definisce una condizione o una struttura originaria dell'*esserci* umano (*Dasein*) in quanto *essere-nel-mondo*, il quale si costituisce e si spazializza nel rapporto quotidiano con gli altri individui e con le cose aprendosi al mondo come luogo del suo progettarsi come esistente[59]. Secondo Heidegger, infatti, lo spazio contribuisce alla costituzione del mondo nella misura in cui si ricollega alla spazialità dell'esserci. Quest'ultimo, in forza della sua preliminare capacità di orientamento e della sua *vocazione* alla vicinanza (Heidegger parla a questo proposito di *dis-allontanamento* e *orientamento-direttivo*) è colui che *fa spazio*, che mette ogni cosa *al proprio posto*. Di conseguenza, lo spazio, al di là delle canoniche interpretazioni cartesiane (per cui il soggetto è nello spazio) e kantiane (per cui lo spazio è nel soggetto), rappresenta – per così dire – qualcosa di *terzo* tra soggetto e oggetto, preliminare rispetto a ogni azione e manifestazione nel mondo:

> *Né lo spazio è nel soggetto, né il mondo è nello spazio.* È piuttosto lo spazio a essere «nel» mondo, perché l'essere-nel-mondo, costitutivo dell'Esserci, ha già sempre dischiuso lo spazio. Lo spazio non si trova nel soggetto, né il soggetto considera il mondo «come se» fosse in uno spazio, ma il «soggetto», autenticamente inteso nella sua ontologicità, l'Esserci, è spaziale. Ed è appunto perché l'Esserci è spaziale nel modo descritto che lo spazio si manifesta a priori. «A priori» non significa qui l'appartenenza preliminare dello spazio a un soggetto che, dapprima senza mondo, proietterebbe poi fuori di sé lo spazio. Qui apriorità significa: preliminarità dell'incontro intramondano dell'utilizzabile[60].

Del resto, nell'ottica heideggeriana, lo spazio può ricevere adeguata comprensione solo in riferimento al mondo. Come tale, esso «non è raggiunto unicamente attraverso una demondificazione del mondo-ambiente, ma la spazialità è in generale scopribile soltanto sul fondamento del mondo»[61]: in altri termini, lo spazio *contribuisce* a tutti gli effetti alla costituzione del mondo, e ciò avviene «in corrispondenza con la spazialità essenziale dell'Esserci stesso relativamente alla sua costituzione fondamentale di essere-nel-mondo»[62].

59. Cfr. Heidegger (2005, pp. 129-43).
60. Ivi, p. 141.
61. Ivi, p. 143.
62. *Ibid.* Sul problema della *corporeità* dell'esserci e sul nesso tra corpo e spazio, cfr. Heidegger (1990, pp. 162-7).

Un'originale ripresa in ambito clinico-psicopatologico della lezione heideggeriana sulla spazialità si deve allo psichiatra svizzero Ludwig Binswanger (1881-1966), teorico della *Daseinsanalyse*[63]. Secondo Binswanger, alla base di molti disturbi mentali – rivelatori di specifiche modalità esperienziali del singolo individuo e dei suoi molteplici orizzonti di significato – si troverebbe una modificazione o destrutturazione patologica del cosiddetto *spazio timico* (*gestimmter Raum*), uno spazio vissuto non omogeneo e irriducibile allo spazio delle scienze naturali, ma carico di qualità espressivo-situazionali e dotato di una propria specifica *tonalità* o *intonazione* affettiva[64].

63. Cfr. Molaro (2016; 2020).
64. Cfr. Binswanger (2022).

5

Nuove geometrie, nuove prospettive

5.1
Euclide senza macchia?
Gli *Elementi* e il problema del quinto postulato

Uno degli episodi più significativi dei *Fratelli Karamazov* di Fëdor Dostoevskij (1821-1881) vede protagonisti il ribelle «parricida putativo, accigliato sofista»[1] Ivan Karamazov e suo fratello Alëša, giovane monaco la cui pacatezza nasconde però un'intima e combattuta opposizione tra misticismo e sensualità, monastero e mondo reale. In un emblematico colloquio che si svolge tra i tavoli della trattoria *La Capitale*, i due fratelli affrontano una serie di temi – dall'esistenza di Dio, al senso del dolore fino all'essenza della libertà – la cui innegabile caratura filosofico-teologica prepara di fatto la strada al vertice narrativo dell'intero romanzo: la leggenda del Grande Inquisitore. Ma c'è dell'altro. In un passaggio solo apparentemente irrilevante di questo dialogo, Dostoevskij mette sulla bocca di Ivan Karamazov alcune brevi ma efficaci considerazioni di ordine matematico-geometrico che vale la pena di sottolineare. Rispondendo negativamente alla domanda, da lui stesso posta al fratello Alëša, circa la capacità della ragione umana di elevarsi fino al concetto di Dio, l'irrequieto personaggio fa esplicito riferimento a un fatto molto particolare: la possibilità, compiutamente sdoganata da alcuni matematici e filosofi nel primo Ottocento, di concepire sistemi geometrici alternativi a quello euclideo, quanto mai lontani dal senso comune e fondati sulla negazione del quinto postulato o postulato delle parallele. Leggiamo però direttamente dal testo dostoevskiano:

> E perciò ti dichiaro senz'altro che accetto, in tutte lettere, l'esistenza di Dio. Ma ecco, tuttavia, che cosa occorre rilevare: posto che Dio esista, e che abbia

1. Bufalino (1989, p. 289).

realmente creato la terra, questa, come tutti sappiamo, è stata creata secondo la geometria euclidea, e l'intelletto umano è stato creato idoneo a concepire soltanto uno spazio a tre dimensioni. Vi sono stati, invece, e vi sono anche ora, geometri e filosofi, e anzi fra i più grandi, i quali dubitano che tutta la natura, o più ampiamente, tutto l'universo, sia stato creato secondo la geometria euclidea, e s'avventurano perfino a supporre che due linee parallele, che secondo Euclide non possono a nessun patto incontrarsi sulla terra, potrebbero anche incontrarsi prima o dopo nell'infinito. E così, cuore mio, io ho tratta la conclusione che, se nemmeno questo mi riesce intelligibile, come potrei mai innalzarmi al concetto di Dio? Umilmente riconosco che in me non c'è nessuna capacità di risolvere problemi simili: in me c'è una mente euclidea, terrestre, e come potrei pretendere di ragionare su ciò che non è di questo mondo?[2]

Ora, il richiamo dostoevskiano alle geometrie non euclidee è in questo contesto tutt'altro che casuale e ha una sua precisa ragion d'essere. Dostoevskij aveva infatti studiato ingegneria presso la Scuola superiore del Genio militare di San Pietroburgo, dove si era diplomato – pur controvoglia, manifestando già uno spiccato interesse per la letteratura – il 12 agosto 1843. Se le sue competenze in ambito matematico-geometrico erano pertanto innegabili, egli doveva ragionevolmente essere a conoscenza almeno di quella serie di ricerche che il matematico, suo compatriota, Nikolaj Lobačevskij aveva sviluppato, come vedremo, fin dagli anni Venti del XIX secolo, e che muovendo proprio dalla negazione del quinto postulato euclideo sancivano la possibilità di un numero infinito di parallele passanti per un punto esterno a una retta data. In poche e semplici battute, dunque, Dostoevskij riesce efficacemente a cogliere il nodo problematico fondamentale che l'elaborazione di sistemi geometrici non euclidei ha comportato per la filosofia e la scienza occidentali: il problema cioè della possibilità (non soltanto logica) di concepire e ordinare lo spazio diversamente da quello tridimensionale e isotropo della geometria euclidea[3] e di ridefinire tanto i fondamenti del sapere geometrico – non più intesi, nel loro carattere assiomatico, come qualcosa di dato necessariamente *a priori* – quanto la specifica relazione tra geometria, esperienza e mondo fisico. Per comprendere adeguatamente questi importanti mutamenti teorico-concettuali, le cui ricadute sugli sviluppi e le concezioni dello spazio nella matematica

2. Dostoevskij (2005, p. 314).

3. Per una ricognizione storico-critica sulle concezioni dello spazio geometrico dall'antichità alla prima età moderna, cfr. De Risi (2015) e De Vittori (2009).

e nella fisica moderne sono quanto mai evidenti, è tuttavia opportuno chiarire, almeno per sommi capi, la struttura e il significato generale del modello geometrico euclideo alla luce di uno dei suoi aspetti critici più rilevanti sotto il profilo storico ed epistemologico: la dimostrabilità o meno del quinto postulato.

Della vita di Euclide (IV-III secolo a.C.) sappiamo davvero poco. Secondo la testimonianza di diversi commentatori antichi, Euclide risulta attivo ad Alessandria d'Egitto intorno al 300 a.C.: com'è noto, in età ellenistica Alessandria diviene il principale centro di iniziativa scientifica del mondo mediterraneo soprattutto grazie alla politica culturale messa in atto dai sovrani Tolomeo I (tra il 305 e il 283) e Tolomeo II (tra il 283 e il 246). È dunque in un contesto di particolare fermento culturale che prendono forma i tredici libri che compongono gli *Elementi* (Στοιχεῖα) euclidei, la più importante sintesi del sapere matematico antico. Se è pur vero che la conoscenza, l'uso e in generale la considerazione di quest'opera hanno subìto, nel corso dei secoli, mutamenti anche profondi in relazione ai diversi cambiamenti occorsi alle scienze fisico-matematiche, non c'è dubbio che gli *Elementi* hanno definito e declinato, per oltre due millenni, il canone dell'insegnamento della geometria in larga parte del mondo. In essi si può individuare la convergenza di varie istanze teoriche: da quella *lato sensu* platonica, che privilegia l'ideale di razionalità pura del sapere matematico svincolato dalla necessità di una sua traduzione tecnico-empirica, a quella pratico-risolutiva derivante dalle esperienze geometriche più antiche, il cui obiettivo è primariamente la risoluzione di problemi particolari piuttosto che l'astratta dimostrazione di teoremi. Il tratto senza dubbio più originale della sintesi euclidea è però dato dall'introduzione di due specifiche direttive epistemologiche: da una parte, l'assegnazione di una rigorosa struttura assiomatico-deduttiva – mutuata dagli *Analitici secondi* di Aristotele – alle proposizioni geometriche, in cui convergono il criterio puramente logico della *dimostrabilità* e quello extralogico dell'*evidenza*; dall'altra, l'autonomizzazione del sapere geometrico come specifico ambito oggettuale. Su questa base, una volta data una serie di proposizioni primitive la cui intelligibilità è resa possibile dalla loro evidenza, è possibile ricavare – dimostrandole – tutte le altre proposizioni ovvero i teoremi. Nel sistema euclideo, infatti, il processo deduttivo ha l'obiettivo fondamentale di dimostrare la verità di ciascuna proposizione: ciò implica che il repertorio assiomatico di cui si compone la geometria rappresenti delle verità evidenti di per sé, dettate

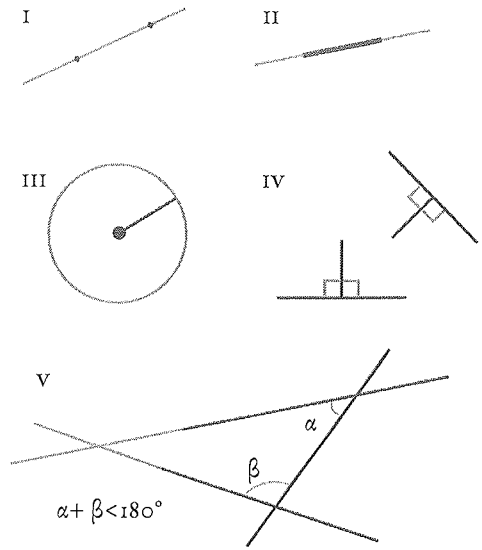
dalla percezione che in ultima istanza l'essere umano ha del mondo fisico. Quanto alla suddivisione interna della materia, gli *Elementi* hanno come oggetto la geometria piana (libri I-VI), la teoria dei numeri (libri VII-IX), le grandezze incommensurabili (libro X) e la geometria solida (libri XI-XIII).

Il primo libro, in particolare, si apre con la definizione di 23 *termini* (ὅροι) o concetti geometrici fondamentali. Tali definizioni – presenti in varia misura anche all'inizio dei libri II, III, IV, V, VI, VII, X e XI – hanno l'obiettivo di caratterizzare, almeno intuitivamente, i campi oggettuali sviluppati nel corso del libro fornendone il relativo repertorio concettuale. I primi sette termini del libro I comprendono i concetti canonici di *punto* (σημεῖον, come ciò che non ha parti), *linea* (γραμμή, intesa come lunghezza senza larghezza), *linea retta* (εὐθεῖα γραμμή, come linea che è posta a uguale livello rispetto ai suoi punti) e *superficie* (ἐπιφάνεια, come ciò che ha soltanto lunghezza e larghezza e i cui estremi sono linee). Le successive cinque definizioni riguardano gli *angoli* (γωνία) e le loro tipologie, mentre il dodicesimo e il tredicesimo termine specificano il carattere *limitato* – in quanto compreso tra estremi – degli enti geometrici. Dopo aver definito i concetti di *cerchio* (κύκλος), *diametro* (διάμετρος), *circonferenza* (περιφέρεια) e *semicerchio* (ἡμικύκλιον), in ulteriori quattro termini Euclide presenta poi le definizioni di *triangolo* (τρίγωνον) e *quadrato* (τετράγωνον). L'ultimo termine definisce preliminarmente le *rette parallele* (παράλληλοι εὐθεῖαι) come «quelle rette che, essendo nello stesso piano e venendo prolungate illimitatamente dall'una e dall'altra parte, non si incontrano fra loro da nessuna delle due parti»[4].

All'enunciazione dei termini fa seguito quella dei *postulati* (αἰτήματα), ovvero le *richieste* proprie di uno specifico ambito disciplinare – in questo caso della geometria – che ai fini della deduzione e della dimostrazione delle singole proposizioni devono essere accettate come vere senza tuttavia essere state preventivamente dimostrate. Seguendo la tradizione aristotelica, Euclide distingue i postulati dalle *nozioni comuni* (κοιναὶ ἔννοιαι) o *assiomi* (come li chiama Proclo), intese come verità fondamentali applicabili a tutte le scienze e quindi comuni alla geometria, all'aritmetica e così via: è il caso, per esempio, dell'affermazione secondo cui «cose che sono uguali ad una stessa sono uguali anche fra loro» (assioma I), o «se cose uguali sono addizionate a cose uguali, le totalità sono uguali» (assioma II), o ancora «il tutto è maggiore della parte» (assioma VIII)[5].

4. Euclide (1970, p. 70). Un'ulteriore traduzione italiana degli *Elementi* è disponibile, arricchita da un'imponente introduzione storico-critica, in Euclide (2007, pp. 777-1857).

FIGURA 5.1
I cinque postulati euclidei



Quanto ai postulati (FIG. 5.1), se i primi tre sono di carattere eminentemente *costruttivo* e pertengono al tracciamento di una retta e di un cerchio di raggio arbitrario a partire da un punto qualsiasi, il quarto stabilisce invece che l'angolo retto ha un'ampiezza ben determinata a prescindere dalla parte di piano – conseguentemente inteso come *omogeneo* – in cui esso viene costruito:

> I. Risulti postulato: che si possa condurre una linea retta da un qualsiasi punto ad ogni altro punto. II. E che una retta terminata (= finita) si possa prolungare continuamente in linea retta. III. E che si possa descrivere un cerchio con qualsiasi centro ed ogni distanza (= raggio). IV. E che tutti gli angoli retti siano uguali fra loro[6].

5. Euclide (1970, pp. 73-5).
6. Ivi, p. 71.

Il quinto postulato, comunemente noto come *postulato delle parallele*, è presentato da Euclide nei termini seguenti:

v. E che, se una retta venendo a cadere su due rette forma gli angoli interni e dalla stessa parte minori di due retti (= tali che la loro somma sia minore di due retti), le due rette prolungate illimitatamente verranno ad incontrarsi da quella parte in cui sono gli angoli minori di due retti (= la cui somma è minore di due retti)[7].

Di questo postulato sono state fornite molte definizioni equivalenti. La più celebre è quella formulata dal matematico e filosofo scozzese John Playfair (1748-1819) nei suoi *Elements of Geometry* (1795), secondo cui per un punto esterno a una retta passa una sola parallela alla retta data[8]. Rispetto agli altri quattro postulati, caratterizzati da una certa «irresistibile evidenza»[9], il quinto però sembra già manifestare, nel sistema geometrico euclideo, un certo grado di problematicità, confermato anche dalla maggiore complessità del suo enunciato: quanto richiesto dal postulato procede infatti ben al di là di qualsiasi esperienza fisica o intuizione diretta. Uno degli aspetti più controversi è quello di stabilire se si possa assumere l'esistenza, nello spazio fisico, di rette *infinite*, dal momento che negli *Elementi* si postula soltanto la possibilità di prolungare una linea retta (sempre assunta come *finita*) finché è necessario. D'altra parte, quanto postulato da Euclide – un ragionevole espediente per evitare l'esplicito riconoscimento dell'esistenza di coppie di rette che non si incontrano mai – implica di necessità l'esistenza di rette infinite: diversamente, infatti, esse non potrebbero essere prolungate tanto quanto fosse necessario per provare la validità e l'evidenza del postulato[10].

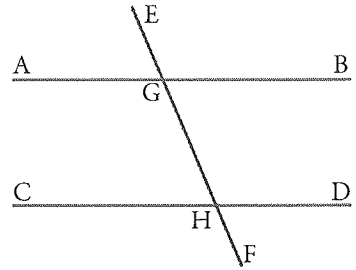
7. *Ibid.* Nel testo originale greco: «Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ' ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες» (Euclide, 1883, pp. 8-9).

8. Cfr. Playfair (1795, pp. 32-3).

9. Kline (1999, vol. 2, p. 1006).

10. Quest'ordine di idee rimanda all'annoso problema dell'*infinito attuale* che, diversamente da quello *potenziale*, è stato oggetto della riflessione dei pensatori antichi (compreso Aristotele) e dello stesso Euclide: un conto è infatti la possibilità di prolungare una retta all'infinito, giacché si avrebbe comunque a che fare con segmenti *finiti*, e un altro conto è affermare che all'infinito le rette non possano in alcun modo incontrarsi.

FIGURA 5.2
Il teorema inverso delle parallele



Non è un caso che nel primo libro degli *Elementi* lo stesso Euclide sviluppi ben ventotto proposizioni senza ricorrere ad esso e si serva di questo postulato soltanto nella proposizione 29, in cui dall'ipotesi del parallelismo si deducono specifiche relazioni angolari. Dopo aver dimostrato, nelle proposizioni 27 e 28, che due rette che formano con una loro trasversale angoli alterni interni uguali, cioè angoli corrispondenti uguali, o angoli interni da una stessa parte supplementari sono parallele[11], Euclide si trova nella necessità di utilizzare il quinto postulato per dimostrare il cosiddetto *teorema inverso delle parallele*, secondo cui «una retta che cada su rette parallele forma gli angoli alterni uguali fra loro, l'angolo esterno uguale all'angolo interno ed opposto, ed angoli interni dalla stessa parte la cui somma è uguale a due retti»[12]. Con ogni probabilità, almeno nella geometria classica questo è l'unico teorema la cui dimostrazione richieda ulteriori ipotesi rispetto a quelle necessarie nella dimostrazione del suo inverso. Seguiamo dunque il ragionamento di Euclide.

Data una retta EF che venga a cadere sulle rette parallele AB e CD (FIG. 5.2), essa forma gli angoli alterni AGH e GHD uguali, l'angolo esterno EGB uguale all'angolo interno e opposto GHD, e gli angoli interni BGH e GHD di somma pari a due angoli retti. Infatti, secondo Euclide, se l'angolo AGH fosse diverso dall'angolo GHD, uno dei due sarebbe maggiore. Assumendo che l'angolo AGH sia maggiore di GHD e sommando ad esso l'angolo comune BGH, la somma degli angoli AGH e BGH è maggiore della somma di AGH e GHD (e ciò in forza dell'assio-

11. Cfr. Euclide (1970, pp. 120-1).

12. Ivi, p. 122.

ma IV, secondo cui se cose uguali sono addizionate a cose disuguali, le totalità ottenute sono disuguali). La somma di BGH e GHD è tuttavia uguale a due retti, come precedentemente dimostrato da Euclide nella proposizione 13, secondo cui «se una retta innalzata su un'altra retta forma degli angoli, essa verrà a formare o due angoli retti od angoli la cui somma è uguale a due retti»[13]: di conseguenza, la somma di BGH e GHD è minore di due retti. Tuttavia, come richiesto dal quinto postulato, due rette che vengano prolungate illimitatamente a partire da angoli la cui somma sia minore di due angoli retti si incontrano: AB e CD dovrebbero dunque incontrarsi nel loro prolungamento. Eppure, non lo fanno, perché – come specifica Euclide – esse sono parallele *per ipotesi*, così che l'angolo AGH non può essere considerato disuguale rispetto all'angolo GHD, bensì uguale. In forza di quanto già dimostrato nella proposizione 15, secondo cui «se due rette si tagliano fra loro, formano gli angoli opposti al vertice tra loro uguali»[14], l'angolo AGH risulta uguale all'angolo EGB. Inoltre, in virtù di quanto stabilito dall'assioma I, risultano uguali anche gli angoli EGB e GHD. Se si aggiunge poi in comune ad essi l'angolo BGH, la somma di EGB e BGH sarà allora uguale alla somma di BGH e GHD. Da ultimo, poiché – come già dimostrato dalla proposizione 13 – la somma degli angoli EGB e BGH è pari a due angoli retti, allora anche la somma degli angoli BGH e GHD sarà uguale a due angoli retti, come stabilito ancora una volta dall'assioma I. Con ciò Euclide dimostra che se due rette formano con una trasversale angoli coniugati interni supplementari, angoli alterni interni e angoli corrispondenti uguali, allora le due rette sono parallele. La dimostrazione della proposizione 29 si riduce a un fatto essenziale: se le rette sono parallele, gli angoli coniugati interni sono supplementari, dal momento che se non lo fossero le due rette – come stabilisce il quinto postulato – si incontrerebbero nel loro prolungamento, contraddicendo così l'ipotesi del loro parallelismo. Questa proposizione è dunque l'unica in cui si faccia esplicito riferimento al quinto postulato, ed è con essa che si può ritenere abbia inizio la geometria euclidea propriamente detta. Essa è però applicata in diverse altre proposizioni dei libri I (30, 32, 33, 34, 35, 44, 45 e 46), II (4, 9 e 10), VI (3, 24, 25 e 32), XI (8, 15 e 38) e XII (3 e 4). Nel primo libro degli *Elementi*, la teoria euclidea delle parallele è poi completata, senza ricorrere esplicitamente al quinto postulato,

13. Ivi, p. 96.
14. Ivi, p. 98.

da tre fondamentali teoremi, secondo cui «linee rette parallele a una stessa retta sono parallele tra loro» (proposizione 30), «per un punto dato si può tracciare una sola retta parallela a una retta data» (proposizione 31) e «segmenti compresi tra segmenti uguali e paralleli sono uguali e paralleli» (proposizione 33). La proposizione 30, in particolare, definisce la proprietà transitiva del parallelismo, la quale può essere a tutti gli effetti considerata come equivalente allo stesso postulato delle parallele.

Il carattere particolarmente problematico del quinto postulato non è sfuggito neppure ai primi commentatori degli *Elementi* di Euclide. La sua scarsa evidenza, infatti, ha fatto sì che per svariati secoli si sia cercato di superarne le difficoltà e le debolezze logico-teoretiche secondo modalità differenti: 1. la determinazione di una proposizione ad esso *equivalente* che risulti evidente e che possa essere annoverata tra i postulati; 2. la *dimostrazione* del quinto postulato a partire dagli altri quattro e dunque la sua conversione in un vero e proprio teorema; 3. la costruzione di un sistema geometrico, detto *geometria assoluta*, che possa fare a meno del quinto postulato; 4. la *modificazione* della definizione stessa di parallelismo e la conseguente edificazione di nuovi modelli geometrici coerenti con tale definizione. Di fatto, la storia delle geometrie non euclidee incomincia con gli sforzi messi in atto da generazioni di matematici per eliminare i dubbi intorno a questo controverso aspetto dell'opera di Euclide.

Tra le formulazioni equivalenti del quinto postulato si possono ricordare, oltre a quella di John Playfair, anche quella di Posidonio di Apamea (II-I secolo a.C.) e Gemino di Rodi (I secolo a.C.), legati alla scuola stoica e autori di significativi contributi in ambito astronomico e geografico: oltre allo studio della corrispondenza tra le fasi lunari e l'andamento delle maree, a Posidonio è attribuita una nuova misura della circonferenza terrestre – circa 28.000 km – tuttavia inferiore a quella assai più realistica di Eratostene di Cirene (III-II secolo a.C.). Secondo quanto riportato dal filosofo neoplatonico bizantino Proclo Diadoco (V secolo d.C.) nel suo *Commentario* al primo libro degli *Elementi* euclidei, Posidonio propone di chiamare parallele due rette complanari ed equidistanti. Anche lo stesso Proclo, riconoscendo l'equivalenza tra il quinto postulato e l'affermazione dell'unicità della parallela, ha variamente riformulato il postulato delle parallele nei modi seguenti: 1. dati, in un piano, una retta e un punto che si trovi al di fuori di essa, esiste una e soltanto una retta passante per il punto e parallela

alla retta data; 2. se una retta interseca una di due rette parallele, allora interseca anche l'altra; 3. due rette parallele a una terza sono tra loro parallele; 4. due rette secanti sono anche divergenti, mentre due rette parallele mantengono tra loro sempre una distanza finita.

Il principio dell'equidistanza è poi ripreso, in età moderna, dal matematico e gesuita tedesco Cristoforo Clavio (1537-1612), noto soprattutto per i suoi rapporti con Galilei e per aver contribuito alla definizione del calendario gregoriano nel 1582, e dal matematico bolognese Pietro Antonio Cataldi (1552-1626), al cui nome si legano anche importanti ricerche sul calcolo delle radici quadrate mediante serie aritmetiche e l'algoritmo delle frazioni continue. Se per Clavio il luogo dei punti equidistanti da una retta è una retta, per Cataldi rette che non sono equidistanti convergono in una direzione e divergono nell'altra. Altre ridefinizioni di rilievo sono quelle del matematico e presbitero inglese John Wallis (1616-1703), per il quale, dato un triangolo qualsiasi, se ne può sempre costruire un altro simile (vale a dire con gli stessi angoli) avente un lato assegnato, e del matematico ungherese Wolfgang Farkas Bolyai (1775-1856), per il quale per tre punti non allineati passa sempre una circonferenza.

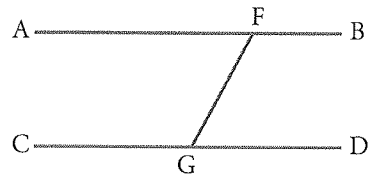
Al di là delle definizioni, l'aspetto storicamente più rilevante concerne gli svariati tentativi – tutti falliti – di dimostrare la verità del quinto postulato: tentativi, peraltro, che hanno scandito la storia della geometria almeno fino all'inizio del XIX secolo[15]. Nella sua dissertazione *Conatuum praecipuorum theoriam parallelarum demonstrandi recensio* (1763), il matematico tedesco Georg Simon Klügel (1739-1812) individua ed esamina almeno una trentina di casi, quasi tutti risalenti all'età moderna e tra loro legati da un comune denominatore: la certezza con cui viene accettata la verità del quinto postulato è essenzialmente basata sull'esperienza[16]. L'elenco è però inevitabilmente incompleto e destinato ad allungarsi, non fosse altro perché trascura il contributo di autori tardoantichi, medievali (soprattutto arabi) e rinascimentali di assoluto valore.

Un primo curioso tentativo di dimostrazione è offerto, in età ellenistica, da Tolomeo nel suo trattato *Sull'incontro delle rette prolungate*

15. Per un'adeguata ricognizione storica al riguardo cfr. soprattutto Agazzi, Palladino (1978, pp. 34-100), Bartocci (2012), Bonola (1906, pp. 1-57), Bottazzini (1990, pp. 167-90), Catastini, Ghione (2018), Engel, Stäckel (1895), Freguglia (1982), Gray (1989), Kline (1975, pp. 378-97; 1999, vol. 2, pp. 1004-28), Lanczos (1970), Loria (1929-33), Magnani (1978), Mangione, Bozzi (1993, pp. 15-95), Molaro (2019), Palladino, Palladino (2008), Pont (1986), Rosenfeld (1988) e Wolfe (1945, pp. 17-64).

16. Klügel (2012, pp. 59-60).

FIGURA 5.3
La dimostrazione del quinto postulato secondo Tolomeo



dalla parte degli angoli minori di due retti. Date due rette parallele AB e CD tagliate dalla trasversale FG, Tolomeo assume che quest'ultima non forma gli angoli interni e dalla stessa parte maggiori di due retti (FIG. 5.3). Se infatti gli angoli AFG e CGF sono maggiori di due retti, i restanti angoli BFG e DGF risultano minori di due retti. Questi ultimi sono però maggiori di due retti, perché le rette AF e CG non sono, per così dire, più parallele di FB e GD. Conseguentemente, se la retta FG forma da una parte angoli interni (AFG e CGF) maggiori di due retti, lo stesso dovrà valere per l'altra parte, cioè per BFG e DGF, i quali sono però minori di due retti. Ciò è però assurdo, perché i quattro angoli AFG, CGF, BFG e DGF sono uguali a quattro angoli retti. Similmente la retta, cadendo sulle parallele AB e CD, non forma gli angoli interni e dalla stessa parte minori di due retti. Se dunque la retta in questione non forma angoli né maggiori né minori di due angoli retti, essa formerà gli angoli interni e dalla stessa parte uguali a due retti.

Criticando la dimostrazione di Tolomeo, che peraltro assume implicitamente che due rette non racchiudono una porzione di spazio e che se AB e CD sono parallele allora quanto vale per gli angoli interni da una delle parti di FG deve valere anche per l'altra, in un passo particolarmente significativo del suo *Commentario* al primo libro degli *Elementi* Proclo riconosce tanto le criticità insite nel postulato euclideo delle parallele[17] quanto la necessità di dimostrarne la verità per depennarlo definitivamente dall'elenco dei postulati:

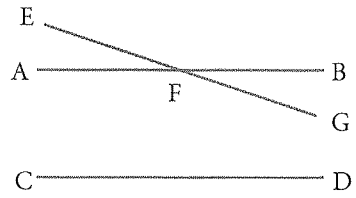
17. A questo proposito, Proclo fa tra l'altro notare che nella definizione di Euclide manca la condizione dell'equidistanza delle parallele, che egli stesso si premura pertanto di introdurre. Non postulando in modo esplicito l'equidistanza, la definizione di Euclide contiene – almeno *potenzialmente* – il presupposto fondamentale della geometria iperbolica.

Anche questo deve essere assolutamente cancellato dai postulati; perché è un teorema che presenta molte difficoltà, le quali Tolomeo ha cercato di risolvere in un suo libro, e che richiede, per la dimostrazione, molte definizioni e teoremi. E la sua reciproca anche Euclide la dimostra come teorema. Ma alcuni, probabilmente ingannandosi, riterrebbero giusto di collocare anche questo fra i postulati, in quanto che, con la diminuzione dei due angoli retti, offrirebbe senz'altro la sicurezza della convergenza e dell'incontro delle rette. Ma giustamente Gemino ha obiettato che da coloro i quali sono i maestri di questa scienza abbiamo imparato a non volgere la mente a illusioni con apparenza di vero nell'accogliere ragionamenti in geometria; perché, dice Aristotele, tanto varrebbe richiedere una dimostrazione da un oratore che dar fiducia a geometri i quali provano con ragioni probabili. E, in Platone, Simmia dice: «So bene che quelli che fanno delle dimostrazioni fondandole su casi somiglianti sono degl'impostori». Ora il fatto che le rette convergano col diminuire degli angoli retti è vero e necessario; ma il fatto che, convergendo sempre più, nel prolungarsi s'incontrino, è probabile, ma non necessario, a meno che non ci sia un ragionamento che dimostri che il fatto è vero per le linee rette. Che esistano effettivamente delle linee convergenti tra loro all'infinito, ma asintote[18], per quanto il fatto sembri incredibile e paradossale, tuttavia è vero, ed è stato constatato in altre specie di linee. Non sarà dunque mai possibile per le linee rette ciò che lo è per quelle linee? Perché fino a che non ne saremo convinti da una dimostrazione, il fatto che questa proprietà si mostri in altre linee attrae l'immaginazione; che se poi le ragioni che contestano l'incontro fossero impressionanti, come non respingeremmo a maggior ragione questo fatto, probabile sì, ma irrazionale, dalla nostra dottrina? Ora da tutto questo risulta chiaro che occorre cercare una dimostrazione del teorema proposto, e che esso è estraneo alla natura peculiare del postulato[19].

Commentando la proposizione 29 del primo libro degli *Elementi*, Proclo propone una propria dimostrazione, suffragata anche da un esplicito riferimento al noto passo del *De caelo* aristotelico in cui si prova il carattere limitato e finito dell'universo[20]. Tale dimostrazione (FIG. 5.4) si basa sull'affermazione, assunta come del tutto evidente, secondo cui la distanza fra due punti situati su due rette che si tagliano può essere aumentata quanto si vuole prolungando sufficientemente le due rette: in altri termini, se da un punto si prolungano indefinitamente due rette

18. Cioè che non si incontrano mai.
19. Proclo (1978, pp. 164-5).
20. Cfr. CAP. 1, p. 40, nota 44.

FIGURA 5.4
La dimostrazione del quinto postulato secondo Proclo



formanti un angolo retto, le successive distanze fra le due rette supereranno ogni grandezza finita. Da ciò Proclo deduce che «se una retta taglia una delle rette parallele, taglia anche l'altra»[21].

Date due rette AB e CD tra loro parallele, sia la retta EG trasversale di AB e incidente la stessa nel punto F. La distanza di un punto variabile su FG dalla retta AB cresce oltre ogni limite quando tale punto si allontana da F in modo indefinito, ma poiché la distanza tra due rette parallele è finita, la retta EG dovrà per forza incontrare anche CD. Di fatto, la paradossale argomentazione di Proclo si basa sull'ipotesi che la distanza tra due parallele si mantenga *finita*, ma da ciò si deduce logicamente, ancora una volta, il quinto postulato euclideo.

Interessanti tentativi di dimostrazione del quinto postulato sono stati prodotti nel contesto della geometria medievale del mondo arabo[22]. È il caso, solo per fare un esempio, di Aganis (VI secolo), contemporaneo di Simplicio il cui pensiero è riportato dall'astronomo e matematico persiano Al-Nayrīzī (865-922) nel suo commento agli *Elementi* di Euclide (tradotto peraltro in latino da Gherardo da Cremona nel XII secolo). La definizione delle parallele data da Aganis (da alcuni identificato con Gemino di Rodi) è essenzialmente la stessa di Posidonio: parallele sono due rette che, poste sullo stesso piano, restano equidistanti allorché le si prolunghi arbitrariamente, laddove per distanza fra due rette si intende la distanza più corta tra un punto di una retta e l'altra retta. Un'altra figura di rilievo è quella di Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī (1201-1274), noto anche come Nasîr-Eddin, al cui nome si legano peraltro un *Trattato sul quadrilatero* (prima esposizione completa di trigonometria sferica) e importanti osservazioni

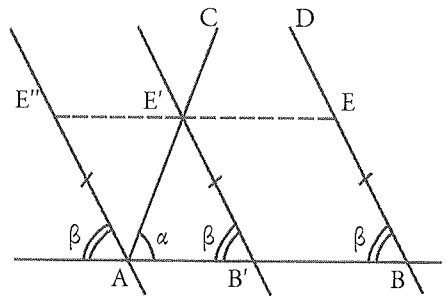
21. Proclo (1978, p. 296).
22. Sul tema, cfr. in particolare Youschkevitch (1976).

empiriche sulla rotazione terreste simili a quelle proposte in seguito da Copernico. Egli muove dall'assunto secondo cui se due rette situate in un piano si allontanano l'una dall'altra in una direzione data, esse non possono, fintanto che non si tagliano, concorrere nella stessa direzione. Da ciò deduce due varianti del quinto postulato, destinate a influenzare – come vedremo – l'opera di Gerolamo Saccheri: nella prima dimostra che due rette che formano con una terza retta rispettivamente un angolo obliquo e un angolo retto si incontrano; nella seconda dimostra che per un punto situato entro i lati di un angolo si può condurre una retta che taglia i due lati di questo angolo. Da ultimo, vale la pena di menzionare anche il matematico e teologo islamico Shams al-Samarqandī, vissuto all'incirca tra il 1250 e il 1310, nelle cui *Proposizioni fondamentali* discute 35 proposizioni euclidee, per lo più appartenenti al primo libro degli *Elementi*, movendo dal presupposto secondo cui da un punto situato all'interno di un angolo si può sempre condurre una retta che taglia i due lati di tale angolo.

La riscoperta e la pubblicazione in lingua originale del *Commentario* di Proclo nel 1533, in appendice agli *Elementi* di Euclide, seguita da una traduzione latina nel 1560 a opera del matematico veneziano Francesco Barozzi (1537-1604), segna una significativa ripresa di interesse nei confronti dell'opera euclidea e del problema delle parallele in età moderna. Alcuni tentativi di dimostrazione del quinto postulato, però, si servono ancora del concetto di equidistanza. È il caso, oltre che di Cristoforo Clavio, anche del matematico e umanista urbinate Federico Commandino (1509-1575), uno dei maggiori traduttori delle opere dei grandi matematici del mondo antico (come Archimede, Euclide, Pappo e Aristarco di Samo). A questi si devono poi aggiungere anche i contributi di Pietro Antonio Cataldi, che dimostra l'esistenza di rette equidistanti a partire dall'ipotesi per la quale rette non equidistanti convergono in un verso e divergono nell'altro, o gli ulteriori tentativi di dimostrazione dell'eclettico scienziato napoletano Giovanni Alfonso Borelli (1608-1679), che con l'*Euclides restitutus* (1658) fornisce una revisione generale della geometria euclidea chiamando peraltro parallele due rette che hanno una perpendicolare comune[23], e del matematico bitontino Giordano Vitale (1633-1711), noto anche come Vitale Giordano.

23. Questa definizione può essere considerata equivalente al quinto postulato soltanto nella geometria euclidea. Se è pur vero, infatti, che due rette aventi una perpendicolare comune non si intersecano mai, in senso assoluto non vale tuttavia la proposizione inversa: due rette possono non intersecarsi senza avere una perpendicolare comune, come accade nella geometria iperbolica.

FIGURA 5.5
La dimostrazione del quinto postulato secondo Wallis



Un primo, significativo cambio di passo dal punto di vista teorico si registra con John Wallis, nella cui *Algebra* (1693) è contenuta una trattazione *De postulato quinto* ricavata da due lezioni tenute nel 1651 e nel 1663 presso l'Università di Oxford[24]. Wallis – che introduce in Inghilterra la geometria analitica di Cartesio e al quale si è soliti attribuire il primo impiego del simbolo ∞ per indicare l'infinito (*De sectionibus conicis*, 1655) – abbandona il concetto di equidistanza a favore di quello di *similitudine* e deduce il quinto postulato a partire dalla proposizione secondo cui, data una qualsiasi figura piana, ne esiste sempre una simile ma di grandezza arbitraria. Questa proposizione è in realtà applicata solo ai triangoli e possiamo presentarla nei termini seguenti (FIG. 5.5).

Date due rette AC e BD formanti, con la trasversale AB, due angoli α e β tali per cui la loro somma sia minore di due angoli retti, bisogna dimostrare che AC e BD si incontrano. Si consideri ora un punto E sulla retta BD e si sposti tale retta con continuità in modo che percorra AB e che l'angolo β rimanga costante, finché B non coincida con A e il punto E non abbia raggiunto E'' dalla parte opposta di AC. Prima di raggiungere E'', il punto E si è però trovato nel punto E' sulla retta AC. Resta così determinato, sulla base AB, un triangolo AB'E' con angoli in A e B' rispettivamente uguali agli angoli α e β, come reso possibile dall'ipo-

24. Cfr. Wallis (1693, pp. 665-78).

tesi assunta da Wallis. Il terzo vertice di questo triangolo sarà dunque il punto di intersezione di AC con BD. Dal canto suo, Wallis giustifica quest'ordine di idee – che ancora una volta non risolve affatto il problema del quinto postulato – riconoscendo una sostanziale analogia tra la sua proposizione (che rientra nella teoria delle figure simili) e il terzo postulato di Euclide, che sancisce la possibilità di descrivere un cerchio con ogni centro e ogni distanza o raggio. In altri termini, Wallis ritiene di poter estendere a tutti i poligoni la proprietà che Euclide, negli *Elementi*, riconosce come evidente per i cerchi, dal momento che essa non è legata esclusivamente alla natura del cerchio, ma più in generale a quella delle grandezze continue.

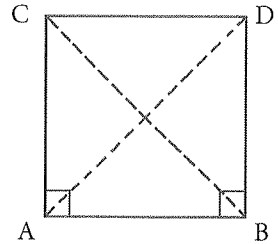
5.2
La svolta (inconsapevole) di Gerolamo Saccheri

Tra gli svariati tentativi di dimostrazione del quinto postulato di Euclide, quello del matematico e religioso sanremese Gerolamo Saccheri (1667-1733) merita senz'altro un'attenzione particolare, non fosse altro perché è all'origine, suo malgrado, di una vera e propria svolta sotto il profilo teorico e metodologico propedeutica alla fondazione delle geometrie non euclidee. Entrato diciottenne nella Compagnia di Gesù, dopo l'ordinazione sacerdotale (1694) Saccheri ha insegnato filosofia e apologetica presso il Collegio gesuita di Torino. Dal 1697 fino alla morte ha insegnato matematica presso l'Università di Pavia, assumendo anche la carica di rettore del Collegio gesuita di Brera a Milano, presso il quale fin dal 1690 era stato indirizzato agli studi di geometria dal suo confratello matematico e poeta Tommaso Ceva (1648-1737).

Il contributo di Saccheri alla teoria delle parallele si trova esposto nella sua opera più conosciuta, l'*Euclides ab omni naevo vindicatus*, pubblicata a Milano nel 1733, pochi mesi prima della sua scomparsa. Uno dei maggiori elementi di originalità dell'*Euclides* è l'impiego di un particolare tipo di dimostrazione per assurdo – già discusso da Girolamo Cardano e Cristoforo Clavio, e presentato analiticamente dallo stesso Saccheri nella *Logica demonstrativa* (1697)[25] – grazie a cui, assunta per ipotesi la falsità della proposizione che si intende dimostrare, si arriva a riconoscerne l'effettiva verità mediante un'inferenza per *consequentia*

25. Cfr. Saccheri (2012).

FIGURA 5.6
Il quadrilatero di Saccheri



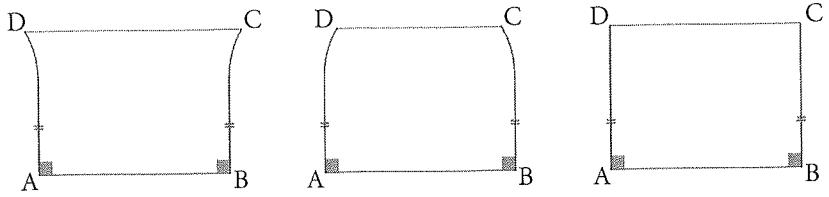
mirabilis[26]. L'intento dell'opera è già apertamente dichiarato nel titolo: sottoporre la geometria euclidea a una «rigorosa disamina»[27] per liberarla da quelle *macchie* che la tradizione ha ripetutamente riscontrato non soltanto nel postulato delle parallele, oggetto del primo libro, ma anche nella teoria delle proporzioni, discussa invece nel secondo libro. Pienamente convinto della verità non solo logica del quinto postulato, Saccheri attua una strategia argomentativo-dimostrativa che nell'ordine prevede: 1. la preliminare assunzione, come dati acquisiti, delle prime ventotto proposizioni degli *Elementi*, le quali, come si è visto, sono del tutto indipendenti dal postulato delle parallele; 2. la supposizione della *verità* dei primi quattro postulati e della *falsità* del quinto; 3. la deduzione, da questa supposizione, di un ampio sistema di conseguenze geometriche; 4. l'individuazione, tra le conseguenze di tali assunzioni, di una determinata proposizione che consenta di stabilire definitivamente la verità del quinto postulato.

Saccheri, che ha ben presente l'opera di Nasîr-Eddin e John Wallis, muove dalla considerazione di una particolare figura, il quadrilatero birettangolo isoscele ABCD (FIG. 5.6), ottenuto innalzando sopra la base

26. In altri termini, dall'affermazione «non-p implica p» si deduce la proposizione p senza ulteriori ipotesi: poiché la premessa non-p da cui essa muove è falsa, la proposizione p è così dimostrata e può essere assunta come *verità anipotetica*, cioè come un vero e proprio assioma. Questo tipo di ragionamento, che rientra a pieno titolo tra le dimostrazioni per assurdo, si basa su princìpi logici fondamentali derivati dalla tradizione aristotelica: quello di *non contraddizione* e quello del *terzo escluso*. Nel primo caso, se una data proposizione p è vera, allora non può essere vera anche la sua negazione; nel secondo caso, data una qualsiasi proposizione p, o è vera p oppure è vera la sua negazione, cioè la proposizione non-p. Sulla storia della legge logica della *consequentia mirabilis*, cfr. Bellissima, Pagli (1996).

27. Saccheri (2001, p. 61).

FIGURA 5.7
Il quadrilatero birettangolo isoscele nelle tre ipotesi dell'angolo acuto, dell'angolo ottuso e dell'angolo retto



AB due segmenti uguali AC e BD perpendicolari ad essa e unendo il punto C con il punto D. Secondo quanto stabilito dal quinto postulato di Euclide, in questo quadrilatero gli angoli alla base sono senz'altro retti e AC è uguale a BD (ipotesi *dell'angolo retto*). Se però si nega il postulato delle parallele, si prospettano due alternative fondamentali (FIG. 5.7): l'ipotesi *dell'angolo ottuso*, secondo cui ∢ C e ∢ D sono > 90°; l'ipotesi *dell'angolo acuto*, secondo cui ∢ C e ∢ D sono < 90°. Inoltre, se una delle ipotesi è vera per un particolare quadrilatero birettangolo isoscele, allora deve valere per tutte le figure di questo tipo: le tre ipotesi sono pertanto mutualmente esclusive. Sviluppando le principali conseguenze logiche delle ipotesi dell'angolo ottuso e dell'angolo acuto, Saccheri intende provare che dalla contraddittorietà di entrambe queste ipotesi consegue l'assoluta verità del quinto postulato euclideo.

Dopo aver dimostrato che, assunto il quinto postulato, gli angoli ∢ C e ∢ D sono tra loro uguali e che la retta congiungente i punti medi di AB e CD è perpendicolare a entrambi, Saccheri stabilisce che, a seconda che nel quadrilatero in questione ∢ C e ∢ D siano acuti, retti oppure ottusi, il lato CD risulta maggiore, uguale o minore di AB. Di converso, se CD è maggiore, uguale o minore di AB, ∢ C e ∢ D sono rispettivamente acuti, retti oppure ottusi. Nella geometria euclidea vale l'ipotesi dell'angolo retto, così che i quadrilateri birettangoli isosceli sono a tutti gli effetti i comuni rettangoli. Da quest'ordine di considerazioni Saccheri ricava poi una prima conseguenza fondamentale: se vale rispettivamente l'ipotesi dell'angolo acuto, retto o ottuso, la somma degli angoli interni di un triangolo è *minore*, *uguale* o *maggiore* di 180° (proposizione 9). Posto che la proposizione secondo cui la somma degli angoli interni di un triangolo è, nella geometria euclidea, equivalente al quinto postulato, la validità dell'ipotesi dell'angolo retto implica la validità dello stesso

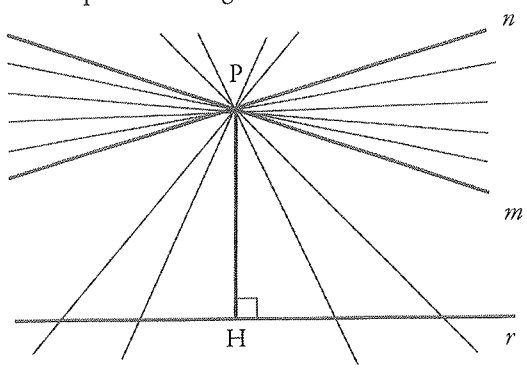
quinto postulato. Su questa base, l'obiettivo di Saccheri è ora quello di dimostrare che le restanti ipotesi dell'angolo ottuso e dell'angolo acuto conducono a una contraddizione. Seguiamo, almeno per sommi capi, il ragionamento saccheriano.

Se vale l'ipotesi dell'angolo ottuso, la somma degli angoli interni di un triangolo è maggiore di 180°. Nelle proposizioni 11 e 12, Saccheri dimostra che nella stessa ipotesi (oltre che in quella dell'angolo retto) una perpendicolare e una retta obliqua rispetto a una stessa retta si incontrano. Ciò è tuttavia equivalente, ancora una volta, al quinto postulato: se vale l'ipotesi dell'angolo ottuso, allora deve valere anche il quinto postulato, come opportunamente dimostrato nella proposizione 13. Tra le conseguenze del postulato delle parallele c'è però il fatto – dimostrato da Euclide nella proposizione 32 del primo libro degli *Elementi* – che, se vale il quinto postulato, la somma degli angoli interni di un triangolo è pari a due angoli retti. In sostanza, dal punto di vista argomentativo si verifica questa situazione: l'ipotesi dell'angolo ottuso implica il quinto postulato, il quale implica a sua volta che la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°. In questo modo, dall'ipotesi dell'angolo ottuso risulta contemporaneamente che la somma degli angoli interni di un triangolo è *maggiore* e *minore* di 180°, il che è palesemente contraddittorio: ciò fa riconoscere a Saccheri, nella proposizione 14, che «l'ipotesi dell'angolo ottuso è assolutamente falsa, perché distrugge se stessa»[28]. Più precisamente, l'ipotesi dell'angolo ottuso non risulta compatibile con il sistema complessivo delle sue premesse, come il fatto – richiesto dal secondo postulato euclideo – che un segmento possa essere esteso nello spazio in maniera indefinita: se vale il secondo postulato, l'ipotesi dell'angolo ottuso porta in effetti a conclusioni contraddittorie. Da ciò Saccheri ricava tre fondamentali teoremi: 1. l'affermazione secondo cui la somma degli angoli interni di un triangolo è pari a due angoli retti è equivalente al quinto postulato di Euclide; 2. la somma degli angoli interni di un triangolo non può superare la somma di due angoli retti (sarà pertanto ≤ 180°); 3. esiste una mutua esclusività tra le due possibilità che la somma degli angoli interni di un triangolo sia *minore di* o *uguale a* 180°.

Quanto alla «diuturna battaglia»[29] contro l'*inimica hypothesis* dell'angolo acuto, Saccheri sviluppa un'argomentazione fondata sull'a-

28. Ivi, p. 113.
29. Ivi, p. 65.

FIGURA 5.8
Le rette parallele nell'ipotesi dell'angolo acuto



nalisi del comportamento delle rette nel contesto di tale ipotesi, considerando in particolare se possa valere la negazione del quinto postulato e se per un punto esterno a una retta data possano esistere più parallele. Data una qualunque coppia di rette complanari, si prefigurano tre ordini di possibilità: 1. le rette sono incidenti; 2. le rette non sono incidenti, ma hanno una perpendicolare comune; 3. le rette non sono incidenti e non hanno una perpendicolare comune. Se nei primi due casi abbiamo a che fare con rette che già Euclide ha definito rispettivamente *secanti* e *parallele*, nel terzo caso il discorso saccheriano si fa nettamente controintuitivo e problematico.

Dopo una serie di dimostrazioni intermedie, Saccheri arriva all'enunciazione di un teorema che possiamo sinteticamente presentare nel modo seguente (FIG. 5.8). Dati un punto P qualsiasi e una retta r non passante per P, l'ipotesi dell'angolo acuto implica che tra le rette passanti per P esistono almeno due rette m e n che non intersecano r. Da ciò si ricava che almeno le rette – il cui numero è infinito – comprese tra m e n non intersecano r. Le rette passanti per P si dividono dunque in due gruppi: il primo gruppo è formato dalle rette secanti che uniscono P con un punto di r, mentre il secondo è formato dalle rette non secanti (e comprese tra m e n) che hanno una perpendicolare comune con r. Le stesse rette m e n sono *asintoti* di r, cioè si comportano esattamente come quella serie di curve – peraltro già note nel mondo antico, come l'iperbole – che si avvicinano sempre di più a rette (chiamate per l'appunto *asintoti*) senza mai intersecarle. Da ciò Saccheri deduce che m e r devono avere una perpendicolare comune nel loro punto in comune,

che è però all'infinito. A questo punto, «affidandosi più che alla logica, alla intuizione ed alla fede nella validità del V postulato»[30], nella proposizione 33 dell'*Euclides* Saccheri conclude che «l'ipotesi dell'angolo acuto è assolutamente falsa perché ripugna alla natura della linea retta»[31]: ciò sarebbe sufficiente a confermare, almeno nei suoi auspici, la verità dello stesso postulato delle parallele, per quanto nell'ipotesi dell'angolo acuto – a differenza di quella dell'angolo ottuso – non sia ravvisabile alcuna reale contraddizione. Di fatto, Saccheri ha inconsapevolmente costruito un nuovo sistema geometrico perfettamente coerente che scaturisce dall'esplicita negazione del quinto postulato e che assume l'esistenza di almeno due parallele passanti per un punto esterno a una retta data. La sua profonda convinzione dell'assoluta verità del sistema geometrico euclideo ha però negativamente condizionato la logica dei suoi ragionamenti, facendogli così perdere, nonostante il gran numero di teoremi enunciati, «il diritto di rivendicare a sé quella che sarebbe indubbiamente stata la più significativa scoperta del XVIII secolo: la geometria non-euclidea»[32].

Prima di considerare più analiticamente il contributo dei singoli autori che – sulla strada tracciata e subito abbandonata da Saccheri – sono giunti alla definizione dei nuovi sistemi geometrici non euclidei, può essere utile delineare, in via preliminare, le principali caratteristiche di queste particolari geometrie[33]. Nella ricerca di un postulato da sostituire a quello euclideo delle parallele, è possibile individuare almeno due soluzioni alternative: 1. riconoscere – coerentemente con l'ipotesi saccheriana dell'angolo acuto – che in un piano, per un punto esterno a una retta data, passa più di una parallela ovvero un numero infinito di parallele; 2. riconoscere – sviluppando l'ipotesi saccheriana dell'angolo ottuso – che in un piano, per un punto esterno a una retta data, non passa alcuna parallela. Nel primo caso, in un triangolo qualsiasi la somma degli angoli interni sarà sempre minore di 180° e il rapporto tra la lunghezza della circonferenza e quella del suo diametro sarà maggiore di π (soluzione di Lobačevskij); nel secondo caso, invece, la somma degli angoli interni di un triangolo risulterà maggiore di 180° e il rapporto tra la lunghezza della circonferenza e quella del suo dia-

30. Bonola (1906, p. 37).
31. Saccheri (2001, p. 221).
32. Boyer (1990, p. 609).
33. Cfr. Carnap (1971, pp. 167-80). Sul tema, cfr. anche Lanczos (1970).

TABELLA 5.1
Le principali caratteristiche dei modelli geometrici di tipo iperbolico, parabolico ed ellittico

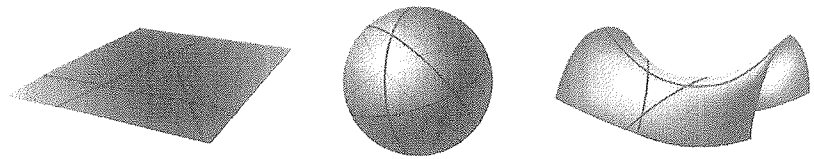
Tipo di geometria	Numero di parallele per un punto esterno a una retta data	Somma degli angoli interni di un triangolo	Rapporto tra la circonferenza di un cerchio e il suo diametro	Misura della curvatura dello spazio
Lobačevskij	∞	$< 180°$	$> \pi$	Negativa (< 0)
Euclide	1	$180°$	π	Nulla ($= 0$)
Riemann	0	$> 180°$	$< \pi$	Positiva (> 0)

metro sarà minore di π (soluzione di Riemann). Queste due soluzioni, unitamente a quella della tradizione euclidea, possono essere efficacemente schematizzate nella TAB. 5.1.

I modelli geometrici qui presentati sono noti, rispettivamente, come *geometria iperbolica* (che nega l'unicità della parallela e all'interno della quale le superfici hanno una curvatura costante *negativa*), come *geometria parabolica* (che comprende nel proprio sistema di assiomi il quinto postulato euclideo e all'interno della quale le superfici hanno una curvatura costante *nulla*) e come *geometria ellittica* (che nega l'esistenza della parallela mediante la costruzione di superfici in cui tutte le rette si intersecano, riconoscendo una curvatura costante *positiva* alle superfici stesse). A queste tre particolari geometrie (FIG. 5.9) si dovrebbe poi aggiungere anche la *geometria assoluta*, il cui sistema di assiomi non contempla né il quinto postulato euclideo né la sua stessa negazione. Questo modello unitario della geometria è stato proposto nel 1872 dal matematico tedesco Felix Klein (1849-1925) all'interno di un programma di ricerca, noto come *Programma di Erlangen*, che sulla scorta degli sviluppi ottocenteschi della geometria proiettiva, descrittiva e algebrica definisce ogni particolare geometria come lo studio delle proprietà dello spazio che sono *invarianti* rispetto a un fissato *gruppo di trasformazioni*, detto *gruppo fondamentale*[34]. Come si noterà meglio

34. Cfr. Klein (1893). Nelle scienze matematiche, il concetto di *gruppo* assume una valenza del tutto generale: se i suoi elementi possono essere *numeri* (come in aritmetica), *punti* (come in geometria) o *trasformazioni* (come in algebra e geometria), la sua operazione può essere *aritmetica* (come l'addizione e la moltiplicazione), *geometrica* (come la rotazione attorno a un punto o la traslazione) o *algebrica* (come nel caso della composizione di due applicazioni qualunque). Nel *Programma di Erlangen*, Klein utilizza le possibilità unificatrici del concetto di gruppo per caratterizzare le diverse geometrie che si sono sviluppate, con metodi e linguaggi differenti, nel corso

FIGURA 5.9
Rappresentazione semplificata dei modelli geometrici di tipo euclideo, ellittico e iperbolico



più avanti, con la codifica dei sistemi geometrici non euclidei – scaturita, come ha osservato il filosofo della scienza rumeno Imre Toth (1921-2010), non già da misurazioni o esperienze fisiche, ma «da una sola e pura sorgente: la *negazione*»[35] del quinto postulato come «presa di coscienza della propria libertà»[36] da parte della matematica moderna – la geometria euclidea perde di fatto il ruolo, assegnatole dalla tradizione, di unica geometria possibile per diventare un caso particolare all'interno di un'assiomatica più generale, storicamente culminata nei

del XIX secolo. Tale concetto è inteso da Klein come insieme di operazioni astratte dotate di proprietà caratteristiche ed è quindi applicato alla geometria come teoria delle proprietà delle figure aventi carattere *invariante* rispetto a un certo gruppo di trasformazioni. Qualsiasi classificazione dei gruppi di trasformazione rappresenta una codificazione delle varie geometrie: su questa base, se non c'è alcun limite nel pensare diversi tipi di trasformazioni, la varietà delle geometrie possibili è a tutti gli effetti illimitata. La geometria euclidea del piano, per esempio, definisce lo studio delle proprietà delle figure – aree e lunghezze incluse – invarianti rispetto al gruppo delle trasformazioni formato dalle traslazioni o dalle rotazioni del piano stesso. Tali traslazioni sono dette *trasformazioni rigide*, per cui le figure rimangono immutate quando subiscono uno spostamento in un determinato piano. In questo modo, qualsiasi classificazione di trasformazioni in gruppi e sottogruppi diventa una classificazione delle diverse geometrie, consentendo anche di interpretare le geometrie non euclidee iperbolica ed ellittica, assieme alla geometria euclidea, nell'ambito della geometria proiettiva. Sul piano epistemologico, nel *Programma di Erlangen* Klein si limita a un'indagine formale del problema delle geometrie possibili, a prescindere da considerazioni ontologiche sulla realtà dello spazio. Inoltre, egli sottolinea come la lontananza dal senso comune non sia un tratto caratteristico della sola geometria non euclidea, ma appartenga alla differenza tra il mondo della percezione sensoriale ordinaria e quello dell'idealità geometrica: ciò svincola la matematica pura dalla necessità logica di pensare, per esempio, soltanto uno spazio a tre dimensioni.

35. Toth (2003, p. 26).

36. Ivi, p. 31.

Grundlagen der Geometrie (1899) del matematico tedesco David Hilbert (1862-1943)[37]. Alle geometrie non euclidee iperbolica ed ellittica è invece gradualmente garantita pari dignità logica ed epistemologica, dal momento che ciascuna di esse può essere considerata come la geometria più *adatta* e *naturale* in relazione al grado di curvatura della superficie di volta in volta presa in esame.

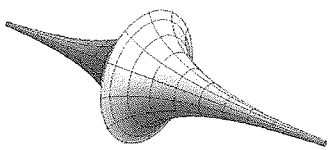
Riteniamo interessante, in questo contesto, richiamare l'attenzione del lettore sul concetto di *curvatura* dello spazio. Tutte le superfici – tanto euclidee quanto non euclidee – hanno in ognuno dei loro punti una particolare misura, detta *misura della curvatura* di quella superficie in un determinato punto. Nella geometria iperbolica di Lobačevskij, per esempio, la misura di curvatura del piano è costante e negativa in ogni suo punto: in questo modo, è possibile identificare un numero potenzialmente *infinito* di geometrie tra loro differenti in base all'assegnazione di un parametro fisso (un numero negativo) che definisce la misura della curvatura di un piano in una specifica geometria.

Come tale, il concetto di curvatura va assunto nella sua valenza *tecnica* e non deve essere inteso nel suo senso ordinario: «nella geometria euclidea misuriamo la curvatura di una linea in un suo punto prendendo il reciproco del suo "raggio di curvatura". "Raggio di curvatura" significa il raggio di un determinato cerchio che, per così dire, coincide nel punto in questione con una parte infinitesimale della linea»[38]. Se infatti una linea curva ha un andamento pressoché rettilineo, il suo raggio di curvatura appare *lungo*; se la linea appare molto *curvata*, esso non può che essere *breve*. Di conseguenza, nella geometria di Lobačevskij, comunemente rappresentata dal modello della superficie *a sella* o dalla *pseudosfera*[39], per ogni spazio esiste un determinato valore negativo che

37. Cfr. Hilbert (2009).

38. Carnap (1971, p. 176).

39. È quanto storicamente ha fatto Beltrami nel suo *Saggio di interpretazione della geometria non euclidea* (1868), in cui ha dimostrato la possibilità di ottenere un modello geometrico non euclideo di tipo iperbolico attraverso la rappresentazione, almeno per porzioni limitate del piano euclideo, di elementi fondamentali non euclidei su opportuni elementi di una pseudosfera. Già oggetto delle ricerche del matematico prussiano Ferdinand Minding (1806-1885), la pseudosfera è una superficie di rivoluzione ottenuta dalla rotazione di una *trattrice* (una particolare curva geometrica, già studiata da Newton, Huygens e Leibniz, in cui i segmenti tangenti tra la curva e una data retta sono di uguale misura) intorno al suo asintoto come asse di rotazione. Nel modello di Beltrami, dunque, è possibile *tradurre* rette, angoli e distanze sulla superficie della pseudosfera in modo che, almeno localmente, siano soddisfatti tutti gli assiomi non euclidei della geometria di Lobačevskij. Sul tema, cfr. anche Beltrami (1868-69).



costituisce la misura della curvatura in ogni punto di ogni piano in quello spazio. Analogamente, nella geometria di Riemann, la cui più nota (ma assai semplificata) raffigurazione è data da una superficie sferica, per ogni spazio esiste un determinato valore positivo che costituisce la misura della curvatura in ogni punto di ogni piano in quello spazio. In altri termini: posta k la misura della curvatura, nello spazio euclideo, a sua volta a curvatura costante, $k = 0$; nello spazio di Lobačevskij, $k < 0$; nello spazio di Riemann, $k > 0$. Questi valori numerici non sono determinati dagli assiomi della geometria. Scegliendo valori positivi diversi per k, è possibile ottenere differenti spazi riemanniani, mentre scegliendo per k valori negativi diversi si possono costruire differenti spazi lobačevskijani. A parte il valore del parametro k, tutti i teoremi risultano interamente analoghi in ogni spazio di Lobačevskij e in ogni spazio di Riemann, a prescindere dalla loro reciproca differenza in quanto appartenenti ai modelli geometrici iperbolico ed ellittico.

Nel suo significato letterale, il concetto di curvatura si applica soltanto a superfici di un *modello euclideo* di un *piano non euclideo*[40], come avviene nel caso della sfera e della pseudosfera. L'espressione *misura della curvatura*, nel momento in cui è applicata ai piani non euclidei, non significa affatto che tali piani *si incurvino* secondo accezione comune: d'altra parte, «siamo giustificati nel generalizzare il termine

40. A partire dagli anni Settanta del XIX secolo, il tentativo di una *modellizzazione* dei sistemi geometrici non euclidei nell'ordinario spazio euclideo a tre dimensioni gode di grande importanza, soprattutto dal punto di vista logico, per la dimostrazione dell'assenza di contraddizioni nei postulati e della piena validità della costruzione geometrica fatta per via ipotetico-deduttiva. Una volta supposta la coerenza della geometria euclidea come geometria «psicologicamente più semplice» (Nagel, 1968, p. 274) e indispensabile nello studio del mondo fisico, l'affermazione della correttezza dei modelli geometrici non euclidei e della loro struttura concettuale è passata essenzialmente attraverso la loro traduzione euclidea. Questo procedimento, che ha in Beltrami e Felix Klein i suoi principali protagonisti, si è articolato in almeno tre momenti fondamentali: 1. l'interpretazione degli enti primitivi della geometria non euclidea nei termini degli enti primitivi della geometria euclidea; 2. la traduzione degli assiomi della geometria euclidea nei corrispondenti enunciati euclidei; 3. la dimostrazione della validità degli enunciati euclidei così ottenuti. In questo modo, la presenza di contraddizioni all'interno delle geometrie non euclidee sarebbe emersa anche in ambito euclideo.

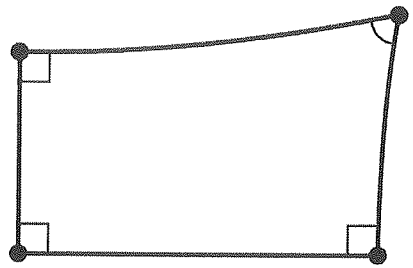
"curvatura" applicandolo a piani non-euclidei, perché l'intima struttura geometrica di un piano riemanniano coincide con quella di una sfera euclidea, e lo stesso vale per la struttura di un piano nello spazio di Lobačevskij e la superficie di una pseudosfera euclidea»[41]. Il nostro concetto di curvatura, intuitivamente derivato dallo spazio euclideo, ha quindi un significato differente nel suo senso tecnico, così che «non bisogna pensare che un piano non-euclideo sia qualcosa di "piegato" in modo tale da non essere più un piano. Esso non ha la struttura interna di un piano euclideo, ma è un piano nel senso che la struttura da una sua parte è esattamente uguale alla struttura dall'altra»[42]. In ciò risiedono, come si capirà meglio più avanti, anche numerosi fraintendimenti della teoria einsteiniana della relatività generale. Per il momento però torniamo, dopo questa breve digressione tecnica, alla nostra esposizione storica.

5.3
La *rivoluzione* non euclidea: Gauss, Bolyai e Lobačevskij

All'opera di Saccheri, riscoperta dopo un lungo oblio dal matematico italiano Eugenio Beltrami (1835-1900)[43], fanno seguito alcuni fondamentali lavori, tra gli altri, di Johann Heinrich Lambert (1728-1777), Adrien-Marie Legendre (1752-1833), Ferdinand Karl Schweikart (1780-1859), di suo nipote Franz Adolph Taurinus (1794-1874) e di Friedrich Ludwig Wachter (1792-1817). Se l'alsaziano Lambert, nella sua *Theorie der Parallellinien* (rimasta a lungo inedita e pubblicata postuma solo nel 1786), prendendo in considerazione un particolare quadrilatero trirettangolo isoscele (FIG. 5.10), sviluppa le tre ipotesi saccheriane in relazione al quarto angolo della figura e non ravvisa, a differenza di Saccheri, alcuna contraddizione manifesta nell'ipotesi dell'angolo acuto[44], il francese Legendre cerca invece di dimostrare, attraverso un semplice

41. Carnap (1971, p. 178).
42. Ivi, p. 179.
43. Cfr. Beltrami (1889). Su Beltrami e Saccheri, cfr. anche Vailati (1911).
44. Cfr. Lambert (1786). Generalizzando il ragionamento di Saccheri, qui Lambert introduce anche il concetto di *difetto* di un poligono, dato dalla differenza fra $2(n-2)$ angoli retti e la somma degli angoli interni del poligono stesso, laddove n è da intendersi come il numero dei suoi lati. Da ciò egli dimostra che questo difetto è proporzionale all'area del poligono.

FIGURA 5.10
Il quadrilatero di Lambert con tre angoli retti e due coppie di lati uguali



ragionamento per assurdo finalizzato a comprovare il quinto postulato euclideo, che la somma degli angoli interni di un triangolo è pari a quella di due angoli retti[45].

Dal canto suo Schweikart[46], giurista tedesco con una spiccata propensione per gli studi matematici, arriva a distinguere due possibili tipologie di geometria: la *geometria euclidea*, nella quale, una volta riconosciuta la validità del quinto postulato, la somma degli angoli interni di un triangolo è uguale a 180°; la *geometria astrale* o *teoria astrale delle grandezze* («Eine astralische Größenlehre», scrive Schweikart in una lettera a Gauss del dicembre 1818)[47], potenzialmente valida nello spazio stellare, nella quale tale somma è sempre minore a quella di due angoli retti. Di fatto, Schweikart sembra sostenere che, nello spazio *reale*, per distanze astronomiche possa valere una geometria diversa da quella di Euclide, mentre per distanze più piccole il modello euclideo sia effettivamente quello più appropriato: in altri termini, la geometria e la sua applicazione allo studio della realtà possono variare in funzione delle distanze secondo una relazione legata in qualche modo al valore di una

45. Cfr. Legendre (1794; 1833). Tra le ipotesi cui Legendre fa ricorso nelle sue varie dimostrazioni si possono ricordare almeno le seguenti: 1. da un punto preso arbitrariamente nella porzione di piano determinata da un angolo è possibile tracciare una retta che taglia entrambi i lati dell'angolo; 2. la scelta dell'unità di lunghezza non influenza la verità di quello che viene dimostrato; 3. dati tre punti non allineati esiste sempre una circonferenza che passa per essi. Di fatto, per dimostrare la validità del quinto postulato Legendre è costretto ancora una volta a servirsi di assunzioni ad esso equivalenti o non meno evidenti.
46. Cfr. Schweikart (1807).
47. Cfr. Gauss (1900, p. 180).

costante. Nel solco delle indagini già avviate da Schweikart, Taurinus riconosce, nell'appendice ai suoi *Geometriae prima elementa* (1826), la coerenza logica della geometria astrale e delinea la possibilità di una geometria non euclidea iperbolica (come *geometria logaritmico-sferica* o geometria della sfera con raggio immaginario) o ellittica (come geometria della sfera ordinaria)[48]. Da ultimo, nella sua *Demonstratio axiomatis geometrici in Euclideis undecimi* (1817)[49], Wachter ritiene di aver dimostrato il quinto postulato euclideo a partire dall'assunzione secondo cui quattro punti qualsiasi nello spazio determinano completamente una superficie (detta superficie dei quattro punti) e due di queste superfici si intersecano in una linea singola determinata da tre punti. Al di là di questa considerazione puramente intuitiva, Wachter fa un'osservazione di notevole interesse teorico: se si ammettesse la falsità del quinto postulato, avremmo a che fare con una geometria *antieuclidea* sulla superficie – alla quale tenderebbe una sfera quando il suo raggio tende all'infinito – identica a quella dello spazio ordinario[50].

I contributi di Lambert, Legendre, Schweikart, Taurinus e Wachter hanno senz'altro una caratteristica comune: pur ammettendo la possibilità logica di sistemi geometrici non euclidei e contribuendo ad alimentare negli ambienti scientifici una sempre più diffusa incertezza sulle conclusioni kantiane della *Kritik der reinen Vernunft*, essi tuttavia continuano a vedere nella geometria euclidea l'unica vera geometria *aprioristicamente fondata* capace di descrivere adeguatamente le proprietà dello spazio fisico. Un passo significativo nella direzione del riconoscimento del carattere empirico-sperimentale del sapere geometrico e della concomitante accettazione della legittimità e delle potenzialità applicative dei modelli geometrici non euclidei è invece compiuto dal matematico e fisico tedesco Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Universalmente noto come *princeps mathematicorum*, Gauss ha legato il suo nome a contributi di assoluto rilievo in svariati ambiti

48. Cfr. Taurinus (1825; 1826).

49. L'assioma XI del titolo dell'opera di Wachter è ovviamente il quinto postulato. Come molti altri autori (lo stesso discorso varrà, per esempio, anche per János Bolyai), Wachter fa qui riferimento, con ogni probabilità, a un'edizione degli *Elementi* che seguiva la ripartizione dei princìpi dell'*editio princeps* di Basilea del 1533, a sua volta composta sulla base del *Commentario* di Proclo. Qui il quarto e il quinto postulato risultavano infatti aggiunti alla lista dei nove assiomi euclidei, così da risultare rispettivamente come assioma X e assioma XI.

50. Cfr. Wachter (1817).

della matematica e della fisica: dall'analisi alla teoria dei numeri, dalla statistica alla geometria differenziale fino alla geofisica, al magnetismo, all'elettrostatica, all'ottica e all'astronomia. Nonostante questa invidiabile ricchezza di interessi, Gauss ha pubblicato relativamente poco delle sue ricerche, anche in forza di quella direttiva metodologica – cristallizzatasi nel suo motto latino *pauca sed matura* – che coniuga rigore scientifico ed eleganza formale. Ciò vale, in modo particolare, per le ricerche gaussiane nell'ambito della geometria non euclidea (o *antieuclidea*, come l'ha inizialmente definita insieme a Wachter, suo allievo a Gottinga), le cui vicende possono essere ricostruite solo attraverso un'analisi mirata della sua corrispondenza scientifica con diversi colleghi e amici, oltre che alla luce di due brevi recensioni apparse nel 1816 e nel 1822 sulle "Göttingische Gelehrte Anzeigen" e di alcuni appunti personali risalenti al 1831 ma pubblicati postumi[51]. A questo proposito, già nella sua lettera a Wolfgang Bolyai del 16 dicembre 1799 Gauss manifesta un certo disagio nei confronti di ricerche che, lungi dal risolvere il secolare problema del quinto postulato di Euclide, prescindendo da esso avrebbero potuto mettere in seria discussione la verità stessa della geometria:

> Mi dispiace di non avere sfruttato la nostra vicinanza di un tempo per conoscere meglio i tuoi lavori sui primi princìpi della geometria; mi sarei certamente risparmiato molte fatiche inutili e sarei diventato più calmo di quanto possa esserlo una persona come me, essendoci ancora tanto da desiderare su un simile argomento. Io stesso sono molto avanti nel mio lavoro su questo tema (anche se le mie altre attività, piuttosto eterogenee, mi lasciano poco tempo); tuttavia la strada che ho seguìto non porta tanto allo scopo desiderato e che tu mi assicuri di avere raggiunto, quanto piuttosto a porre in dubbio la verità della geometria. In realtà sono giunto a qualche cosa che la maggior parte delle persone considererebbe come una dimostrazione, ma che ai miei occhi non prova un bel NULLA. Per esempio, se si potesse dimostrare l'esistenza di un triangolo rettilineo la cui area sia maggiore di qualsiasi area data, sarei allora in grado di dedurre tutta la geometria [euclidea] in maniera assolutamente rigorosa. I più accetterebbero questo fatto come un assioma. Io no: sarebbe infatti possibile che, per quanto distanti tra loro siano i tre vertici del triangolo, l'area rimanga sempre al di sotto di un certo limite. Ho a disposizione molti di questi teoremi, ma in nessuno di essi trovo qualcosa di soddisfacente[52].

51. Cfr. Gauss (1900, pp. 157-268).

52. Ivi, p. 159.

Un analogo atteggiamento di prudenza si ritrova, oltre che nella lettera di Gauss a Taurinus dell'8 novembre 1824[53], anche in quella più celebre del 27 gennaio 1829, indirizzata all'astronomo e matematico tedesco Friedrich Wilhelm Bessel (1784-1846): qui Gauss, manifestando un certo timore nei confronti degli «strilli dei Beoti»[54] che avrebbero potuto criticarlo per le sue nuove scoperte (alle quali peraltro egli dichiara di lavorare da vari decenni), fornisce un quadro sufficientemente chiaro del clima culturale sfavorevole che circondava, nella prima metà del XIX secolo, la nuova prospettiva teorica non euclidea. Per la verità, anche nel secondo Ottocento le geometrie non euclidee sono state oggetto di attacchi provenienti soprattutto dall'ambiente filosofico, nonostante la loro pressoché unanime ma graduale accettazione da parte del mondo matematico: basti pensare, solo per fare qualche esempio, alle obiezioni sollevate dal già menzionato Hermann Lotze, oltre che da Wilhelm Wundt (1832-1920), Charles Renouvier (1815-1903) e Joseph Delboeuf (1831-1896), di cui dà peraltro conto anche Russell nel suo controverso *Essay on the Foundations of Geometry* (1897)[55]. D'altra parte, se è pur vero che Gauss non ha mai del tutto condiviso la concezione kantiana dello spazio come forma *a priori* della sensibilità, non c'è dubbio che egli abbia – almeno inizialmente – cercato di dimostrare, come nel caso della celebre triangolazione dell'Hannover[56], l'euclideicità dello spazio

53. Cfr. ivi, pp. 186-8.

54. Scrive infatti Gauss a Bessel: «Nelle ore libere ho dedicato qualche pensiero anche a un altro tema, che per me è già vecchio di quarant'anni, e cioè ai primi fondamenti della geometria. Non so se Le ho mai parlato delle mie vedute in proposito. Anche qui ho conosciuto ulteriormente molte cose, e la mia convinzione circa l'impossibilità di fondare la geometria completamente *a priori* è divenuta, se possibile, ancora più salda. Nel frattempo, non mi deciderò per molto tempo a elaborare per una pubblicazione le mie *molto estese* ricerche sull'argomento, e ciò forse non avverrà mai durante la mia vita, giacché temo gli strilli dei Beoti, qualora volessi esprimere *completamente* le mie vedute» (ivi, p. 200).

55. Cfr. Russell (1975, pp. 66-128). Su Russell e il suo *Essay*, cfr. *infra*, pp. 269-70.

56. Per verificare l'applicabilità della geometria euclidea allo spazio fisico, a partire dal 1820 Gauss ha collaborato a un progetto di rilevamento cartografico dello stato tedesco di Hannover. Posto che la somma degli angoli interni di un triangolo è di 180° nella geometria euclidea e minore di 180° in quella non euclidea, la misurazione degli angoli del triangolo formato dalle cime delle tre montagne Brocken (appartenente alla catena dell'Harz), Hohehagen (presso Gottinga) e Inselberg (nella Selva di Turingia) avrebbe potuto stabilire, negli auspici di Gauss, quale geometria fosse in grado di adattarsi meglio al mondo fisico. Attraverso una triangolazione ottenuta con l'ausilio di uno speciale strumento in grado di riflettere la luce del sole in una

fisico e della sua esperienza reale. Ciò nonostante, alla base dell'idea gaussiana di spazio e della sua struttura geometrica si ritrovano tanto il riconoscimento dell'impossibilità di decidere aprioristicamente tra geometria euclidea e non euclidea[57], quanto la necessità di distinguere, una volta riconosciuta la validità della geometria non euclidea, la geometria come scienza empirica dall'aritmetica e dall'analisi matematica, le quali rimangono invece forme di conoscenza puramente razionali. Di fatto, come scrive Gauss in un'altra lettera a Bessel del 9 aprile 1830,

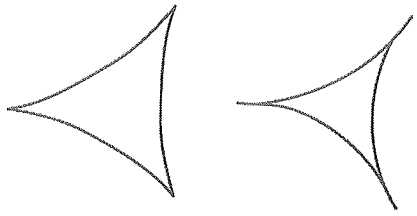
> secondo la mia più profonda convinzione, la dottrina dello spazio occupa nell'ambito del nostro sapere *a priori* una posizione del tutto diversa da quella della pura teoria delle grandezze; infatti, manca del tutto alla nostra conoscenza della prima *quella* completa convinzione della sua necessità (e quindi anche della sua assoluta verità), che è invece propria della seconda; dobbiamo riconoscere nostro malgrado che, mentre il numero è un *mero* prodotto del nostro spirito [*Geist*], lo spazio possiede anche al di fuori del nostro spirito una realtà, a cui noi non possiamo prescrivere interamente *a priori* le sue leggi[58].

direzione controllabile, Gauss provvedeva così alla misurazione della somma degli angoli del triangolo in questione, dotato di lati rispettivamente di 69, 85 e 197 km. Non ravvisando significative deviazioni dai canonici 180°, ne concludeva che, almeno sul piano dell'esperienza, la struttura dello spazio reale è essenzialmente euclidea. Come tale, però, l'impresa gaussiana si era rivelata inutile e perfino scorretta dal punto di vista sperimentale: come ha notato in proposito Kline (1975, pp. 385-6), «l'aspetto irritante dell'esperimento del triangolo di Gauss consisteva nel fatto che, anche nelle migliori condizioni sperimentali, esso non potrebbe mai dimostrare che lo spazio è euclideo poiché, anche se la somma degli angoli dovesse dare 180°, si dovrebbe concedere la possibilità di errori di misurazione e quindi la possibilità che la somma esatta sia inferiore a 180°. Di fatto l'esperimento implicava due assunti ingiustificati, ciascuno dei quali avrebbe potuto invalidare una conclusione tratta da esso. Il primo era che il triangolo formato dalle tre vette di montagne fosse abbastanza grande da dare un risultato decisivo. Il secondo assunto era che i raggi di luce che formavano i lati del triangolo seguissero traiettorie rettilinee. I raggi possono in effetti incurvarsi leggermente ma in misura percettibile».

57. Così si esprimeva al riguardo Gauss nella sua lettera del 28 aprile 1817 al medico e astronomo tedesco Heinrich Wilhelm Mathias Olbers (1758-1840): «Sono sempre più convinto che la necessità della nostra geometria non possa essere dimostrata, almeno *non* dall'intelletto *umano* né *per* l'intelletto umano. Forse in un'altra vita arriveremo ad altre concezioni sulla natura dello spazio che ora ci sono irraggiungibili. Fino ad allora, si dovrebbe collocare la geometria non sullo stesso piano dell'aritmetica, che è puramente *a priori*, ma piuttosto su quello della meccanica» (Gauss, 1900, p. 177).

58. Ivi, p. 201.

FIGURA 5.11
I triangoli non euclidei di Gauss

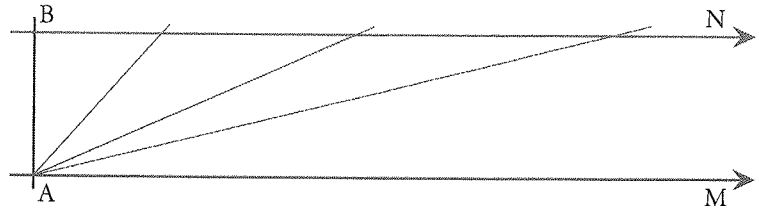


Rilevanti considerazioni sull'assenza di contraddizioni interne alla geometria non euclidea si possono poi ritrovare nella lettera di Gauss del 12 luglio 1831 all'astronomo tedesco Heinrich Christian Schumacher (1780-1850), già fondatore delle "Astronomische Nachrichten" e direttore dell'Osservatorio di Mannheim. Secondo Gauss, infatti, «la geometria non euclidea non contiene assolutamente nulla di contraddittorio»[59], dal momento che il vedere come una contraddizione l'apparente paradossalità di molti dei suoi risultati è in realtà dovuto «alla precoce assuefazione nel considerare la geometria euclidea come rigorosamente vera»[60].

Tra i risultati ritenuti paradossali, nella stessa lettera Gauss fa riferimento al fatto che nella geometria non euclidea non esistono figure simili che non siano anche tra loro uguali, o che gli angoli di un triangolo equilatero non abbiano affatto una misura costante, ma rimpiccioliscono al crescere della lunghezza dei lati (FIG. 5.11). D'altra parte, nella geometria non euclidea non ci sono grandezze assolute, a differenza di quanto avviene in quella euclidea, e l'idea di *spazio curvo* da essa implicata, che non ammette l'unicità della parallela passante per un punto esterno a una retta data, è gravida di conseguenze non soltanto di ordine matematico-geometrico, ma anche filosofico. Non è un caso che Gauss abbia deciso, una volta rigettate tutte le dimostrazioni del quinto postulato euclideo proposte da Saccheri, Lambert, Legendre e Wolfgang Bolyai, di tenere pressoché segreti i risultati delle sue ricerche. La sua nuova definizione di parallelismo rifiuta il quinto postulato euclideo e può essere sinteticamente presentata nel modo seguente (FIG. 5.12): se una retta AM, non incidente e complanare a una retta BN, è tale che

59. Ivi, p. 216.
60. *Ibid.*

FIGURA 5.12
Il parallelismo secondo Gauss



ogni retta passante per A e compresa nell'angolo BAM incontri la retta BN, essa risulta parallela a BN. In questo modo, si hanno infinite rette passanti per A che non incontrano BN, ossia sono parallele ad essa in senso euclideo. In questa definizione non risulta alcuna reciprocità del parallelismo (per cui anche BN è parallela ad AM), mentre è introdotta nel concetto generico di parallelismo la determinazione particolare di parallelismo per un punto.

Tra gli interlocutori di Gauss, Wolfgang Bolyai ha senz'altro un ruolo particolare. Il figlio János Bolyai (1802-1860), ufficiale del Genio militare dell'impero asburgico, fin dall'adolescenza si era interessato alla teoria delle parallele, tanto da essere invitato dal padre, in un'accorata lettera della primavera del 1820, ad abbandonare la «notte senza fondo» e la «cattiva compagnia» di un problema insolubile con il quale lui stesso si era faticosamente misurato e che «può togliere ogni tranquillità, la salute, la quiete e ogni gioia di vivere»[61]: in altri termini, «una vera e propria malattia, una specie di follia, un'idea tirannica»[62] paragonabile, per dispendio di energie e risorse, alla quadratura del cerchio, alla ricerca della pietra filosofale o ai tentativi alchemici di trasformare la materia grezza in oro. Queste tormentate raccomandazioni rimangono però lettera morta, tanto che tra il 1820 e il 1823 il giovane Bolyai mette a punto un nuovo modello geometrico non euclideo perfettamente coerente che viene pubblicato nel 1832, con il titolo *Appendix, Scientiam spatii absolute veram exhibens*, in coda ai due volumi del *Tentamen juventutem studiosam in elementa matheseos purae elementaris ac sublimioris, methodo intuitiva, evidentiaque huic propria, introducendi* di Wolfgang Bolyai. Consapevole della portata

61. Bolyai, Bolyai (1913, p. 76).
62. Ivi, p. 82.

rivoluzionaria della sua opera, rivolgendosi al padre il giovane János riconosce – per la verità già nel novembre 1823 – che «ora non ho altro, se non questo: *che dal nulla ho creato un altro mondo*. Tutto ciò che ti ho comunicato fino ad ora non è che un palazzo di carta in confronto a questa torre»[63]. Nel gennaio 1832, Wolfgang Bolyai invia una copia di questa *Appendix* all'amico Gauss (un precedente invio non era andato a buon fine probabilmente a causa di un'epidemia di colera che aveva colpito la Germania nel 1831). In essa Gauss, che pure tradisce una certa ammirazione per il giovane ufficiale-geometra, ritrova in larga misura i risultati della ricerca che lui stesso aveva condotto già diversi decenni prima ma che aveva accuratamente evitato di divulgare. Ciò lo spinge a scrivere, il 6 gennaio 1832, a Wolfgang Bolyai:

Se cominciassi con il dire *che non mi è possibile lodarlo*, di primo acchito resteresti senz'altro interdetto; tuttavia non posso fare diversamente. Lodarlo significherebbe lodare me stesso: infatti, l'intero contenuto dello scritto, la via intrapresa da tuo figlio e i risultati cui ha condotto coincidono pressoché completamente con le mie riflessioni che risalgono, almeno in parte, a 30-35 anni fa. In effetti ne sono estremamente sorpreso[64].

Di fatto, la lettura del breve scritto di János Bolyai spinge definitivamente Gauss a non proseguire nella redazione sistematica delle sue ricerche. A ogni modo, sappiamo che Gauss, che aveva iniziato a occuparsi del problema del quinto postulato almeno dal 1792, padroneggiava pienamente la trigonometria euclidea e non euclidea ed era arrivato a fondamentali acquisizioni teoriche come l'unità assoluta dei segmenti garantita dalla costante k, che nella geometria euclidea è infinita mentre in quella non euclidea è «eccezionalmente grande»[65], e l'introduzione del concetto di *curvatura intrinseca* di una superficie[66]. Dal canto

63. Ivi, p. 85.

64. Gauss, Bolyai (1899, p. 109).

65. Gauss, Schumacher (1860-65, vol. 2, p. 271).

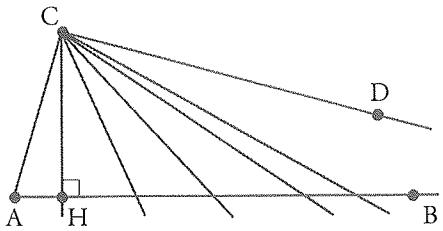
66. Cfr. Gauss (1828). Qui Gauss si propone di studiare la geometria di una superficie da un punto di vista *intrinseco*, cioè di considerare una superficie non come immersa in un campo tridimensionale e definita da un'equazione tipo $z = f(x, y)$, ma come *corpi* di cui una dimensione è infinitamente piccola, vale a dire come una sorta di *velo* flessibile, eppure inestensibile e deformabile privo di piegature o stiramenti. Oggetto principale della ricerca gaussiana è dunque lo studio delle proprietà indipendenti dalle varie forme che può assumere la superficie, cioè delle proprietà *invarianti* per trasformazioni isometriche. Posto che il raggio di curvatura della superficie ammette un minimo R_1 e un massimo R_2 e considerando un piano passante per la perpendicolare alla superficie in un punto P, Gauss arriva a mostrare che la misura della curvatura può essere espressa anche come $k(P) = 1 / R_1 \cdot R_2$ e che si danno così tre diversi tipi di punti, a seconda che k sia maggiore, minore o uguale a zero. Con queste ricerche Gauss anticipa di fatto un ordine di idee completamente nuovo, destinato a esercitare una profonda influenza sugli sviluppi dei sistemi geometrici non euclidei di tipo *iperbolico* (dove $k < 0$) ed *ellittico* (dove $k > 0$).

suo Bolyai – che pure ha visto nelle dichiarazioni di Gauss al padre Wolfgang il tentativo di sottrargli il ruolo di inventore o πρῶτος εὑρετής della geometria non euclidea – con la sua *Appendix* ha essenzialmente perseguito l'obiettivo di fondo di preservare al massimo l'unità della geometria assorbendo, per così dire, la vecchia geometria euclidea all'interno di un sistema più generale che possa semplicemente *fare a meno* del quinto postulato invece di negarlo (come fa negli stessi anni Lobačevskij)[67]: una *scienza dello spazio assolutamente vera* o, in altri termini, una *geometria assoluta*.

Tra i risultati più interessanti conseguiti da Bolyai, che pure muove e sviluppa l'ipotesi saccheriana dell'angolo acuto, si trovano una nuova definizione di parallelismo che prescinde dal quinto postulato di Euclide, la dimostrazione dell'identità tra la geometria costruita su una sfera di raggio infinito e la classica geometria piana, il riconoscimento dell'indipendenza della trigonometria sferica dal postulato delle parallele, l'elaborazione di una trigonometria piana non euclidea e la costruzione di un quadrato equivalente a un cerchio (o *quadratura*) nell'ipotesi della falsità del quinto postulato. A mero titolo d'esempio, possiamo presentare la nuova definizione di parallelismo offerta da Bolyai nel modo seguente (FIG. 5.13). Dati una semiretta AB e un punto esterno C alla retta AB, passa una e soltanto una semiretta CD non intersecante la semiretta AB e tale che tutte le semirette interne all'angolo $\sphericalangle$ ACD la intersecano. Sia dunque CD la semiretta parallela alla semiretta AB. Se si traccia una perpendicolare CH da C su AB, si otterrà un angolo acuto, e dunque $\sphericalangle$ BAC + $\sphericalangle$ ACD < 180°. In questo senso, la relazione di parallelismo è una relazione simmetrica e transitiva e può essere estesa anche al caso di una semiretta e di una retta: una semiretta AB sarà parallela a una retta r se e soltanto se è parallela a una semiretta CD di r, e dunque a tutte le semirette di r aventi lo stesso verso di CD. Infine, si può anche affermare che una retta r sia parallela a una retta s in un verso, se e soltanto se esiste su r una semiretta parallela a s in quel

67. Cfr. Torretti (1984, pp. 61-7).

FIGURA 5.13
Il parallelismo secondo Bolyai



determinato verso. In questo senso, per Bolyai si possono condurre *due* rette parallele alla retta – nei suoi due versi – e infinite rette *iperparallele* ad essa (vale a dire le altre rette non secanti la retta data). Tra le conseguenze più rilevanti di questa concezione del parallelismo c'è il fatto – peraltro già intuito da Saccheri – che le rette parallele hanno un andamento asintotico nel verso del parallelismo mentre divergono indefinitamente nel verso opposto al parallelismo. Inoltre, la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre minore di quella di due angoli retti e *non* si mantiene costante, dal momento che può assumere tutti i valori compresi tra zero e 180°. Va da sé, poi, che il *difetto angolare* (la differenza tra il valore della somma degli angoli interni del triangolo e della somma di due angoli retti) è sempre positivo e mai uguale a zero, come accade invece nella geometria euclidea. Inoltre, le proprietà che valgono per il triangolo possono essere facilmente estese a tutti i poligoni regolari. Sul piano epistemologico, infine, anche Bolyai si rende perfettamente conto – come del resto già Gauss – dell'impossibilità di decidere *a priori* la validità della geometria euclidea o di quella assoluta. Ciò nonostante, egli decide di non prendere una posizione netta al riguardo, rimandando invece la cosa «ad un'occasione migliore»[68] che, almeno nel suo caso, non arriverà mai.

Negli stessi anni in cui Bolyai sviluppa il proprio modello di geometria assoluta, in occasione di una seduta della Facoltà di Matematica e Fisica dell'Università di Kazan del febbraio 1826 Nikolaj Ivanovič Lobačevskij (1793-1856) presenta le sue vedute sui fondamenti del sapere geometrico in una memoria intitolata *Exposition succincte des principes de la géométrie avec une démonstration rigoureuse du théorème*

68. Bolyai (2009, p. 69).

des parallèles[69]. Già dal 1816, dall'età di ventitré anni, Lobačevskij insegnava matematica, fisica e astronomia presso l'ateneo russo, di cui sarebbe stato poi rettore dal 1827 al 1846. A Kazan aveva avviato una serie di ricerche finalizzate a una globale rifondazione della geometria e dei suoi princìpi che poneva in secondo piano l'annosa questione della dimostrabilità del quinto postulato di Euclide. Di questo significativo sforzo, che è valso a Lobačevskij il titolo di «Copernico della geometria»[70], sono chiara testimonianza – oltre alla memoria del 1826, mai pubblicata e oggi irrimediabilmente perduta – lo scritto *Sui fondamenti della geometria* (1829-30)[71], che ne riassume i contenuti, i *Nuovi princìpi della geometria con una teoria completa delle parallele* (1835-37), le *Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien* (1840) e la *Pangeometria* (1855)[72]. Al centro dell'iniziativa scientifica di Lobačevskij, nella cui *geometria immaginaria* o *iperbolica* convergono la migliore tradizione matematica europea[73] e un'istanza filosofica materialistico-meccanicistica di derivazione settecentesca, si trova una precisa concezione dello spazio – e della geometria in generale – opposta a quella kantiana e più vicina a istanze di matrice empirista che fanno rientrare la geometria stessa nell'ambito delle scienze sperimentali:

A tutti è noto che, fino ad oggi, nella Geometria la teoria delle parallele era rimasta incompleta. I vani sforzi [compiuti] dai tempi di Euclide, per il corso di duemila anni, mi spinsero a sospettare che nei concetti stessi [della Geometria] non si racchiuda ancora quella verità che si voleva dimostrare, e che può

69. Sulla vita e l'opera di Lobačevskij, cfr. in particolare Betti (2005).

70. Bell (2010, p. 369).

71. Di fatto, questo scritto rappresenta la prima opera a stampa dedicata alla geometria non euclidea, dal momento che l'*Appendix* di Bolyai, concepita pressoché in parallelo, viene però pubblicata due anni dopo. Una traduzione in lingua tedesca è disponibile in Engel (1898, pp. 1-66).

72. Cfr. Lobačevskij (1829-30; 1955; 1985; 2010). Una traduzione italiana della *Pangeometria*, a cura del matematico italiano Giuseppe Battaglini (1826-1894), è stata pubblicata nel 1867 nel "Giornale di Matematiche" sotto il titolo *Pangeometria o sunto di geometria fondata sopra una teoria generale e rigorosa delle parallele*: cfr. Lobačevskij (1867).

73. Basti pensare, solo per fare un esempio, al matematico tedesco Johann Christian Martin Bartels (1769-1836), già maestro di Gauss a Braunschweig e dello stesso Lobačevskij all'Università di Kazan, dove dal 1808 al 1820 ha tenuto corsi di storia della matematica, aritmetica superiore, calcolo differenziale e integrale, geometria analitica e trigonometria, trigonometria sferica, meccanica analitica e astronomia.

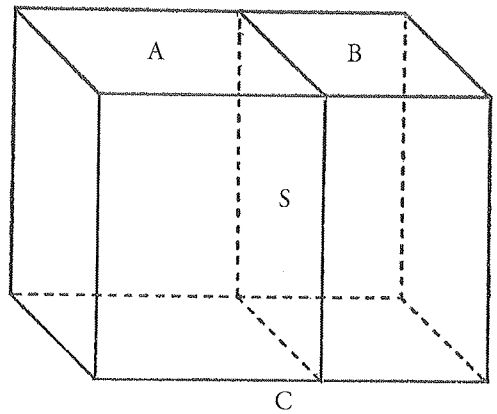
essere controllata, in modo simile alle altre leggi fisiche, soltanto da esperienze, quali, ad esempio, le osservazioni astronomiche[74].

Per quanto il procedimento deduttivo rimanga essenzialmente simile a quello euclideo, nella geometria di Lobačevskij la definizione dei princìpi primi non è più assiomatica come avviene negli *Elementi*, ma prende le mosse dai concetti di *corpo*, *contatto* (come attributo caratteristico dei corpi geometrici) e *movimento rigido*: infatti, «nella natura noi abbiamo cognizione, propriamente, soltanto del movimento, senza il quale le impressioni sensoriali sono impossibili. Pertanto, tutti i rimanenti concetti, per esempio quelli geometrici, sono creazioni artificiali della nostra mente, tratte dalle proprietà del movimento»[75]. Di fatto, le proposizioni primitive della teoria geometrica sono ricavate da osservazioni di carattere sperimentale sul comportamento dei corpi fisici. Il concetto di contatto equivale unicamente alla possibilità di scomporre in parti i corpi e di ricomporre nuovamente tali parti, e i vari tipi di contatto definiscono le *superfici*, le *linee* e i *punti*. Per esempio, due corpi A e B (FIG. 5.14), che si toccano tra loro, formano un unico corpo geometrico C, nel quale ciascuna delle parti componenti appare come a sé stante, senza confondersi completamente nel tutto C. Viceversa, ogni corpo C può essere scomposto da una qualsiasi sezione S in due parti distinte A e B, laddove per *sezione* non si intende un attributo del corpo, ma semplicemente il contatto esprimente la scomposizione del corpo in due parti che si toccano. Su questa base, sono detti *lati* della sezione S nel corpo C le due parti A e B.

Da quest'ordine di idee consegue anche il concetto di *spazio*, da Lobačevskij inteso come «un unico corpo globale»[76] formato da tutti i corpi della natura che ne costituiscono le parti, fermo restando che «lo spazio, in sé, separatamente [preso], per noi non esiste»[77]. D'altra

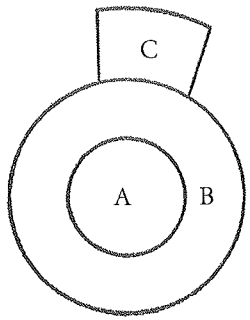
74. Lobačevskij (1955, p. 57).
75. Ivi, p. 61.
76. Ivi, p. 73.
77. Ivi, p. 61. Rigettando la posizione kantiana della certezza apodittica di tutti i princìpi della geometria (euclidea), Lobačevskij non vede infatti alcuna contraddizione per la mente umana nel supporre «che talune forze nella natura seguono una geometria, altre una [altra] loro particolare geometria» (*ibid.*), e che l'unico modo per decidere quale geometria governi un determinato fenomeno reale è osservarlo con la mente libera da pregiudizi e provarlo sperimentalmente. Proprio in questo spirito devono essere lette le osservazioni astronomiche effettuate da Lobačevskij sul triangolo celeste avente per vertici la Terra, il Sole e la stella Sirio e presentate nello scritto *Sui fondamenti della geometria* (Lobačevskij, 1829-30). Avendo riscontrato che la somma degli angoli interni di tale triangolo risultava molto vicina a 180°, Lobačevskij ne concludeva che, nelle misure pratiche, la geometria euclidea era in grado di spiegare in maniera soddisfacente i dati empirici rilevati. Ciò nonostante, a prescindere dal fatto che nell'immaginazione lo spazio può essere esteso oltre ogni limite e dal momento che la natura ci indica distanze tali rispetto a cui svaniscono per la loro piccolezza anche le distanze delle stelle fisse dalla Terra, non è tuttavia scontato, secondo Lobačevskij, che la realtà considerata a più larga scala possa effettivamente seguire le regole di una geometria diversa da quella di Euclide.

FIGURA 5.14
Corpi e contatti tra i corpi



parte, solo l'osservazione della natura può consentire di derivare correttamente le proprietà dello spazio: per esempio, ogni corpo A può toccare ogni corpo B in modo tale che sia impossibile per un terzo corpo C toccare contemporaneamente A e B (FIG. 5.15). In questo caso, B è definito *spazio circostante* quando si suppone che ogni corpo C sia contenuto in esso, oppure *luogo* del corpo A se si considera solo il contatto tra A e B e si consente di riflesso l'eliminazione dello spazio ambiente di ogni sua parte C che non tocchi A. Se il corpo A si trova in questo tipo di contatto con B e se è impossibile unire ad A un qualsiasi corpo che non tocchi B, allora A *riempie* il luogo B. Tutti gli altri corpi che riempiano il luogo B senza che si operi su di essi alcuna modificazione saranno tra loro geometricamente congruenti sotto tutti i rapporti.

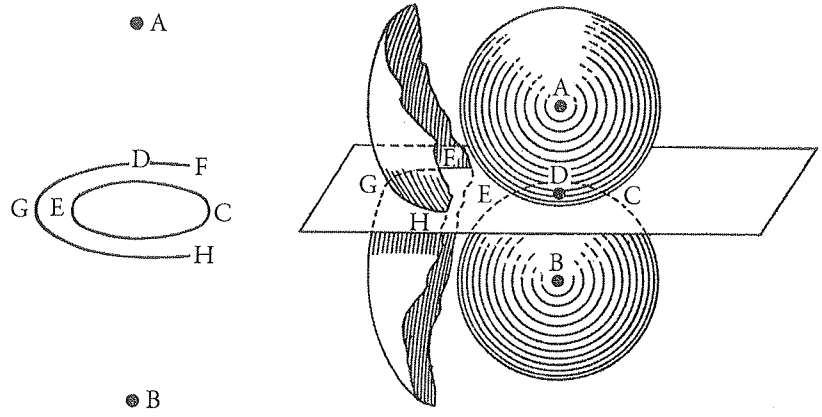
FIGURA 5.15
Spazio e dinamica dei corpi



Anche la tridimensionalità dello spazio può essere dedotta all'interno di considerazioni topologiche che riguardano la possibilità di *decomporre* un corpo in un certo numero di sezioni principali, evitando così il ricorso a concetti di natura metrica, mentre la *distanza* è definita come la *posizione relativa* di due punti, determinata dal contatto di due corpi. Dalla nozione di distanza di due punti, data come invariante del movimento, consegue quella di *superficie sferica*, intesa come luogo dei punti dello spazio equidistanti da un punto dato, e da quest'ultima quella di *cerchio* o *circonferenza* come luogo dei punti comuni a due superfici sferiche intersecantesi. Il *piano* è poi definito come la superficie o luogo dei cerchi di intersezione di due superfici sferiche di uguale raggio descritte attorno a due punti fissi, detti *centri* o *poli* del piano (FIG. 5.16), la cui infinità è data in potenza come possibilità di estendere in ogni direzione la regione di partenza dividendo in due parti lo spazio. In questo senso, se A e B sono i poli attorno a cui sono descritte superfici sferiche aventi lo stesso raggio AC = BC, i punti comuni C, D, E appartengono a un cerchio così come all'intero piano, insieme agli altri punti F, G, H comuni a sfere aventi per centro gli stessi poli e un raggio qualsiasi AG = BG. Da ultimo, la *retta* può essere invece intesa come l'intersezione di due piani e il *segmento* di retta come il diametro comune a due cerchi massimi su una sfera.

Se la definizione dei fondamenti della geometria trae origine da quei concetti «immediatamente congiunti nella nostra mente con la rappresentazione dei corpi, ai quali la nostra immaginazione è avvezza, che possiamo controllare direttamente nella natura, senza prima ricorrere ad altri concetti, artificiali ed estranei»[78], il postulato delle parallele si configura come un'ammissione o ipostatizzazione arbitraria e come tale va respinto o negato. Posto che «tra le imperfezioni della teoria delle parallele sarebbe necessario annoverare la definizione stessa del parallelismo»[79], da tale negazione scaturisce un nuovo e coerente sistema geometrico non euclideo. Nel paragrafo 93 dei *Nuovi princìpi* così Lobačevskij enuncia la proposizione fondamentale del parallelismo:

FIGURA 5.16
Il piano secondo Lobačevskij

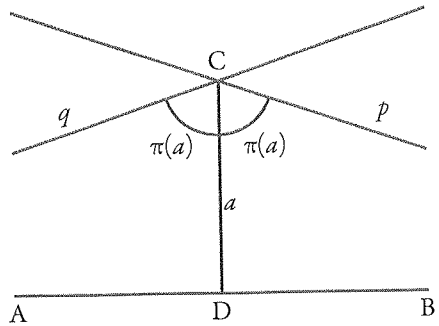


> Le linee che escono da un punto o intersecano una data retta nel medesimo piano, oppure non si incontrano mai con essa, per quanto vengano prolungate. È necessario di conseguenza distinguere tra tali linee, relativamente a una retta data: le *secanti* o *convergenti*, e le *non secanti* o *non convergenti*, alle quali ultime appartengono le *parallele*, che costituiscono il passaggio dalle une alle altre, – le *divergenti*. Due parallele a una retta data dividono il piano in quattro parti: in due parti opposte sono racchiuse le rette convergenti, nelle rimanenti due le divergenti[80].

Seguiamo ora il ragionamento di Lobačevskij (FIG. 5.17), che nella sostanza è analogo a quello di Gauss e Bolyai. Dati una retta AB e un

78. Lobačevskij (1955, p. 68).
79. Ivi, p. 67.
80. Ivi, p. 210.

FIGURA 5.17
Il parallelismo secondo Lobačevskij

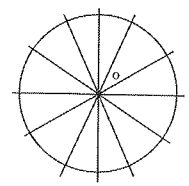


punto C esterno ad essa, le rette passanti per C si dividono in due classi rispetto ad AB: la classe delle rette che incontrano AB e la classe di quelle che non la incontrano. A quest'ultima classe appartengono le rette p e q, le quali definiscono, per così dire, il *confine* tra le due classi e risultano parallele. Più nello specifico, se c è un punto a distanza a dalla retta AB, esiste allora un angolo $\pi(a)$, detto *angolo di parallelismo*, che dipende dalla distanza CD = a e denota «l'inclinazione di una linea rispetto alla perpendicolare a un'altra, parallela alla prima»[81]: in altri termini, tutte le rette passanti per C che formano con la perpendicolare CD un angolo minore di $\pi(a)$ intersecheranno AB, mentre tutte le altre rette passanti per C non intersecheranno AB. Le due rette formanti con AB l'angolo $\pi(a)$ sono parallele, così come tutte le rette passanti per C e non intersecanti AB, le quali risultano *infinite*.

Se $\pi(a)$ è pari a $\pi/2$, vale il quinto postulato euclideo. In caso contrario, cioè nell'ipotesi in cui $\pi(a) < \pi/2$, è possibile rappresentarsi una curva ortogonale a un fascio di rette parallele, detta *oriciclo*, per la quale due qualsiasi parallele a una retta data risultano inclinate di uno stesso angolo rispetto a una corda[82]. In questa seconda ipotesi, infatti, $\pi(a)$

81. Ivi, p. 213. Il simbolo $\pi(a)$ non rappresenta ovviamente nessuna funzione analitica, ma serve solo a indicare la dipendenza dell'angolo di parallelismo $\pi(a)$ dal segmento a. Il π che compare in $\pi(a)$ non ha quindi alcuna relazione con la più nota costante matematica π, la quale indica il rapporto tra la lunghezza della circonferenza e quella del suo diametro, o anche l'area di un cerchio di raggio 1.

82. Possiamo illustrare sinteticamente il concetto di *oriciclo* nel modo seguente. Se si considera una circonferenza euclidea di centro O, essa è perpendicolare a ogni suo raggio o, più tecnicamente, rappresenta la *traiettoria ortogonale* del fascio di rette che ha per sostegno il centro della circonferenza. Supponendo ora di aumentare indefinitamente il raggio della circonferenza (cioè di fare andare *all'infinito* il centro della circonferenza), le rette del fascio (i raggi) diventano parallele e la circonferenza assume una forma limite che nel caso della geometria euclidea è una retta (come già aveva intuito Cusano), mentre nel sistema iperbolico di Lobačevskij è una curva uniforme, detta appunto oriciclo, che resta definita come la traiettoria ortogonale del fascio di rette parallele. Questo concetto si può anche estendere dal piano allo spazio, e a questo proposito si parla di *orisfera* come sfera dal raggio infinito.



83. Lobačevskij (2010, p. 75).

cresce e tende a $\pi/2$ quando a tende a zero, mentre $\pi(a)$ decresce e tende a zero quando a diventa infinito. In altri termini, $\pi(a)$ è una funzione continua e diminuisce all'aumentare di a, e tende a zero quando a tende all'infinito. Di conseguenza, due rette parallele si possono considerare come intersecantesi all'infinito formando un angolo nullo e dando origine al concetto di retta parallela asintotica (e non equidistanti, come accade nel modello euclideo). Un ulteriore aspetto riguarda poi la somma degli angoli interni di un triangolo: sempre minore di π, essa decresce quando l'area del triangolo cresce e tende a π quando l'area tende a zero. Di fatto, nella *geometria immaginaria* o *pangeometria* di Lobačevskij, dalla negazione del quinto postulato euclideo e dal rigoroso sviluppo dell'ipotesi saccheriana dell'angolo acuto scaturisce una *dottrina geometrica completa* che, «fondata su princìpi certi»[83], non presenta alcuna contraddizione interna e comprende in sé la geometria euclidea semplicemente come caso particolare.

5.4
Spazi e mondi possibili: le *ipotesi* di Riemann e i *fatti* di Helmholtz (e Mach)

Un ulteriore, fondamentale contributo allo sviluppo della geometria non euclidea e al dibattito relativo al problema dello spazio e della sua rappresentazione geometrica è offerto, verso la metà del XIX secolo, dal matematico e fisico tedesco Bernhard Riemann (1826-1866). Allievo di Carl Gustav Jacob Jacobi (1805-1851) e Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859) a Berlino e assistente di Wilhelm Eduard Weber (1804-1891) a Gottinga, il 10 giugno 1854 Riemann tiene – proprio all'Uni-

versità di Gottinga, alla presenza di Gauss – la dissertazione per l'abilitazione a libero docente *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen*, che sarà pubblicata postuma solo nel 1867. In questa memoria, fondativa dell'approccio metrico-differenziale in geometria (quello cioè che studia le superfici curve con i metodi dell'analisi matematica), Riemann non propone soltanto un accostamento *analitico* al modello non euclideo diverso da quello *assiomatico* della tradizione precedente, ma sviluppa anche un'indagine critica sul concetto di spazio destinata a influenzare profondamente la matematica e la fisica del XX secolo, come nel caso della teoria della relatività generale. Al centro di questa indagine si trovano due assunti teorici fondamentali: 1. una concezione empirico-sperimentale della geometria affine a quella già proposta da Gauss e Lobačevskij; 2. una rinnovata interpretazione dell'esperienza, esplicitamente mutuata da Herbart, secondo cui essa non deve essere rappresentata dai soli dati sensoriali *bruti* né costituire il sostrato ambiguo di forme conferitele dalla soggettività, ma deve porsi come un *tutto unitario* le cui contraddizioni possono essere risolte dalla ragione umana[84]. Sotto questo profilo, la stessa scienza naturale si configura per Riemann come «il tentativo di comprendere la natura mediante concetti precisi»[85].

È noto – scrive al riguardo Riemann – che fin dai tempi di Euclide la geometria ha assunto il concetto di spazio e i relativi concetti costruttivi come qualcosa di *dato*: ciò nonostante, i rapporti reciproci tra queste assunzioni o presupposti restano ancora un mistero e non è chiaro se la loro connessione sia possibile, necessaria o *a priori*. Questo stato di cose si spiega essenzialmente nella mancata elaborazione del «concetto generale di grandezze pluriestese, in cui rientrano le grandezze spaziali»[86]. Obiettivo di Riemann – per il quale l'assiomatica euclidea non costituisce una verità di per sé evidente ma soltanto una verità empiricamente fondata – è quello di «costruire il concetto di grandezza pluriestesa, a partire da concetti generali di grandezza»[87] e di mostrare sia che un tale concetto è suscettibile di diverse relazio-

84. Sulle influenze herbartiane nel pensiero e nell'opera di Riemann, cfr. almeno Banks (2005), Ehm (2010), Pettoello (1988), Scholz (1980; 1982a; 1982b) e Torretti (1984, pp. 107-9).

85. Riemann (1994b, p. 86).

86. Riemann (1994a, p. 3).

87. *Ibid.*

ni metriche, sia che lo spazio costituisce un caso speciale di grandezza triestesa fra tutte le altre grandezze concepibili. In altri termini, posto che i teoremi della geometria non si possono derivare da concetti generali di grandezza ma soltanto dall'esperienza, si tratta di «ricercare i fatti più semplici a partire dai quali si possono determinare le relazioni metriche dello spazio»[88]: un compito, questo, non del tutto determinato per il fatto che si possono considerare più sistemi di fatti semplici sufficienti a stabilire le relazioni metriche dello spazio (basti pensare al sistema euclideo, generalmente ritenuto il più adatto a tali scopi). I *fatti* di cui parla Riemann non sono però necessari, ma essendo dotati di sola certezza empirica devono essere considerati come *ipotesi*, dipendenti dalla validità di certe premesse, di cui si può tanto ricercare la probabilità nei limiti dell'osservazione sperimentale quanto valutare l'ammissibilità nella direzione dell'incommensurabilmente grande e dell'incommensurabilmente piccolo. Tali ipotesi – *verità di fatto*, nel senso di Leibniz – non si limitano all'ambito dell'assiomatica euclidea, ma rispondono al tentativo più generale di trovare una formulazione matematicamente unitaria di fenomeni naturali come la gravitazione, l'elettricità, il magnetismo, la luce e il calore.

I concetti di grandezza sono possibili, secondo Riemann, solo «dove esiste già un concetto generale che consente diversi modi di determinazione. A seconda che tra questi modi di determinazione vi sia o no un passaggio continuo dall'uno all'altro, essi formano una varietà continua o discreta»[89]. Per "varietà" (*Mannigfaltigkeit*) si può intendere, in un senso molto generale, uno spazio topologico localmente simile a quello euclideo ma globalmente dotato di specifiche proprietà geometriche (come l'essere curvo). Si tratta di un concetto polimorfo, la cui definizione dipende in ultima istanza dall'ambiente in cui si opera, dalla natura degli elementi che lo costituiscono e dalle proprietà che si vogliono studiare. Nel caso della varietà continua i singoli modi di determinazione sono detti *punti* e l'operazione che vi si compie è quella della *misurazione* (sovrapposizione delle grandezze da confrontare), mentre nel caso della varietà discreta i singoli modi di determinazione si dicono *elementi* della varietà e l'operazione che vi si compie è quella della *numerazione*. Esempi di varietà discrete sono, in natura e nella vita di tutti i giorni, quanto mai usuali: le

88. Ivi, pp. 3-4.

89. Ivi, pp. 4-5.

proprietà di una varietà discreta possono infatti essere facilmente determinate contando. Al contrario, corrispettivi empirici della varietà continua possono essere considerati i luoghi o lo spazio degli oggetti sensibili, o ancora i colori.

Dopo avere accennato alla possibilità di considerare topologicamente le varietà continue in modo indipendente dalla metrica, Riemann presenta il concetto di varietà *mono*-estesa, come avviene nel caso di una linea a partire dalla quale si possono generare varietà a 2, 3, ..., n dimensioni. Una volta individuato un punto P di una varietà n-estesa mediante n grandezze variabili (cioè coordinate) x_1, x_2, x_3 fino a x_n, è possibile determinare i rapporti metrici su tale varietà nell'ipotesi «che la lunghezza delle linee sia indipendente dalla posizione e quindi che ogni linea sia misurabile per mezzo di ogni altra»[90]. L'insieme di tutti questi possibili punti costituisce la varietà n-estesa, così come l'insieme dei punti di una superficie costituisce la superficie stessa. Gli n parametri variabili vengono poi detti *coordinate* della varietà, e quando essi variano con continuità il punto *si muove* sulla varietà. Su questa base, posto che il punto P della varietà può essere determinato da n coordinate $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$, e se $x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, ..., x_n + dx_n$ sono le coordinate di un altro punto Q della varietà a distanza infinitesima da P, occorre dare la lunghezza ds dell'elemento lineare PQ in termini degli incrementi $dx_1, dx_2, ..., dx_n$. Generalizzando le ricerche di Gauss sulle proprietà geometriche delle superfici *intrinseche*, dipendenti cioè solo dal tipo di superficie considerato e non dallo spazio in cui sono immerse, Riemann afferma che l'elemento infinitesimo ds (elemento d'arco di una curva sulla superficie come distanza intrinseca tra due punti) è uguale alla radice quadrata di una funzione intera, omogenea, di secondo grado dei differenziali delle coordinate (ovvero $\sqrt{\sum(dx)^2}$), in cui i coefficienti sono funzioni continue delle grandezze x. Su questa base, in vista della successiva applicazione delle sue argomentazioni allo spazio reale, Riemann fornisce esplicitamente la formula per la metrica (cioè per il ds) nel caso di varietà n-dimensionali a curvatura costante e introduce il concetto di *geodetica* (linee della superficie che godono dell'analoga proprietà delle rette sul piano euclideo di rappresentare la minima distanza tra due punti del piano) su una varietà. Va da sé che la teoria dello spazio tridimensionale è solo un caso particolare della più generale teoria delle grandezze n-dimensionali.

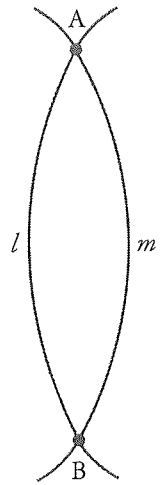
90. Ivi, p. 8.

Al di là di questi aspetti strettamente tecnici, la cui trattazione esula in parte dagli scopi di questo lavoro, è opportuno considerare almeno altri due nodi teorici significativi della concezione riemanniana dello spazio: 1. la produzione di un modello geometrico non euclideo di tipo *sferico-ellittico*, la cui radice è rappresentata dall'ipotesi saccheriana dell'angolo ottuso e che fa leva sul concetto di curvatura; 2. la distinzione tra *illimitato* e *infinito* e la tematizzazione del rapporto tra geometria e spazio fisico. Come tale, il modello geometrico riemanniano richiede almeno due modificazioni teoriche sostanziali rispetto alle premesse della geometria euclidea: l'introduzione di un nuovo postulato che sancisca che due rette di uno stesso piano hanno *sempre* un punto in comune (il che elimina di fatto la possibilità che a una retta si possano condurre una o infinite parallele per un punto esterno, contrariamente a quanto sancito rispettivamente dalla geometria di Euclide e da quella di Gauss, Lobačevskij e Bolyai); la modifica del primo e del secondo postulato euclideo, secondo cui due punti determinano sempre un'unica retta e una retta può essere prolungata indefinitamente. Da ciò consegue, come già per Lobačevskij e Bolyai, un sistema geometrico logicamente coerente – o non meno contraddittorio di quello di Euclide[91] – nel quale, per esempio: 1. la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre *maggiore* di due angoli retti; 2. l'*eccedenza angolare* del triangolo (cioè il valore numerico che indica di quanto la somma degli angoli interni supera π) è proporzionale alla sua area; 3. il rapporto della circonferenza di un cerchio e del suo diametro è sempre *inferiore* a π e aumenta con il diminuire dell'area del cerchio; 4. tutte le rette sono di lunghezza *finita*; 5. due rette in un piano si incontrano sempre e racchiudono sempre una superficie, anche nel caso in cui siano entrambe perpendicolari a una stessa retta (FIG. 5.18).

Quest'ultima assunzione si chiarisce considerando la fondamentale distinzione tra *illimitatezza* (*Unbegrenztheit*) e *infinità* (*Unendlichkeit*) dello spazio operata da Riemann nell'ultima parte della sua memoria[92]. Mentre l'illimitatezza appartiene alle relazioni di estensione ed è un concetto *qualitativo* sperimentalmente *preciso*, l'infinità appartiene alle relazioni di misura ed è un concetto *quantitativo* sperimentalmente solo *probabile*. Da ciò consegue la possibilità di concepire uno spazio *illimitato* ancorché *finito*. Il sistema geometrico riemannia-

91. Cfr. Nagel (1968, pp. 242-61).
92. Cfr. Riemann (1994a, pp. 16-20).

FIGURA 5.18
Nella geometria di Riemann, due rette *l* e *m* passanti per due punti A e B delimitano una superficie



no si fonda pertanto sull'ipotesi dell'illimitatezza (che non è infinità) dello spazio: non è un caso che la linea retta, a differenza di quanto avviene nella geometria euclidea ma anche in quella di Lobačevskij e Bolyai, sia necessariamente *chiusa* e *finita*[93].

La distinzione tra illimitato e infinito ha precise ricadute anche sul rapporto tra geometria e spazio fisico, «quando si estendono queste determinazioni empiriche oltre i limiti dell'osservazione»[94] e si pro-

93. Con Riemann, del resto, «scompare il *panoptikon* dello spazio euclideo e newtoniano sostituito da un osservatore/misuratore solipsista il cui "mondo" non è più grande di un metro infinitesimale: scompare la geometria oggettiva, palcoscenico della meccanica, e appare una geometria intesa come il ricoprimento metrico o topologico di un mondo fenomenico. Distingue infatti tra relazioni genericamente estensive (topologiche e spesso discrete, la cui empiria è esatta: "lo spazio ha tre dimensioni") e metriche (continue, le cui valutazioni empiriche sono sempre imprecise: la curvatura dello spazio). Quegli aspetti che diciamo topologici in realtà segnano una geometria la cui intuizione iniziale non è metrica in quanto la misura è solo un'attività scientifica fatta con corpi rigidi e raggi di luce, e ammette come assiomi solo quelli che valgono per le grandezze in generale, come la commutatività: così l'illimitatezza dello spazio è una proprietà di natura topologica, l'infinitezza invece dipende dalla metrica» (Borzacchini, 2015, p. 481).

94. Riemann (1994a, p. 17).

cede in direzione dell'incommensurabilmente grande. Che lo spazio fisico costituisca una varietà illimitata triestesa a curvatura costante[95] – descrivibile in termini euclidei come la superficie di una sfera che, seppure illimitata in quanto indefinitamente percorribile in cerchio, non è infinita essendo uno spazio chiuso che torna su sé stesso – è per Riemann «una certezza empirica maggiore di qualsiasi esperienza esterna»[96], cioè di qualsiasi altro dato empirico. Da ciò, tuttavia, non consegue necessariamente anche l'infinitezza dello spazio, né tanto meno la certezza che gli assiomi della geometria euclidea valgano incondizionatamente per lo spazio fisico: al contrario, se si assume che i corpi siano indipendenti dalla loro posizione nello spazio, esso «sarebbe necessariamente finito, non appena questa misura di curvatura avesse sia pure il più piccolo valore positivo»[97]. D'altra parte, se è pur vero che lo spazio è considerato da Riemann come l'insieme delle determinazioni di un genere e come una varietà continua che si presenta come l'aggregato dei suoi punti, esso rimane in ogni caso «un'entità unica che è la sede dei corpi fisici e il luogo dei movimenti fisici»[98].

Un discorso a parte merita invece lo spazio fisico dell'incommensurabilmente piccolo, dove le relazioni metriche sembrano non accordarsi con i postulati della geometria e l'esperienza empiristica non riesce a soccorrere, per così dire, la costruzione teorica: d'altra parte, «il principio di giungere alla conoscenza del mondo esterno dallo studio di quanto si verifica nelle sue parti infinitesime è la fonte principale della teoria della conoscenza tanto nella fisica infinitesimale quanto nella geometria riemanniana e, di fatto, la fonte principale di tutto il lavoro straordinario di Riemann»[99]. A questo proposito, Riemann ipotizza che o la realtà su cui si fonda lo spazio è data da una varietà discreta, contenente in sé il fondamento di una metrica, oppure che «il fondamento delle relazioni metriche dev'essere cercato altrove, in forze coesive che agiscono su di esso»[100]. La soluzione di questi problemi può ve-

95. Riemann ha successivamente sviluppato anche una teoria degli spazi a curvatura *variabile*, spazi che non sono tuttavia stati oggetto di trattazione assiomatica. In questa teoria, è possibile considerare un numero qualsiasi di dimensioni e la curvatura può variare da punto a punto.

96. Riemann (1994a, p. 18).

97. *Ibid.*

98. Torretti (1984, p. 83).

99. Weyl (1922, p. 92).

100. Riemann (1994a, p. 19).

nire «soltanto partendo dalla interpretazione dei fenomeni, della quale Newton pose le basi e che è stata finora confermata dall'esperienza, modificandola gradualmente, sotto la spinta di fatti che essa non può spiegare»[101]. Ciò comporta la necessità di trovare metodi grazie a cui ricavare rigorosamente le leggi (valide anche per il finito) dell'incommensurabilmente piccolo per sottoporle all'esame rigoroso dell'esperienza. Di fatto, le criptiche parole con cui Riemann chiude la sua densa memoria del 1854 – una vera e propria «divinazione»[102] – sembrano sorprendentemente anticipare i futuri sviluppi della fisica relativistica di Einstein, secondo la quale la struttura metrica dello spazio-tempo (e dunque la sua curvatura) non è parte di una forma statica e omogenea dei fenomeni, ma è parte del loro contenuto materiale che muta continuamente: in altri termini, è determinata e dipende funzionalmente dalla distribuzione della materia o massa-energia.

Le idee di Riemann, destinate peraltro a restare indifferenti a buona parte dei matematici e dei fisici ottocenteschi, trovano interessanti sviluppi nelle opere di William Kingdon Clifford (1845-1879) e Auguste Calinon (1850-1900), dove a una spiegazione empiristica dell'origine degli assiomi geometrici si accompagna un'interessante riflessione sui rapporti tra spazio, fatti fisici e geometria. Se Calinon arriva a intendere la geometria euclidea come parte di una geometria più generale e ammette l'esistenza di una sorta di *indeterminazione geometrica essenziale* dell'universo che vanifica ogni possibilità di conferma definitiva del valore di una geometria rispetto a un'altra[103], Clifford – tra i padri

101. Ivi, pp. 19-20.

102. Weyl (1922, p. 92).

103. In particolare, secondo Calinon (1889, p. 595), posto che i diversi spazi geometrici non euclidei non dovrebbero essere considerati come assolutamente estranei al nostro universo, «in realtà, la forma euclidea del nostro spazio non risulta che da misurazioni di una precisione limitata; tutto ciò che si può concludere è che le differenze che possono sussistere tra la geometria euclidea e quella realizzata dall'universo cadano al di sotto degli errori di osservazione. Resta quindi un dubbio che non è possibile evitare, nei cui limiti è possibile fare sul nostro spazio le seguenti ipotesi che ci limiteremo a enunciare: 1) Il nostro spazio è e resta rigorosamente euclideo; 2) Il nostro spazio realizza uno spazio geometrico di poco differente da quello euclideo, ma che è sempre lo stesso; 3) Il nostro spazio realizza differenti spazi geometrici successivamente nel tempo; in altri termini, il nostro parametro spaziale varia con il tempo, o deviando più o meno dal parametro euclideo, oppure oscillando intorno a un parametro dato assai vicino a quello euclideo. Secondo quest'ultima ipotesi, la più generale possibile, le forme dei corpi che ci circondano si modificano lentamente

dell'algebra geometrica nonché traduttore inglese delle opere di Riemann – vede nella concezione riemanniana dello spazio la possibilità di una vera e propria *fusione* tra la fisica e la geometria in quanto *scienza fisica* che «ha a che fare con la grandezza, la forma e la distanza delle cose»[104]:

> In effetti sostengo: 1) Che piccole porzioni di spazio *hanno* una natura analoga a delle piccole colline che sorgono su una superficie che sia mediamente piatta; vale a dire, che le leggi ordinarie della geometria in questo caso non hanno validità. 2) Che questa proprietà di essere curva o distorta passa con continuità da una posizione all'altra dello spazio alla maniera di un'onda. 3) Che questa variazione della curvatura dello spazio è ciò che accade realmente in quel fenomeno che noi chiamiamo *moto della materia*, sia essa pesante o eterea. 4) Che nel mondo fisico non ha luogo null'altro che questa variazione, soggetta (probabilmente) alla legge della continuità[105].

Secondo Clifford, le leggi ordinarie della geometria euclidea non possono essere ritenute valide in uno spazio la cui la curvatura, per il moto della materia, non cambi soltanto da un luogo all'altro, ma anche da un istante all'altro: di conseguenza, la determinazione della vera natura dello spazio fisico non può che implicare l'*associazione* di spazio e materia. Si tratta, come si può facilmente intuire, di un ordine di idee che conduce direttamente alla teoria della relatività e che nel XX secolo è stato ripreso, in varia misura, da fisici e cosmologi di area anglo-americana come Arthur Eddington (1882-1944), Howard Percy Robertson (1903-1961) e John Archibald Wheeler (1911-2008). Se Robertson vede infatti nell'idea eddingtoniana dell'universo in espansione uno di quegli spazi a curvatura temporalmente variabile la cui possibilità fisica è stata chiaramente pensata da Calinon, Eddington individua invece nella teoria cliffordiana una significativa anticipazione della fusione relativistica della materia con lo spazio. Dal canto suo Wheeler, presentando la sua *Geometrodynamics* (1962) come uno sviluppo delle idee di Clifford (in

sotto i nostri occhi in modo simultaneo al nostro spazio, dal momento che spazi differenti non possono contenere le stesse forme». Su questi aspetti, cfr. anche Calinon (1885; 1893). Più in generale, sul pensiero geometrico di Calinon vedi almeno Torretti (1984, pp. 272-8) e Voelke (2005, pp. 301-6).

104. Clifford (1886, p. 47).

105. Clifford (1882). Sui rapporti tra geometria e fisica in Clifford cfr. almeno Boi (1995, pp. 414-84).

particolare della sua ontologia monistica), Riemann ed Einstein[106], riconosce che «non c'è nulla nel mondo eccetto lo spazio vuoto curvo. La materia, la carica elettrica, l'elettromagnetismo e gli altri campi sono solo manifestazioni della curvatura dello spazio. La fisica è geometria»[107].

Nel 1868, l'anno successivo alla pubblicazione della memoria riemanniana *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen*, Hermann von Helmholtz (1821-1894), tra i maggiori e più eclettici scienziati tedeschi XIX secolo, fornisce un ulteriore contributo in senso empiristico al problema dello spazio e dei fondamenti del sapere geometrico in cui, sulla scorta di precedenti indagini fisiologiche sulla localizzazione degli oggetti nel campo visivo[108], perviene in maniera pressoché indipendente a risultati analoghi a quelli di Riemann[109]. A differenza di quest'ultimo, però, Helmholtz sviluppa un'indagine di natura prettamente fisica (e non matematica) intorno ai *fatti* o *dati di fatto* (*Tatsachen*) che stanno alla base della geometria. Ciò spiega la curiosa assonanza tra i titoli dei due contributi: quello helmholtziano recita infatti *Über die Tatsachen, die der Geometrie zum Grunde liegen*.

106. Cfr. Wheeler (1962, pp. 8, 129, 235), dove si fa esplicito riferimento allo scritto cliffordiano *On the Space-Theory of Matter*.

107. Ivi, p. 225.

108. Cfr. Helmholtz (1856-66). Qui lo spazio tridimensionale è inquadrato nei termini di un prodotto di integrazione di dati visivi, tattili e motori: più nello specifico, se lo spazio ottico, tattile e delle sensazioni di moto hanno ciascuno la propria struttura, ciò che li unisce e rende conseguentemente possibile le loro relazioni specifiche è la costante *connessione empirica* in cui si trovano e grazie alla quale possono sostituirsi a vicenda. Sotto questo profilo, l'attività psichica che ci porta a riconoscere che un oggetto dotato di una particolare forma si trova in una determinata posizione fuori di noi è un'attività in larga misura non pienamente cosciente (detta *inferenza inconscia*), così che la rappresentazione della forma dei corpi e della loro localizzazione spaziale, prodotta attraverso un confronto tra le immagini ricevute dagli organi visivi, deve essere considerata come il risultato dell'esperienza e dell'abitudine.

109. A conferma di ciò, è sufficiente citare la lettera che Helmholtz invia al matematico tedesco Ernst Christian Julius Schering (1824-1897) il 21 aprile 1868, a soli due mesi dalla pubblicazione delle *Hypothesen* di Riemann sulle "Nachrichten" della Società delle Scienze di Göttingen (3 giugno, n. 9). Qui Helmholtz afferma chiaramente di non aver mai letto la memoria riemanniana del 1854 e chiede a Schering di fargli sapere «se il lavoro di Riemann è già stato pubblicato o se lo sarà presto» ed «eventualmente se Riemann ha preso le mosse da considerazioni uguali alle mie»: in tal caso, chiosa Helmholtz con una certa onestà intellettuale, «il mio lavoro sarebbe inutile, e io non vorrei dedicargli più tempo e lavoro di quanto non abbia già fatto» (Königsberger, 1902-03, vol. 2, pp. 138-9).

Qui Helmholtz prende posizione nel dibattito in atto sulle geometrie non euclidee, ma pur accettando la deduzione riemanniana del concetto di spazio da quello più generale di varietà n-dimensionale, presuppone come dato certo la possibilità della *constatazione di congruenza* su cui si basa la misurazione fisica.

Sforzandosi di salvare, almeno in parte, l'originaria dottrina kantiana dello spazio, Helmholtz riconosce che i due tratti essenziali di tale dottrina (ovvero il fatto che lo spazio sia forma pura dell'intuizione e che la geometria, in quanto scienza dello spazio, sia una forma di conoscenza *sintetica a priori*) non sono tra loro in una connessione tale che la seconda discenda dalla prima. Per quanto sia possibile riconoscere nello spazio una forma pura dell'intuizione come condizione generalissima dell'esperienza del mondo esterno, infatti, ciò tuttavia non implica il carattere *apriorico* del sapere geometrico: al contrario, si può al massimo inferire che tutti gli oggetti del mondo esterno devono essere necessariamente dotati di un'estensione spaziale, per quanto il carattere geometrico di questa estensione costituisca senz'altro un fatto di esperienza. Richiamandosi alla concezione newtoniana della geometria come fondata «sulla prassi della meccanica» e come «parte della meccanica universale che propone e dimostra l'arte di misurare accuratissimamente»[110], Helmholtz riconosce, in accordo con Riemann, il contenuto empirico-fisico della geometria, e alle obiezioni circa la non-intuitività delle geometrie non euclidee contrappone una propria definizione di *intuitività* come completa possibilità immaginativa di quelle impressioni sensoriali che un oggetto produce in noi, sotto qualsiasi condizione di osservazione concepibile, secondo le leggi note dei nostri organi di senso e in forza delle quali esso differisce da altri oggetti simili[111]. In questo senso, rispetto all'idea secondo cui un tentativo di dimostrazione sperimentale della geometria implicherebbe sempre affermazioni fisiche sul comportamento dei corpi rigidi e dei raggi luminosi, «si può rilevare che le singole leggi della fisica non ammettono una conferma sperimentale più di quanto non l'ammettano quelle della geometria considerate ciascuna di per sé, e che una teoria costruttiva può essere sottoposta a verifica solo *come un tutto*»[112].

110. Newton (1965, p. 56). Il passo citato è tratto dalla breve *Praefatio ad Lectorem* dell'edizione del 1687.

111. Cfr. Helmholtz (1878).

112. Weyl (1967, p. 163).

Come tale, secondo Helmholtz[113], la geometria di una varietà tridimensionale come lo spazio si può caratterizzare a partire da alcuni *princìpi* o *fatti* che ne sono alla base: 1. lo spazio, come già per Riemann, definisce una varietà *n*-estesa in cui un punto, come entità singola, può essere determinato misurando alcune grandezze (o coordinate) continue e variabili indipendentemente l'una dall'altra e in cui il movimento di un punto si accompagna al cambiamento continuo di almeno una delle coordinate; 2. si presuppone l'esistenza di corpi, e rispettivamente di sistemi di punti, mobili ma rigidi per sé stessi, così che tra le coordinate di ogni coppia di punti esiste un'equazione invariante per coppie congruenti e per i movimenti del corpo; 3. si presuppone una mobilità assolutamente libera dei corpi rigidi o, in altri termini, che ogni loro punto possa trasferirsi in modo continuo al posto di qualsiasi altro punto; 4. due grandezze congruenti rimangono tali anche se una di esse ha subìto un rivolgimento secondo un qualsiasi asse di rotazione; 5. lo spazio ha tre dimensioni; 6. l'estensione dello spazio è infinita. Avanzando il principio della *libera mobilità dei corpi rigidi* (che non comporta cioè alcun cambiamento in termini di forma e dimensione) e quello della *monodromia* (un corpo fatto ruotare intorno a un qualsiasi asse preso arbitrariamente ritorna alla sua posizione originaria senza variazioni in termini di lunghezza), Helmholtz sviluppa una serie di conseguenze matematiche che di fatto coincidono con il punto di partenza delle ricerche di Riemann, per il quale «esiste un'espressione omogenea di secondo grado nei differenziali, che in ogni moto di due punti connessi rigidamente tra loro a distanza molto piccola rimane immutata»[114]. Una geometria così costruita non può attribuire allo spazio euclideo un valore di necessità universale: sono infatti concepibili differenti spazi con diversi gradi di curvatura. Come tale, la geometria è costituita di fatti che sono verificabili, confutabili o acquisibili con l'esperienza e non presenta leggi estranee ai princìpi della meccanica o totalmente distinte da essa.

Al di là degli aspetti più tecnici contenuti nella memoria del 1868, ripresa peraltro dal matematico norvegese Marius Sophus Lie (1842-1899) nel contesto della teoria dei *gruppi di trasformazione*[115], ciò che

113. Cfr. Helmholtz (1967a, pp. 426-30).

114. Ivi, p. 442.

115. In particolare, Lie sostituisce il concetto di mobilità nello spazio con la nozione matematica di *trasformazione* fra due sistemi di coordinate, riducendo così il concetto geometrico di congruenza all'esigenza di una certa invarianza per tali trasformazioni. Su questa base, lo spostamento di un corpo rigido è equivalente a una trasformazione biunivoca di tutto lo spazio, e due spostamenti successivi risultano sostituibili da un'unica terza trasformazione. Al riguardo, cfr. Boi (1995, pp. 327-413). Più in generale, per un'analisi storica della ricezione delle idee helmholtziane nel *milieu* scientifico della seconda metà del XIX secolo, cfr. Richards (1988).

ci interessa chiarire qui è il significato complessivo dell'empirismo geometrico helmholtziano e della sua idea di spazio. Nella conferenza *Über den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome*, tenuta presso il *Dozentenverein* di Heidelberg nel 1870, Helmholtz si domanda innanzitutto se l'ipotesi della libera mobilità delle strutture spaziali rigide non contenga uno o più presupposti logicamente indimostrati. La risposta è ovviamente positiva, e ciò proverebbe che «ogni dimostrazione di congruenza dipende da un dato di fatto meramente empirico»[116]. In questo senso, Helmholtz considera come uno dei risultati più decisivi proprio la scoperta delle geometrie non euclidee, ma in luogo di una loro spiegazione puramente matematica preferisce, mutuando idee e concetti dalla sua esperienza di fisiologo e di ottico, «darne in certa misura un'idea intuitiva»[117], immaginando cioè ipotetici universi, strutturati secondo uno specifico modello geometrico, i cui abitanti siano sottoposti alle leggi proprie della loro particolare geometria. È quanto avviene nel caso seguente, in cui è descritto un mondo rigorosamente bidimensionale:

> Immaginiamo – ciò non è logicamente impossibile – che esistano esseri dotati di ragione, bidimensionali, viventi e moventisi sulla superficie d'uno dei nostri corpi solidi. Ammettiamo che essi non possano percepire alcunché fuori di questa superficie, ma che possano percepire in modo simile al nostro entro l'àmbito della superficie su cui si muovono. Se tali esseri costruissero la loro geometria, attribuirebbero naturalmente al loro spazio due sole dimensioni. Essi determinerebbero che un punto in movimento descrive una linea, e che una linea in movimento descrive una superficie: ciò costituirebbe la più completa struttura spaziale da loro conosciuta. Ma esseri bidimensionali riuscirebbero tanto poco a rappresentarsi un'ulteriore struttura dello spazio, che potrebbe formarsi se una superficie si muovesse uscendo fuori dal proprio spazio superficiale, quanto riuscimmo noi a rappresentarci una struttura formantesi per il movimento d'un corpo fuori dello spazio che ci è noto. [...] Gli esseri bidimensionali, inoltre, potrebbero anche tracciare linee brevissime nel loro

116. Helmholtz (1967b, p. 503).

117. Ivi, p. 504.

spazio superficiale. Non si tratterebbe necessariamente di linee rette nel nostro senso, ma di quel che noi, con la terminologia geometrica, chiameremmo *linee geodetiche* della superficie, dove quegli esseri si troverebbero a vivere[118].

Un discorso analogo è svolto anche per altri ipotetici esseri immaginari, viventi su un piano infinito[119], sulla superficie di una sfera[120] o sulla su-

118. Ivi, pp. 504-5. Sul piano letterario, un'interessante corrispondenza con quest'ordine di idee si può ritrovare nel noto racconto fantascientifico *Flatland*, pubblicato nel 1884 dal teologo e pedagogista britannico Edwin Abbott (1838-1926). Con un sottile intento dissacratorio nei confronti della rigidità gerarchica della società vittoriana ottocentesca, Abbott descrive un immaginario mondo bidimensionale (*Flatlandia*) i cui abitanti sono confinati a viverci senza alcuna percezione di quanto succede al di fuori del loro spazio e senza alcun mezzo per uscirne. Protagonista della narrazione è un abitante di *Flatlandia*, Quadrato, la cui vita viene un giorno sconvolta dall'improvviso incontro con Sfera, una mostruosa creatura tridimensionale che abita nell'universo di *Spacelandia* e dalla quale apprende – per cercare poi di illustrarla ai propri concittadini – l'esistenza della terza dimensione. A questo proposito, cfr. Abbott (2018).

119. «Se esseri cosiffatti vivessero poi su un piano infinito, essi formulerebbero una geometria identica alle nostre teorie planimetriche. Essi sosterrebbero che tra due punti è possibile soltanto *una* linea retta; che per un terzo punto fuori di essa può essere tracciata *una* parallela soltanto alla retta data; che le altre rette possono essere prolungate all'infinito senza incrociarsi una seconda volta, e così via. Lo spazio degli esseri da noi ipotizzati potrebbe estendersi all'infinito, ma quand'anche questi esseri urtassero contro un limite alla loro possibilità di muoversi e di percepire, nulla vieterebbe loro di rappresentarsi in modo intuitivo un prolungamento oltre tale limite. Così lo spazio finirebbe con il sembrar loro infinito, proprio come accade a noi rispetto al nostro spazio, sebbene anche noi possiamo abbandonare fisicamente la Terra, e il nostro sguardo arrivi soltanto fino a dove vi sono stelle fisse visibili» (Helmholtz, 1967b, pp. 505-6).

120. «Le loro linee brevissime ovvero rettissime tra due punti sarebbero allora un arco del circolo massimo, che si può far passare attraverso i punti considerati. Ogni circolo massimo, che passa attraverso due punti dati, si divide, pertanto, in due parti. Se queste sono di diversa lunghezza, la parte più breve è senza dubbio l'unica linea brevissima sulla sfera, che passi tra i due punti dati. [...] Se, poi, i due punti dati rappresentano le estremità di uno stesso diametro, tutti i piani passanti per questo diametro individuano sulla superficie della sfera semicerchi, i quali tutti sono linee brevissime tra le estremità. In tal caso vi sono, dunque, infinite linee brevissime, uguali l'una all'altra, fra i due punti dati. Questi esseri viventi su una sfera non conoscerebbero linee parallele. [...] La somma degli angoli d'un triangolo sarebbe sempre maggiore di due retti, tanto più quanto più grande è la superficie del triangolo. Proprio per questo a tali esseri mancherebbe anche il concetto della somiglianza di forma geometrica tra le figure più e meno grandi dello stesso tipo. [...] È chiaro, dunque, che esseri viventi su una sfera, pur essendo dotati delle medesime facoltà logiche, formulerebbero un

perficie di un corpo di forma ovoidale[121]: in ogni caso, «secondo il tipo dello spazio ambientale, esseri dotati di capacità intellettive affatto corrispondenti alle nostre formulerebbero assiomi geometrici diversi»[122]. Secondo Helmholtz, infatti, non solo non esiste alcuna contraddizione logica nell'ammettere l'esistenza di sistemi geometrici alternativi a quello euclideo (con le relative ricadute sul piano della concezione della spazialità), ma questa stessa ammissione non risulta neppure incompatibile con la nostra intuizione. In questo senso, ciascuno degli esseri immaginari considerati non può che concepire *naturalmente* il sistema geometrico che caratterizza il proprio specifico, seppur limitato, universo. La varietà dimensionale risulta così dipendente dalla tipologia di spazio (bidimensionale, tridimensionale, *n*-dimensionale) in cui ciascuno di essi vive, e gli assiomi geometrici – che «parlano non soltanto di rapporti spaziali, ma nello stesso tempo anche del comportamento meccanico dei corpi affatto rigidi durante il moto»[123] – possiedono un *contenuto reale* che può essere senz'altro confermato o confutato dall'esperienza, ma che proprio per questo è acquisito *anche* con l'esperienza. In altri termini, secondo Helmholtz, il nostro sapere geometrico (vale a dire la nostra intuizione dello spazio corrispondente agli assiomi euclidei) non è dovuto a sistemi accuratamente elaborati di precise misure geometriche o numerose osservazioni dei rapporti spaziali, né tanto meno a una forma trascendentale che precede aprioristicamente ogni esperienza. Piuttosto, esso rappresenta una modalità di conoscenza empirica «che la nostra memoria acquisisce mediante accumulo e raffor-

sistema di assiomi geometrici affatto diverso da quello che potrebbero formulare gli esseri viventi sul piano e noi stessi, che viviamo invece in uno spazio a tre dimensioni» (ivi, pp. 506-7).

121. «Fra tre punti d'una superficie cosiffatta sarebbe possibile tracciare linee brevissime, e costruire così un triangolo. Ove si cercasse, però, di costruire triangoli congruenti in diverse aree di tale superficie, si troverebbe che due triangoli aventi uguali i lati più lunghi avrebbero angoli disuguali. Disegnando il triangolo all'estremità aguzza dell'uovo, la somma dei suoi angoli sarebbe diversa da due retti più di quanto lo sarebbe la somma degli angoli d'un triangolo disegnato sull'estremità ottusa; ne risulta che su una superficie cosiffatta neppure una struttura spaziale semplice come un triangolo può essere spostata da un punto all'altro senza subire modificazioni di forma. Parimente si vedrebbe che, disegnando sulla superficie d'un uovo cerchi di ugual raggio (la lunghezza dei raggi misurata dalle linee brevissime a decorso superficiale), la loro parte periferica sarebbe maggiore nel caso dei cerchi disegnati sull'estremità ottusa» (ivi, p. 507).

122. *Ibid.*

123. Ivi, p. 530.

zamento di successive impressioni omogenee»[124]. In sostanza, ciò che Helmholtz contesta a Kant non è tanto l'ammissione di un principio generalissimo di organizzazione spaziale della realtà esterna, quanto gli sviluppi trascendentali della sua dottrina dello spazio, per la quale la geometria euclidea varrebbe come scienza *a priori*. Come forma pura dell'intuizione, infatti, lo spazio condurrebbe al solo riconoscimento del necessario carattere spaziale di tutti gli oggetti del mondo esterno in quanto *estesi*, mentre il carattere geometrico di tale estensione è semplicemente un fatto di esperienza, non un principio dato *a priori*. D'altra parte, per quanto la rappresentazione (non solo psicologica) degli spazi non euclidei risulti complicata per mancanza di abitudine, essa rimane comunque un'operazione possibile.

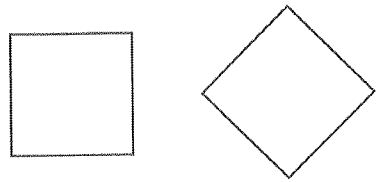
Se una posizione intermedia tra quella di Riemann e quella di Helmholtz è rappresentata dal lavoro del filosofo tedesco Benno Erdmann (1851-1921) e dalla sua idea di spazio come grandezza o quantità continua a tre dimensioni che contempla anche la curvatura come propria caratteristica[125], il problema del rapporto tra geometria, spazio ed esperienza merita di essere letto anche alla luce della proposta teorica di Ernst Mach, del quale abbiamo già avuto modo di considerare la dura critica al concetto newtoniano di spazio assoluto. Al nome di Mach si legano fondamentali contributi nel campo della meccanica, dell'acustica, dell'elettrologia, dell'ottica, della termodinamica e dell'idrodinamica. Su un fronte più strettamente filosofico, egli può essere considerato il principale teorico del *fenomenismo* (o meglio *empiriocriticismo*), dottrina gnoseologica secondo la quale i concetti e le teorie scientifiche sono privati del potere di rispecchiare la natura delle cose e godono dell'unica funzione di organizzare, nel modo più *economico* ed efficace possibile, la molteplicità dei dati sensibili. Formatosi nell'austera scuola fisico-sperimentale austriaca del XIX secolo e influenzato dalla lezione del fisiologo tedesco Ewald Hering (1834-1918)[126], negli

124. Ivi, p. 531.
125. Cfr. Erdmann (1877).
126. Secondo Mach, infatti, il merito maggiore di Hering è quello di aver fornito una spiegazione dei fenomeni visivi in senso *empirico-fisiologico*, senza cioè ricorrere ad alcun concetto *mentalistico*. Più ancora, Hering è per Mach «colui che ha fatto piazza pulita nel modo più radicale degli antichi pregiudizi», dal momento che «egli parte dall'idea che lo *spazio visivo* quale ci è dato immediatamente debba essere distinto nel modo più netto dal nostro *concetto di spazio*, che si è andato formando in noi sulla base di esperienze particolari» (Mach, 1975, p. 127).

ultimi capitoli di *Erkenntnis und Irrtum* (1905) Mach delinea una concezione empiristica della geometria che spiega l'origine dei concetti geometrici da un processo di astrazione e idealizzazione compiuto dall'intelletto sul dato sensibile. Secondo Mach, infatti, non sarebbe l'esperienza sensibile a fondarsi sui princìpi geometrici, ma gli stessi princìpi geometrici a fondarsi sull'esperienza. Su questa base, la geometria costituisce quella parte della fisica che ha il compito di misurare le proprietà metriche dei corpi. Così lo *spazio metrico* o *geometrico*, «concettualmente più chiaro»[127], lungi dal costituire la brutta copia dello *spazio fisiologico* («più vicino alla sensazione»[128]) o un sistema di sensazioni spaziali, si configura come il risultato della misura dei rapporti spaziali percepiti dal senso. A differenza dello spazio fisiologico, che è finito e limitato e ha estensione diversa nelle varie direzioni, lo spazio geometrico ha le stesse proprietà ovunque e in tutte le direzioni (è cioè omogeneo e isotropo) ed è illimitato in senso riemanniano; entrambi, però, hanno in comune la *triplice* varietà dimensionale e la continuità. Se dunque lo spazio fisiologico (in quanto *dato sensibile*) e lo spazio metrico (in quanto *concetto*) hanno, in ultima istanza, natura e origini differenti, «i concetti geometrici vengono acquisiti in massima parte con esperienze intenzionali»[129], e la stessa uguaglianza o congruenza geometrica non può coincidere con l'uguaglianza fisiologica. In fondo, se le sensazioni di spazio, nella loro connessione biologica, condizionano fisiologicamente il riconoscimento di una figura, questo riconoscimento – come scrive Mach in *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen* (1886) – «non è prodotto da considerazioni geometriche, poiché queste non appartengono alla sensazione bensì all'intelletto»[130], e le relative sensazioni spaziali fungono da fondamento di ogni sistema geometrico. Due figure, infatti, «possono essere geometricamente congruenti ma fisiologicamente del tutto diverse»[131], come nel caso di quelle riportate nella FIG. 5.19, le quali non potrebbero mai essere riconosciute nella loro uguaglianza senza operazioni *meccaniche* e *intellettuali*.

127. Mach (1982, p. 344).
128. *Ibid.*
129. Ivi, p. 330.
130. Mach (1975, p. 113).
131. *Ibid.*

FIGURA 5.19
Due figure geometricamente congruenti ma fisiologicamente differenti



Su questa base, secondo Mach, «bisogna distinguere nettamente fra le proprietà geometriche e quelle fisiologiche di una figura spaziale»[132]. Se è pur vero che le proprietà fisiologiche risultano *in parte* determinate da quelle geometriche, esse «hanno invece molto probabilmente dato il primo impulso a ricerche geometriche»[133]. Infatti,

> la *retta* ha attratto probabilmente l'attenzione non mediante la sua proprietà di essere la distanza *più breve* fra due punti, bensì prima di tutto grazie alla sua *semplicità fisiologica*. Anche il *piano* ha, oltre alle sue proprietà geometriche, un valore particolarmente fisiologico-ottico (estetico) mediante il quale attrae l'attenzione [...]. La divisione del piano e dello spazio secondo angoli *retti* ha non soltanto il vantaggio di formare parti *uguali*, bensì anche un particolare *valore di simmetria*. Il fatto che figure geometriche congruenti e simili possano essere portate in un orientamento tale da far risaltare fisiologicamente la loro somiglianza ha fatto senza dubbio sì che questi tipi di parentela geometrica fossero indagati prima di altri meno evidenti, come l'affinità, la collineazione e altri. Una geometria scientifica non è pensabile senza una cooperazione dell'intuizione sensibile e dell'intelletto[134].

Quest'ordine di idee necessita di un chiarimento. Posto che, secondo Mach, esiste uno spazio sensibile diverso da quello geometrico frutto di astrazione e semplificazione, bisogna però escludere che lo spazio intellettuale (cioè l'*idea* di spazio) rappresenti un sistema di sensazioni spaziali nel senso di Berkeley e Hume o una forma di intuizione pura nell'accezione kantiana. Secondo Mach, infatti, la formazione dell'idea di spazio si lega a operazioni di misura compiute sui dati sensibili, così che la nostra stessa conoscenza geometrica non può che derivare ora

132. Ivi, p. 124.
133. *Ibid.*
134. *Ibid.*

da *forme spaziali* colte fisiologicamente, ora da *operazioni di confronto* condotte su corpi diversi: «di qui anche le divergenti interpretazioni della geometria, che viene riferita alla pura e semplice intuizione o all'esperienza fisica secondo che l'uno o l'altro momento venga sopravvalutato o trascurato»[135]. Ciò nonostante, «entrambi i momenti hanno cooperato allo sviluppo della geometria e sono ancora operanti nella geometria attuale: come si è visto, in definitiva essa non si serve affatto di concetti meramente metrici»[136]. Lo spazio della geometria, del resto, non rappresenta il semplice sistema delle nostre sensazioni spaziali (vista e tatto), ma si struttura in forza di una quantità di esperienze fisiche concettualmente idealizzate che vanno a legarsi alle sensazioni spaziali: «intuizione, esperienza fisica e idealizzazione concettuale sono dunque i tre momenti che cooperano nella geometria scientifica. L'aver sopravvalutato o sottovalutato l'uno o l'altro momento ha condotto alle opinioni molto divergenti di vari autori sulla natura della geometria»[137].

Dal punto di vista dell'indagine fisica, poi, i rapporti tra geometria (euclidea) e meccanica (classica) sono quanto mai stretti, soprattutto a causa della comune origine *fattuale* di queste due scienze (cioè la misura dei fenomeni). Posto che lo spazio della meccanica è quello tridimensionale isotropo, simmetrico e omogeneo proprio della geometria euclidea, in esso i corpi di cui tratta la meccanica perdono le proprie qualità chimiche e di stato e vengono rappresentati, pur conservando la *rigidità*, nella loro astrattezza, privi cioè di calore, colore, elettricità. Di contro, lo spazio reale (fisico) non deve essere confuso con lo spazio della meccanica, che, come tale, è quello euclideo e costituisce un ente di ragione.

Nel contesto dei rapporti tra geometria, meccanica e fisica, secondo Mach è però possibile adottare anche una prospettiva di indagine differente. La scoperta dei sistemi geometrici non euclidei, di cui Mach offre una significativa disamina storica[138], ha di fatto messo in crisi l'idea della geometria euclidea come unico sistema logicamente possibile. Posto che il fisico non può contestare il diritto del matematico di elaborare costruzioni mentali prescindendo dalla loro applicazione alla realtà sensibile,

135. Mach (1982, p. 375).
136. *Ibid.*
137. Mach (1975, p. 181).
138. Cfr. Mach (1982, pp. 396-411).

le nuove geometrie non euclidee possono essere estese anche alle relazioni spaziali che cadono sotto i nostri sensi. In fondo, se lo stesso concetto di spazio è andato sempre più separandosi dalla rappresentazione intuitiva e immediata dello spazio fisiologico, tanto il fisico quanto il matematico – una volta chiarita la natura metrica dello spazio intellettuale (o geometrico) e il suo non essere copia o riproduzione di quello sensibile – possono godere di un certo grado di libertà nella misurazione della «profondità dell'inesplorato»[139]. Dal canto loro, poi, le geometrie non euclidee hanno contribuito all'ampliamento del concetto di *spazio astratto*, imponendo la necessità di una chiarificazione della sua possibilità conoscitiva: se dunque i nostri concetti geometrici «contengono aggiunte estranee allo spazio»[140] che rappresentano la spazialità tanto con una certa libertà quanto con un grado di esattezza maggiore di quanto consenta la nostra osservazione dello spazio fisico, «il contatto imperfetto tra fatto e concetto è ciò che rende intellegibile, appunto, la possibilità di sistemi (teorie) geometrici diversi. Si può dire esattamente la stessa cosa anche per la fisica»[141].

5.5
Geometria, spazio e convenzioni: Poincaré tra Russell e Le Roy

La discussione sulle esperienze psicologiche che determinano la rappresentazione dello spazio (e il suo relativo concetto) assume particolare rilievo nella seconda metà del XIX secolo. La pressoché illimitata possibilità di creare sistemi geometrici alternativi a quello euclideo e la progressiva ridefinizione dei rapporti tra geometria e mondo fisico trovano un'originale interpretazione nella prospettiva filosofica del *convenzionalismo*, il cui maggiore esponente è il fisico e matematico francese Jules-Henri Poincaré (1854-1912). Se come fisico Poincaré – «una specie di Kant liberato dai rimasugli della scolastica medievale e unto con il crisma della scienza moderna»[142], a detta del neopositivista Phi-

139. Ivi, p. 416.

140. Ivi, p. 414.

141. *Ibid.*

142. Frank (1973, p. 23). Sotto questo profilo, il convenzionalismo geometrico di Poincaré potrebbe essere inquadrato proprio come un tentativo di rimodellare que-

lipp Frank (1884-1966) – ha contribuito alla diffusione dell'elettrodinamica maxwelliana e con la sua critica della nozione di *simultaneità* è arrivato a un passo dalla formulazione della teoria della relatività[143], come matematico si è dedicato a fondamentali ricerche in tutti i campi dell'analisi e della teoria delle funzioni, provvedendo anche a una generale sistemazione della topologia algebrica[144]. Profondamente influenzato dalle ricerche di Riemann e Lobačevskij (ma anche di Joseph Gergonne, Julius Plücker e Sophus Lie), Poincaré ha sviluppato la propria concezione della geometria e dello spazio nel contesto di una riflessione epistemologica sulle nuove teorie fisiche (come la teoria della relatività e la teoria dei quanti) e sui fondamenti della matematica (segnatamente contro il logicismo di Peano, Frege e Russell, secondo cui la giustificazione di un concetto matematico consiste nella sua definibilità in termini di concetti logici).

Il punto di vista convenzionalistico di Poincaré si trova esposto soprattutto in una serie di articoli raccolti in *La science et l'hypothèse* (1902) e *La valeur de la science* (1905), e può essere preliminarmente sintetizzato nei termini seguenti. Poiché l'adozione di una particolare geometria è solo un problema di scelta convenzionale, motivata e concordata tra gli scienziati, non è possibile formulare conclusioni definitive sulle caratteristiche della geometria dello spazio fisico. Inoltre, neppure l'esperimento può dire nulla sulla reale struttura dello spazio, ma soltanto sulle relazioni sussistenti tra gli oggetti materiali. Di conseguenza, la scelta di una geometria specifica rispetto a un'altra risulta subordinata alla possibilità di formulare, grazie ad essa, le leggi di natura nel modo più semplice: in altri termini, la scelta tra la rappresentazione euclidea dello spazio e quella non euclidea è soltanto una questione *di comodo*. Su questa base, Poincaré è erroneamente convinto – lo ha dimostrato chiaramente Einstein con la teoria della relatività generale – che la geometria euclidea, come sistema geometrico *più conveniente*, possa rimanere sempre la favorita all'interno delle diverse teorie scientifiche, la cui forma o struttura concettuale è peraltro pu-

gli aspetti della filosofia kantiana messi in discussione dalla nascita dei nuovi sistemi geometrici non euclidei.

143. Fin dal 1901, infatti, Poincaré ha previsto l'indipendenza dei fenomeni elettrici e di quelli ottici da un moto rettilineo uniforme dell'osservatore. Al riguardo cfr., tra gli altri, Giedymin (1982, pp. 149-95) e Miller (1981; 1996).

144. Cfr. Poincaré (1993; 1995).

ramente convenzionale. Su questa base, per esempio, anche nel caso in cui si potesse provare che la somma degli angoli interni di un triangolo è maggiore di 180°, sarebbe in ogni caso preferibile assumere la geometria euclidea nella descrizione del mondo fisico perché è la geometria più comoda e perché consente una rappresentazione più semplice dello spazio, allo stesso modo in cui le varie ipotesi fisiche vengono assunte, scartate o riprese in funzione della loro capacità di organizzare nel modo più semplice le relazioni tra i fenomeni.

Poincaré muove dall'esplicita distinzione, centrale per la riflessione epistemologica otto-novecentesca sulla costituzione e sulla natura dello spazio, tra *spazio geometrico* e *spazio rappresentativo*. Lo spazio geometrico, quello propriamente detto, presenta caratteristiche differenti da quelle dello spazio rappresentativo: il primo è infatti continuo, infinito, tridimensionale, omogeneo e isotropo, mentre il secondo – nella sua triplice forma visiva, tattile e motoria – è una sua approssimazione sensibile, «un'immagine deformata da una sorta di prospettiva»[145], non è né omogeneo né isotropo, né si può affermarne con certezza la tridimensionalità. Le nostre rappresentazioni derivano direttamente dalle nostre sensazioni, ed è per questo che la cornice al cui interno esse si dispongono e si organizzano, vale a dire lo spazio rappresentativo, è radicalmente diversa dallo spazio geometrico. Come tale, dunque, lo spazio rappresentativo – una sorta di «quadro interamente predisposto per le nostre sensazioni e per le nostre rappresentazioni»[146] – non può essere propriamente considerato una forma *a priori* della sensibilità nel senso di Kant: esso si costituisce empiricamente a partire dalle sensazioni, senza presupporre alcuna nozione di spazio. In sé qualitativamente diverse, le sensazioni vengono classificate in base alla loro natura e ordinate secondo una scala di intensità sullo sfondo di una categoria psicologica fondamentale: la nozione matematica di *gruppo di trasformazioni*, base del convenzionalismo geometrico poincareano. A differenza delle intuizioni pure kantiane, infatti, la nozione di gruppo non si impone alla sensibilità (le sensazioni, se considerate individualmente, potrebbero infatti sussistere a prescindere da essa), ma è necessaria per confrontare le sensazioni spaziali e, in ultima istanza, scegliere fra tutte le geometrie logicamente valide quella *più comoda* per interpretare lo spazio in cui ci si trova (o che si vuole analizzare). Da questo punto di

145. Poincaré (2012, p. 97).
146. Ivi, p. 89.

vista, quindi, la nozione di gruppo emerge *grazie* all'esperienza, ma *non* è da essa determinata, dal momento che noi disponiamo potenzialmente di un certo numero di modelli di gruppi e l'esperienza ci aiuta soltanto a scoprire quale fra questi modelli si allontani meno dalla realtà o sia ad essa più aderente:

> Oggetto della geometria è lo studio di un "gruppo" particolare; ma il concetto generale di gruppo preesiste nella nostra mente, perlomeno in potenza. Esso si impone a noi, non come forma della nostra sensibilità, bensì come forma del nostro intelletto. Solo che tra tutti i gruppi possibili bisogna scegliere quello che sarà per così dire il *campione* cui rapportare i fenomeni naturali. L'esperienza ci guida nella scelta, ma non ce la impone; non ci fa riconoscere qual è la geometria più vera, ma qual è quella più *comoda*[147].

Per quanto la possibilità di costruire sistemi geometrici non euclidei sembri confermare l'impossibilità di ricondurre la verità e la necessità della geometria euclidea alla struttura della mente umana, un'interpretazione riduttiva della geometria in senso empiristico (come quella di Helmholtz, per esempio) non può tuttavia rappresentare una valida alternativa alla soluzione kantiana. Per Poincaré, infatti, «non si sperimenta su rette o circonferenze ideali; lo si può fare unicamente su oggetti materiali»[148], e «se la geometria fosse una scienza sperimentale, non sarebbe una scienza esatta, ma sarebbe sottoposta a continua revisione»[149], dal momento che al suo interno non si danno affatto solidi rigorosamente invariabili. Gli stessi assiomi della geometria, lungi dal costituire verità *sintetiche a priori*, non possono essere ritenuti necessariamente veri – per quanto, «suggerendo che fossero creazioni umane, la posizione di Poincaré poteva essere descritta vagamente come neokantiana»[150] – e devono essere considerati mere *convenzioni* o «definizioni camuffate»[151]. Su questa base, «tra tutte le convenzioni possibili, la nostra scelta è *guidata* da fatti sperimentali; ma resta *libera* ed è limitata unicamente dalla necessità di evitare qualsiasi contraddizione»[152]. Come scrive Giedymin, in Poincaré

147. Ivi, p. 117.
148. Ivi, p. 85.
149. *Ibid.*
150. Oldroyd (1989, p. 248).
151. Poincaré (2012, p. 85).
152. *Ibid.*

il ruolo dell'esperienza nella geometria è duplice: i concetti e gli assunti geometrici *hanno origine nell'esperienza*; dalla condizione di generalizzazioni empiriche idealizzate gli assunti della geometria sono poi elevati alla condizione di *principi convenzionali* o *convenzioni terminologiche*; inoltre, nelle *applicazioni della geometria metrica* noi siamo *guidati nella nostra scelta* di un sistema di geometria metrica dalla sua *semplicità* (in senso psicologico, pragmatico e matematico) e dalla sua *convenienza*, ma anche da *considerazioni empiriche* pertinenti tale semplicità e convenienza, per esempio, dalla nostra consapevolezza dell'esistenza in natura di corpi solidi i cui movimenti si approssimano notevolmente alla struttura del gruppo euclideo[153].

Del resto, per Poincaré «una geometria non può essere più vera di un'altra; può soltanto essere più comoda»[154]. Questo principio di comodità non implica però che ogni geometria – che in ultima istanza definisce lo studio delle proprietà formali di un certo *gruppo continuo* tra i molti possibili – possa funzionare e dunque andare bene in maniera indiscriminata. Sono invece considerazioni di carattere pragmatico (e non logico) a dare fondamento e solidità a una determinata scelta. In questo senso, la geometria euclidea rappresenta, diversamente da quella non euclidea, il sistema geometrico più comodo almeno per due motivi:

> 1° Perché è la più semplice; e non lo è soltanto per le nostre abitudini intellettuali o per non so quale intuizione diretta che avremmo dello spazio euclideo; è la più semplice in sé, proprio come un polinomio di primo grado è più semplice di uno di secondo grado; le formule della trigonometria sferica sono più complicate di quelle della trigonometria rettilinea, e apparirebbero ancora tali agli occhi di un analista che ne ignorasse il significato geometrico. 2° Perché si accorda piuttosto bene con le proprietà dei solidi naturali, corpi questi che tocchiamo con le nostre membra e che vediamo con i nostri occhi e con i quali costruiamo i nostri strumenti di misura[155].

Per non essere frainteso, quest'ordine di idee – al di là della sua estensibilità alle teorie fisiche, come nel caso della meccanica classica[156] – ri-

153. Giedymin (1982, pp. 25-6).
154. Poincaré (2012, p. 87).
155. *Ibid.*
156. Cfr. ivi, pp. 143-71. Poincaré arriva infatti a suggerire che, oltre alla matematica, anche la fisica abbia al suo interno importanti aspetti convenzionali. È quanto accade, per esempio, con i tre princìpi della dinamica o con la legge di gravitazione universale di Newton, divenuti *veri per convenzione* dopo la perdita dell'iniziale status di *generalizzazioni empiriche*.
157. Cfr. Russell (1975, pp. 13-8).
158. Cfr. ivi, pp. 191-215.

chiede ulteriori chiarificazioni che è possibile trarre alla luce delle polemiche intrattenute da Poincaré, tra la fine del XIX secolo e i primissimi anni del Novecento, con il filosofo e matematico britannico Bertrand Russell (1872-1970) e con il filosofo e teologo francese Édouard Le Roy (1870-1954).

Nel suo *Essay on the Foundations of Geometry*, che costituiva la rielaborazione della sua tesi di dottorato presso il Trinity College di Cambridge, Russell sviluppava un originale (ma controverso) tentativo di difesa della filosofia kantiana della geometria in cui cercava di comprendere, in un unico *a priori* formale, sia la geometria euclidea che quella non euclidea (detta *metageometria*). Egli prendeva le mosse da una concezione puramente logico-epistemologica dell'*a priori* kantiano, svincolata cioè dagli equivoci psicologico-soggettivistici dell'intuizione pura[157], e in forza dei più recenti sviluppi delle geometrie non euclidee riconosceva *kantianamente* come la mente umana non potrebbe fare alcuna esperienza delle proprietà e delle relazioni spaziali se non fosse dotata di una qualche forma di *esternalismo* o *esternalità*[158]. In questo senso, Russell si proponeva di enucleare, nella geometria, un elemento formale *a priori*, reso possibile da un'indagine sulle condizioni di possibilità dell'esperienza esterna e dei presupposti alla base della nostra capacità di misurazione, e un elemento materiale *empirico*, derivato unicamente dall'esperienza. Poiché l'universalità della base assiomatica della geometria euclidea era stata smentita dalla scoperta delle geometrie non euclidee, Russell individuava l'elemento *a priori* negli assiomi della geometria proiettiva (come sottosistema geometrico che riguarda le relazioni tra punti, rette e piani, senza ricorso alle nozioni metriche di distanza e di angolo) e nei corrispondenti postulati della geometria metrica (come quelli del *libero movimento* e dell'*omogeneità dello spazio*) come parte comune delle geometrie euclidea, iperbolica ed ellittica a curvatura costante. L'elemento empirico era invece rappresentato dalla considerazione del carattere euclideo dello spazio fisico e della sua tridimensionalità, cui si legava la concomitante negazione dell'esistenza reale di uno spazio curvo di tipo riemanniano. A Riemann, peraltro, Russell rinfacciava di avere ammesso indebitamente

la possibilità di spazi a curvatura variabile: attraverso una curiosa dimostrazione della validità *a priori* dell'assioma del libero movimento (il movimento cioè delle grandezze spaziali da un punto all'altro dello spazio senza distorsione), egli bollava come assurdo qualsiasi modello geometrico che avesse assunto spazi a curvatura non costante proprio perché in contraddizione con tale principio, uno dei presupposti della misurazione. Sostituendo «al pregiudizio euclideo un pregiudizio proiettivo»[159], Russell – che pure ammetteva la possibilità logica di una pluralità di geometrie non euclidee sulla base della validazione *a priori* della geometria proiettiva – finiva di fatto per togliere legittimità epistemologica proprio al modello geometrico che di lì a pochi anni sarebbe stato utilizzato da Einstein per la relatività generale: la geometria riemanniana a curvatura variabile[160].

L'anno successivo alla sua pubblicazione il saggio russelliano è oggetto di una lunga recensione, sulle pagine della "Revue de Métaphysique et de Morale", da parte del filosofo e matematico francese Louis Couturat (1868-1914)[161]. Proprio da questo ricco *compte rendu* prende le mosse la vivace *querelle* tra Russell e Poincaré, della quale sono diretta testimonianza una serie di articoli apparsi sulla medesima rivista tra

159. Kline (1999, vol. 2, p. 1206).

160. Per la verità, Russell ritornerà assai criticamente sul suo contributo nello scritto autobiografico *My Philosophical Development* (1959), proprio alla luce della sonora smentita ricevuta con la formulazione della teoria della relatività generale: «Il mio primo libro di filosofia, *An Essay on the Foundations of Geometry*, che era una rielaborazione della mia dissertazione universitaria, adesso mi appare alquanto banale. Avevo ripreso la domanda di Kant "Come è possibile la geometria?" e avevo deciso che era possibile se, e solo se, lo spazio costituiva una delle tre varietà riconosciute, una delle quali euclidea e le altre due non-euclidee ma aventi la proprietà di preservare una costante "misura di curvatura". La rivoluzione di Einstein ha spazzato via tutto ciò che somiglia a questa visione delle cose. La geometria nella teoria generale della relatività di Einstein è quella che io avevo dichiarato impossibile. La teoria dei tensori, sulla quale Einstein si è basato, avrebbe potuto essermi utile, ma non ne avevo mai sentito parlare finché lui non la utilizzò. Dettagli a parte, non penso che vi fosse alcunché di valido in quel primo libro» (Russell, 1995, p. 39).

161. Cfr. Couturat (1898). Qui l'*Essay* russelliano è entusiasticamente riletto dal kantiano Couturat – in polemica con Poincaré – come «l'Estetica trascendentale di Kant, riveduta, corretta e completata alla luce della Metageometria» (ivi, p. 355). Cfr. anche Couturat (1899). Sui rapporti tra Russell e Couturat cfr. soprattutto Russell (2001), da cui emerge con chiarezza come il matematico francese abbia visto nel giovane Russell un vero e proprio alleato nella sua lotta contro ogni forma di nominalismo.

il 1898 e il 1900[162]. Non è qui possibile ripercorrere analiticamente i contenuti di questa polemica: ci basti ricordare come Poincaré, sottolineando l'insufficienza dell'assiomatica russelliana, contesti tanto il carattere *a priori* degli assiomi della geometria proiettiva, quanto la possibilità di *esperimenti cruciali* relativa agli assiomi della geometria metrica.

Una seconda, significativa polemica, la cui valenza epistemologica investe un territorio più ampio rispetto a quello del sapere geometrico, riguarda il convenzionalismo radicale (che diviene a tutti gli effetti una forma di *nominalismo*) di Édouard Le Roy, seguace e successore di Henri Bergson sulla cattedra di Filosofia greca e latina al Collège de France (1921)[163]. Ispirandosi all'antipositivismo bergsoniano e radicalizzando alcune posizioni convenzionaliste dello stesso Poincaré, Le Roy ha proposto una concezione del sapere scientifico come semplice schematizzazione della realtà, utile a fini pragmatici ma incapace di coglierne la vera natura in termini di dinamismo evolutivo che dalla materia muove verso un grado sempre maggiore di perfezionamento[164]. Se nell'introduzione a *La science et l'hypothèse* Poincaré bolla come *nominalista* la posizione di chi, come Le Roy, rischierebbe di ridurre la scienza alla condizione di impotenza, è in *La valeur de la science* che egli replica con maggiore chiarezza all'affermazione dello stesso Le Roy (la cui posizione «non è solo nominalista, ma anche anti-intellettualistica»[165]), secondo cui lo scopo della scienza non sarebbe altro che l'*azione*:

> Non si può nemmeno dire che l'azione sia il fine della scienza, altrimenti dovremmo condannare gli studi fatti sulla stella Sirio con il pretesto che probabilmente non eserciteremo mai alcuna azione su questo astro? Secondo me invece la conoscenza è il fine, e l'azione il mezzo. Se mi rallegro per lo sviluppo industriale non è solo perché esso fornisce un facile argomento ai difensori della scienza, ma soprattutto perché dà allo scienziato la fede in se stesso e gli offre un campo di esperienza vastissimo, in cui le forze in gioco sono

162. Cfr. Russell (1898; 1899) e Poincaré (1899; 1900). Per una rilettura critica della *querelle* cfr., tra gli altri, Brenner (2014), Goldfarb (1988), Gray (2013, pp. 76-82), Grünbaum (1973, pp. 44-8), Nabonnand (2000), Voelke (2005, pp. 347-66).

163. Sulla polemica cfr. almeno Giedymin (1982, pp. 109-48), Gray (2013, pp. 67-76), Otero (1997), Szumilewicz-Lachman (1984).

164. Cfr. Le Roy (1899-1900; 1900).

165. Poincaré (1992, p. 159).

troppo colossali perché sia possibile ignorarle. Senza questa zavorra chissà se non decollerebbe, sedotto dal miraggio di qualche nuova scolastica, o se non dispererebbe credendo di aver solo sognato?[166]

Pensare, come fa Le Roy, che il *fatto* o l'*evento scientifico* costituisca una libera creazione dello scienziato è, secondo Poincaré, del tutto erroneo, dal momento che esso è il risultato dell'interpretazione che lo scienziato stesso compie sul *fatto* o *evento bruto* dell'esperienza. Infatti, se l'evento scientifico rappresenta solo l'evento bruto tradotto, per così dire, in un linguaggio più comodo, «abbiamo allora il diritto di dire che lo scienziato crea l'evento scientifico? Innanzitutto, non lo crea *ex nihilo* perché si serve dell'evento bruto. Di conseguenza non lo fa liberamente e *come vuole lui*. Per quanto abile sia l'operaio la sua libertà è sempre limitata dalle proprietà della materia prima sulla quale opera»[167]. In questo senso, se tutto ciò che lo scienziato *crea* in un evento scientifico è il linguaggio con cui lo enuncia e lo spiega, la libera iniziativa dello scienziato nella costruzione della teoria scientifica non può che consistere nel fatto che «lo scienziato interviene attivamente scegliendo gli eventi che meritano di essere osservati. Un evento isolato non ha per lui alcun interesse; considera solo quello che ritiene possa aiutare a predirne altri o se, essendo stato predetto, la sua verifica è la conferma di una legge»[168]. Come tali, dunque, le leggi scientifiche – e a maggior ragione i vari sistemi geometrici e la loro organizzazione della spazialità – godono soltanto di un carattere relativo (e non assoluto, come invece sostengono le diverse epistemologie positiviste), pur nella loro intima capacità di cogliere la realtà dei fenomeni. Nel suo carattere ipotetico e convenzionale, la scienza arriva così a occuparsi, più che della realtà delle cose, delle loro *relazioni*:

> Chiedersi quale sia il valore oggettivo della scienza non significa chiedersi se la scienza ci fa conoscere l'autentica natura delle cose, ma se ci fa conoscere gli autentici rapporti delle cose. Alla prima domanda nessuno esiterebbe a rispondere no; ma credo che si possa andare oltre: non soltanto la scienza non può farci conoscere la natura delle cose, ma nulla è in grado di darci questa conoscenza e, se un dio la conoscesse, non potrebbe trovare le parole per esprimerla. Non soltanto non possiamo indovinare la risposta, ma se ci venisse

166. Ivi, p. 163.
167. Ivi, p. 170.
168. Ivi, p. 171.

> rivelata, non capiremmo nulla. Mi chiedo persino se capiamo bene la domanda. Quando dunque una teoria scientifica pretende di insegnarci cosa sia il calore, l'elettricità o la vita, essa è condannata in partenza; tutto quello che ci può dare è solo un'immagine grossolana. È quindi provvisoria e caduca[169].

Sulla base delle considerazioni finora svolte possiamo ricapitolare la posizione di Poincaré nei termini seguenti: 1. la possibilità di sistemi geometrici alternativi a quello euclideo ha dimostrato che gli assiomi della geometria non possono essere considerati né *giudizi sintetici a priori* né meri *fatti sperimentali*, ma solo *convenzioni* o *definizioni mascherate*; 2. lo spazio rappresenta un «continuo inizialmente amorfo»[170] da cui poi deriverebbe, per convenzione, tanto lo spazio euclideo – modello privilegiato delle nostre rappresentazioni – quanto quello non euclideo; 3. l'esperienza non ci fa conoscere che le relazioni o i rapporti tra i corpi, e solo per convenzione noi attribuiamo allo spazio determinate relazioni metriche e un particolare sistema geometrico; 4. i concetti e i princìpi della geometria rappresentano inizialmente delle generalizzazioni empiriche che in un secondo momento divengono convenzionali; 5. la *scelta* di una geometria come descrizione di un complesso di fatti o eventi bruti è guidata da un principio di *comodità*, sulla base della maggiore o minore adesione ai fatti sperimentali; 6. non ha senso parlare di una geometria più vera o più falsa di un'altra, ma solo di una geometria più *comoda* o più *semplice*, in grado cioè di accordarsi meglio con le proprietà dei solidi naturali; 7. lo scienziato non crea il fatto o evento scientifico, ma si limita alla selezione dei fatti da osservare e alla costruzione del linguaggio mediante il quale il fatto o evento bruto viene tradotto in fatto o evento scientifico.

169. Ivi, p. 192.
170. Ivi, p. 57.

6

Le onde, l'energia e gli spazi curvi

6.1
Spazio ed elettromagnetismo: Faraday, Maxwell e il concetto di campo

Dal punto di vista storico-epistemologico, la scoperta dei sistemi geometrici non euclidei ha generato almeno due ordini di conseguenze: da una parte, ha sollecitato una riflessione sulle condizioni di possibilità e sulla verità del sapere matematico (e perfino sul generale «significato della verità stessa»[1]), favorendo altresì una migliore comprensione della natura ipotetica della geometria assiomatica pura; dall'altra, ha contribuito a una sempre maggiore chiarificazione dei rapporti tra spazio fisico e spazio matematico nel quadro di una stretta connessione tra geometria, esperienza e realtà. Di fatto, tale scoperta sancisce l'impossibilità di stabilire *a priori*, in senso logico-matematico, quale tipo di geometria debba rappresentare in modo privilegiato le relazioni spaziali tra i corpi fisici. A questo proposito, l'influenza esercitata dalle geometrie non euclidee sul concetto di spazio nella fisica moderna è quanto mai innegabile, soprattutto alla luce delle trasformazioni teoriche cui essa è andata incontro tra la fine del XIX e l'inizio del XX secolo, culminate nella teoria einsteiniana della relatività generale e nella meccanica quantistica.

Ma non è tutto. Parallelamente, lo sviluppo ottocentesco dell'elettromagnetismo fissa i presupposti di una nuova concezione del rapporto tra spazio e materia che porta al progressivo abbandono dell'idea newtoniana di spazio assoluto – contenitore fisicamente inattivo e vuoto in cui si verifica l'azione a distanza – a favore di una visione *continuista* dello spazio in quanto *campo*. In questo spazio, anche in as-

1. Cassirer (1978, vol. 4, p. 44).

senza di materia ponderabile, ogni punto è sede di entità fisiche precise: le forze elettromagnetiche, il cui supporto materiale è individuato in un ipotetico etere elettromagnetico.

Sulla scorta dei pionieristici studi, tra gli altri, di Benjamin Franklin (1706-1790), Henry Cavendish (1731-1810), Charles-Augustin de Coulomb (1736-1806), Alessandro Volta (1745-1827) e André-Marie Ampère (1775-1836), i fenomeni elettrici divengono, all'inizio del XIX secolo, un campo di indagine privilegiato per la fisica. In particolare, intorno al 1785 Coulomb aveva scoperto che due cariche elettriche esercitano l'una sull'altra una forza attrattiva o repulsiva (a seconda, rispettivamente, della diversità o dell'uguaglianza dei segni delle due cariche) e che l'intensità di tale forza è direttamente proporzionale al prodotto delle due cariche e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza[2], mentre nei primi anni dell'Ottocento Volta aveva progettato la pila elettrica, in grado di mantenere un flusso costante di elettricità (cioè una *corrente*)[3]. Ancora, tra il 1820 e il 1825 Ampère aveva formulato su basi matematiche la *legge elementare* dell'elettrodinamica e aveva stabilito un legame tra effetti elettrici e magnetici mostrando che un circuito percorso da una corrente è equivalente a un ago magnetico[4].

Tutto ciò permetteva, di fatto, un tipo di sperimentazione completamente nuovo e più vario rispetto a quello settecentesco: i frutti più importanti di queste ricerche si ritrovano nell'opera del fisico danese Hans Christian Ørsted (1777-1851), che nel 1820 scopre la connessione fra elettricità e magnetismo (l'ago di una bussola si orienta perpendicolarmente rispetto a un filo percorso da una forte carica elettrica), e soprattutto del chimico e fisico britannico Michael Faraday (1791-1867). Di modeste condizioni familiari e in gran parte autodidatta (ciò spiega anche la sua scarsa preparazione matematica), Faraday aveva lavorato

2. In altri termini, Coulomb dimostra che l'elettricità, come la gravità di Newton, obbedisce a una legge dell'inverso del quadrato. Al posto delle masse così come compaiono nella legge di gravitazione universale, Coulomb utilizza le cariche elettriche di Franklin (*positive* e *negative*). La legge di Coulomb può dunque essere scritta nel modo seguente: $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$, dove q_1 e q_2 sono le due cariche, r la loro distanza e k una costante che dipende dal mezzo in cui si trovano le cariche elettriche (il valore più alto si avrà ovviamente nel vuoto). Con lo stesso apparato utilizzato per la dimostrazione di questa legge (la bilancia di torsione), Coulomb ne ha poi esteso la validità anche ai fenomeni magnetici.

3. Cfr. Volta (1967).

4. Cfr. Ampère (1969).

dapprima come commesso in una libreria nell'allora borgo londinese di Southwarke ed era stato quindi assunto, nel 1813, come assistente del chimico inglese Humphry Davy (1778-1829) presso la Royal Institution (nel 1824 diverrà anche membro della Royal Society). Per spiegare il complesso quadro fenomenico che connette elettricità e magnetismo, a partire dagli anni Trenta del XIX secolo Faraday introduce – in antitesi al modello meccanicistico di Laplace, fondato sull'idea di particelle agenti a distanza all'interno di uno spazio vuoto di azioni fisiche – l'idea di uno spazio *continuo* e *pieno*, al cui interno operano forze sia elettriche che magnetiche[5]. A tale spazio egli dà il nome di *campo*. In un senso molto generale, il campo è un'entità che esprime una grandezza come funzione della posizione nello spazio e nel tempo, ovvero l'insieme dei valori assunti da una determinata grandezza nello spazio. Nel campo, secondo Faraday, tutti i comportamenti elettrici e magnetici possono essere classificati e spiegati in termini di *linee di forza* (FIG. 6.1). Queste linee rappresentano, per così dire, il campo in due modalità: in ogni punto dello spazio la forza è *diretta* lungo tali linee e la sua intensità aumenta laddove le linee sono strettamente ravvicinate.

Secondo Faraday, i fenomeni elettromagnetici devono essere visti come il risultato di un'interazione, all'interno del campo, delle diverse forze provenienti sia dalle correnti elettriche sia dalla materia magnetizzata (in quest'ultimo caso, i campi magnetici sono generati soltanto da cariche in moto, giacché se le cariche sono ferme non si ha alcun campo magnetico). Grazie a una serie fortunata di esperimenti[6], Fara-

5. È questo un ordine di idee che risente in buona parte anche dell'influenza esercitata su Faraday (con la mediazione di Ørsted e Davy) dalla *Naturphilosophie* romantica di Schelling. Basti pensare, in particolare, alla concezione schellinghiana della natura come *unità dinamica* in continuo mutamento da cui emergono fenomeni qualitativamente diversi aventi come substrato comune le azioni di forze primordiali tra loro opposte e in eterna trasmutazione reciproca. Sul tema, cfr. almeno Brain, Cohen, Knudsen (2007).

6. Cfr. Faraday (1839-55). Nella loro forma più essenziale, gli esperimenti di Faraday possono essere descritti nel modo seguente. Una comune calamita era fatta passare attraverso una bobina a ciambella di filo conduttore. La bobina era connessa a un galvanometro in grado di misurare il passaggio della corrente elettrica attraverso di essa. Al muoversi del magnete, il galvanometro registrava un aumento di corrente: ciò dimostrava che

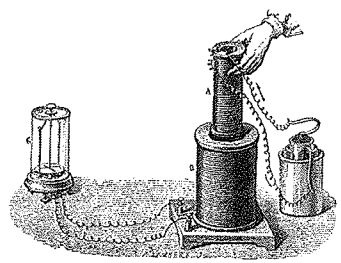
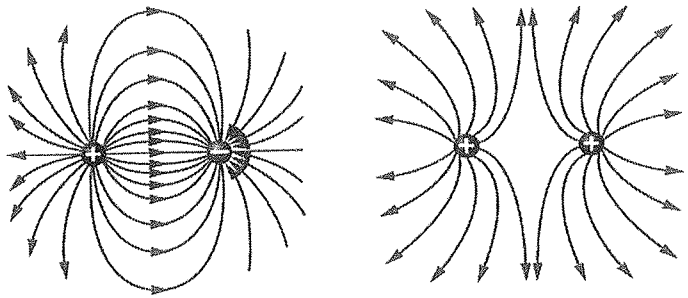


FIGURA 6.1
Esempi di linee di forza prodotte da un sistema rispettivamente di due cariche opposte e di due cariche uguali



day scopre la reciprocità della relazione tra elettricità e magnetismo, per la quale da una parte un campo elettrico in moto o variabile produce un campo magnetico, e dall'altra un campo magnetico in moto o variabile genera un campo elettrico. Di fatto, i due campi possono essere considerati come forme diverse di un unico campo elettromagnetico.

Nella seconda metà del XIX secolo, la fisica del campo di Faraday è perfezionata e ampliata, nonché tradotta in un rigoroso formalismo matematico, dal fisico e ingegnere britannico Lord Kelvin, al secolo William Thomson (1824-1907), e soprattutto dal fisico scozzese James Clerk Maxwell (1831-1879), il cui *Treatise on Electricity and Magnetism* (1873) è ragionevolmente affiancato, per la sua importanza nella storia della scienza occidentale e nonostante le incomprensioni e le difficoltà di accettazione a cui è andato inizialmente incontro, ai *Principia mathematica* di Newton. Nella prefazione alla prima edizione del *Trattato*, così Maxwell delinea il proprio programma di ricerca:

un magnete in movimento era in grado di *indurre* una corrente elettrica. È questo il principio basilare della *dinamo*, con la quale è possibile produrre correnti elettriche facendo muovere bobine di filo attraverso campi magnetici. Un ulteriore esperimento, che ha portato alla chiarificazione del concetto di *linee di forza*, utilizza pezzetti di limatura di ferro posti, per esempio, sopra un foglio di carta nelle vicinanze di una calamita: se si scuote il foglio, la limatura si riassesta in modo da formare un tracciato di linee che vanno dal polo nord al polo sud del magnete. Da questa osservazione Faraday deduce l'idea che le linee di forza siano in realtà presenti anche in assenza della limatura di ferro: il magnete produce così un campo di influenza nello spazio, misurabile in ciascun punto determinato attraverso l'osservazione del comportamento, in quel punto, di un pezzetto di limatura di ferro o di un ago di bussola.

Il fatto che certi corpi, dopo esser stati strofinati, attraggano altri corpi, era noto anche agli antichi. In tempi moderni è stata osservata una grande varietà di altri fenomeni, e si è trovato che essi sono in relazione con questi fenomeni di attrazione. Essi sono stati classificati sotto il nome di fenomeni *elettrici*, in quanto la sostanza nella quale essi furono per la prima volta descritti è stata l'ambra, ἤλεκτρον. Già da parecchio tempo si sa che anche altri corpi, in particolare la magnetite e pezzi di ferro e d'acciaio che siano stati sottoposti a certi processi, esibiscono fenomeni di azione a distanza. Tali fenomeni, con altri ad essi relativi, differiscono dai fenomeni elettrici, e sono stati classificati sotto il nome di fenomeni *magnetici*, poiché la magnetite, μάγνης, era estratta nella città tessala di Magnesia. Da allora si è trovato che queste due classi di fenomeni sono correlate fra loro, e le relazioni esistenti fra i vari fenomeni delle due classi, così come si conoscono finora, costituiscono la scienza dell'Elettromagnetismo. Nel presente trattato io mi propongo di descrivere i più importanti di questi fenomeni, di mostrare come essi possono essere sottoposti a misurazione e di tracciare le connessioni matematiche delle quantità misurate. Ottenuti così i dati per una teoria matematica dell'elettromagnetismo, e dimostrato come questa teoria possa essere applicata al calcolo di fenomeni, tenterò di porre in luce, il più chiaramente possibile, le relazioni esistenti tra la forma matematica di questa teoria e la scienza fondamentale della dinamica, in modo che si possa essere in certa misura preparati a determinare il tipo di fenomeni dinamici fra i quali si debbano ricercare illustrazioni o spiegazioni dei fenomeni elettromagnetici[7].

Sulla base di una visione continuista della materia già fatta propria da Faraday e riconoscendo alla natura un carattere meccanico che assume le sembianze più disparate e muta continuamente d'aspetto senza che sia possibile individuarne un'organizzazione privilegiata, Maxwell propone un'interpretazione dinamica dell'elettromagnetismo e fornisce una teoria matematica unitaria e potente dei fenomeni elettrici, magnetici e ottici. Già nella memoria *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*, presentata alla Royal Society nel dicembre 1864 e pubblicata l'anno successivo, Maxwell riconosceva come

la teoria da me proposta può dunque essere definita come una teoria del *campo elettromagnetico*, in quanto prende in considerazione lo spazio nei pressi dei corpi elettrici o magnetici, e può essere definita come una teoria *dinamica* in quanto assume che in quello spazio c'è una materia in movimento, grazie alla quale si producono i fenomeni elettromagnetici osservati[8].

7. Maxwell (1973, vol. I, p. 129).
8. Maxwell (1865, p. 460).

La teoria di Maxwell si fonda su venti equazioni – poi ridotte a quattro dal fisico britannico Oliver Heaviside (1850-1925) – in grado di descrivere quantitativamente tutti i fenomeni che si verificano in presenza di cariche elettriche che interagiscono, o ferme o in moto, nel vuoto oppure in presenza di un mezzo materiale[9]. Vere e proprie «leggi che definiscono la struttura del campo»[10], queste equazioni collegano le variazioni del campo magnetico con quelle del campo elettrico (e viceversa) grazie alla *corrente di spostamento*, una grandezza fisica che serve a rappresentare la variazione temporale del campo elettrico, introdotta per descrivere la formazione di un campo magnetico in presenza di un campo elettrico variabile nel tempo (in altri termini: campi elettrici variabili nel tempo generano campi magnetici). Il *campo elettromagnetico* è dunque «qualcosa di reale»[11] e può essere definito come quel campo, costituito dalla combinazione del campo elettrico e di quello magnetico, che descrive l'interazione elettromagnetica tra oggetti dotati di una carica e che risulta generato localmente da qualsiasi distribuzione di carica elettrica e corrente elettrica variabili nel tempo. Ne riassumiamo sinteticamente le principali caratteristiche nella TAB. 6.1.

La corrente di spostamento permette di prevedere la propagazione nello spazio del campo elettromagnetico sotto forma di *onde elettromagnetiche*. Come tale, il moto di un'onda non è il moto della materia, bensì il moto di uno stato della materia: in altri termini, *energia* propagata attraverso la materia. Nei mezzi isotropi e omogenei (come il vuoto) le oscillazioni dei due campi elettrico e magnetico sono sinusoidali e perpendicolari fra loro e alla direzione di propagazione dell'onda: in questo modo, essi vanno a costituire un'*onda trasversale* (FIG. 6.2). Si dice *lunghezza d'onda* (λ) la distanza tra due punti massimi (o *creste*) o due punti minimi (o *avvallamenti*) di un'onda elettromagnetica[12].

9. A titolo introduttivo, possiamo caratterizzare le equazioni di Maxwell (in forma locale – cioè nello stesso punto e nello stesso istante – per un mezzo isotropo e omogeneo, come il vuoto) nei termini seguenti. Gli oggetti descritti dalle equazioni sono quattro campi vettoriali, cioè due fondamentali (E, B) e due aggiuntivi (D, H), laddove E è il campo elettrico legato alla forza agente su una carica elettrica a causa di altre cariche elettriche ferme, indipendentemente dalla loro origine; B è il campo di induzione magnetica esprimente la forza che agisce su una carica elettrica a causa del suo movimento rispetto ad altre cariche elettriche in moto; H è il campo magnetico che descrive i campi magnetici originati dalle correnti elettriche macroscopiche, dovute cioè al moto delle cariche elettriche libere; D è il campo di induzione elettrica che descrive i campi elettrici generati da cariche elettriche libere di muoversi nei materiali o nello spazio. Su questa base: 1. il campo E ha come sorgenti locali le cariche elettriche; 2. il campo B non ha sorgenti localizzate; 3. se un campo B varia nel tempo, nello stesso punto si genera un campo elettrico; 4. se correnti elettriche o un campo E variano nel tempo, nello stesso punto si genera un campo magnetico.

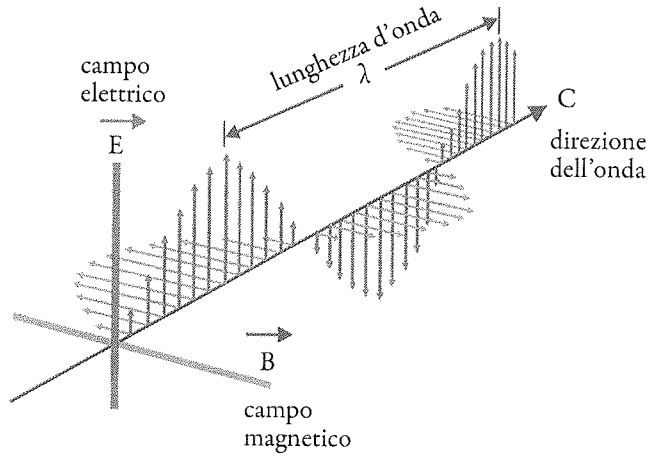
10. Einstein, Infeld (1965, p. 153).

11. Ivi, p. 155.

TABELLA 6.1
Le principali caratteristiche del campo elettromagnetico

Campo elettromagnetico	Sorgenti
Campo elettrico	*a*) Cariche ferme e in movimento *b*) Campi magnetici variabili
Campo magnetico	*a*) Cariche in movimento (correnti elettriche) *b*) Campi elettrici variabili

FIGURA 6.2
Un'onda elettromagnetica che si propaga in un mezzo omogeneo, isotropo e senza perdite



12. A seconda del suo valore, la lunghezza d'onda è oggi misurata in *metri*, *centimetri*, *micrometri* (μm, pari a 10^{-6} m), *nanometri* (nm, pari a 10^{-9} m) e *picometri* (pm, pari a 10^{-12} m). Si dice *spettro del visibile* l'insieme di onde elettromagnetiche la cui lunghezza d'onda varia da 390 nm (violetto) a 760 nm (rosso). Esso però costituisce una minima parte dello spettro elettromagnetico nella sua ampiezza: oggi le onde elettromagnetiche con lunghezza d'onda maggiore di quelle dello spettro del visibile sono classificate come *infrarossi*, *microonde* e *onde radio*, mentre quelle con lunghezza d'onda minore di quelle dello spettro del visibile sono classificate come *ultravioletto*, *raggi X* e *raggi gamma*.

Quando un campo elettrico varia, nei punti dello spazio circostante si sviluppa un campo magnetico variabile anch'esso nel tempo. Da tale campo magnetico nasce un campo elettrico a sua volta variabile, e così di seguito fino a generare una perturbazione elettromagnetica che si propaga in una determinata regione spaziale. Per capire come ciò accade, è sufficiente immaginare di tenere in movimento una carica Q facendola oscillare molto rapidamente avanti e indietro tra due punti. Questo movimento dà origine a un campo elettrico e a un campo magnetico oscillanti perpendicolari, che si generano l'un l'altro. A questo punto, per effetto del movimento di Q in un punto P_1 si genera un campo elettrico variabile; quest'ultimo genera un campo magnetico variabile in un punto P_2 spostato rispetto a P_1; ancora, il campo magnetico variabile in P_2 crea un campo elettrico indotto in un altro punto P_3, ecc. D'altra parte, in P_1 sussiste anche un campo magnetico variabile che in P_2 genera un campo elettrico variabile, il quale a sua volta genera in P_3 un ulteriore campo magnetico variabile, e così via. In questo modo, i campi elettrici e magnetici si generano *con continuità* e si propagano *sempre più lontano* dalla carica iniziale. Di fatto, il campo elettromagnetico ha un'esistenza autonoma, dal momento che si propaga nello spazio e trasporta energia anche quando la carica iniziale smette di oscillare: è ciò che avviene, solo per fare un esempio, quando generiamo un'onda con la mano su una semplice corda.

Tra le perturbazioni elettromagnetiche, la luce è un'onda costituita da campi elettrici e magnetici oscillanti che possono muoversi anche nel vuoto. Essa impiega un *tempo finito* per propagarsi, come avevano già dimostrato le ricerche di Ole Christensen Rømer (1644-1710), James Bradley (1693-1762) e soprattutto Armand-Hippolyte Fizeau (1819-1896). Se si muovono alla velocità della luce, i due campi elettrico e magnetico provvedono l'uno all'altro, senza che ci sia bisogno di alcuna sorgente esterna. Come tale, la luce – ed è questa una delle fondamentali conclusioni cui conducono le equazioni di Maxwell – rappresenta la trasmissione (mai istantanea) di un campo elettrico e di un campo magnetico accoppiati a formare un unico ente fisico che viaggia con velocità c (dal latino *celeritas*, stimato a circa 300.000 km/s): in altri termini, la luce è una forma di irradiazione elettromagnetica, cioè l'unione di due campi (il campo elettromagnetico) che viaggiano nello spazio trasportando energia. Come è stato dimostrato sperimentalmente dal fisico tedesco Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894), la velocità di un'onda elettromagnetica è uguale a quella della luce. A differenza di quanto sostenuto da Newton, però, la luce ha, secondo

Maxwell, una natura *ondulatoria* e non corpuscolare e si propaga in una sostanza immobile, l'*etere luminifero*, «"l'enfant terrible" della famiglia delle sostanze fisiche»[13] che nel modello maxwelliano permea ancora tutto lo spazio ed è addirittura solidale con lo spazio assoluto. Secondo Maxwell, infatti,

> abbiamo buone ragioni per credere, a giudicare dai fenomeni della luce e del calore, che vi sia un *medium* etereo che riempie lo spazio e permea i corpi, capace di essere posto in stato di moto e di trasmettere tale moto da un luogo all'altro, e di comunicarlo alla materia bruta, facendo sì che si scaldi e influenzandola in vari modi[14].

In questo senso, i campi elettrici e magnetici costituiscono deformazioni qualitative, movimenti e vibrazioni di particelle dell'etere, o ancora perturbazioni di carattere energetico, mentre la luce si muove attraverso l'etere come le onde acustiche si propagano nell'aria. L'energia dell'etere è da una parte di natura *potenziale* (energia elettrica) e dall'altro di natura *cinetica* (energia magnetica). Scrive in proposito Maxwell:

> Nell'emettere luce, il corpo luminoso eroga una certa quantità di energia e, se un altro corpo assorbe questa luce, esso si riscalda, dimostrando che ha ricevuto energia dall'esterno. Durante l'intervallo di tempo dopo che la luce ha lasciato il primo corpo e prima che raggiuga il secondo, essa deve essere esistita come energia nello spazio fra loro interposto. Secondo la teoria dell'emissione, la trasmissione di energia si effettua grazie all'effettivo trasferimento di corpuscoli di luce dal corpo luminoso a quello illuminato, i quali portano con sé la loro energia cinetica, insieme ad ogni altro tipo di energia di cui possano essere ricettori. Secondo la teoria dell'ondulazione, c'è un mezzo materiale che riempie lo spazio tra i due corpi ed è per l'azione di parti contigue di questo mezzo che l'energia si trasferisce da una porzione alla successiva, finché raggiunge il corpo illuminato. Perciò il mezzo luminifero, quando la luce lo attraversa, è un ricettacolo di energia. Nella teoria ondulatoria, come è stata sviluppata da Huygens, Fresnel, Young, Green, ecc., si suppone che questa energia sia in parte potenziale e in parte cinetica. Si suppone che l'energia potenziale sia dovuta alla deformazione delle porzioni elementari del mezzo. Si deve perciò considerare il mezzo come elastico. Si suppone che l'energia cinetica sia dovuta al movimento vibratorio del mezzo. Si deve perciò consi-

13. Einstein, Infeld (1965, p. 184). Sul tema, cfr. Cantor, Hodge (1981), Harman (1984, pp. 93-148) e Whittaker (1989).

14. Maxwell (1865, p. 460).

derare il mezzo come dotato di una densità finita. Nella teoria dell'elettricità e del magnetismo sostenuta in questo trattato si riconoscono due forme di energia, l'elettrostatica e l'elettrocinetica [...], e si suppone che esse abbiano sede non solo nei corpi elettrizzati o magnetizzati, ma in ogni parte dello spazio circostante, in cui si osservi l'azione della forza elettrica o magnetica. Perciò la nostra teoria concorda con la teoria ondulatoria nel supporre l'esistenza di un mezzo che è in grado di diventare ricettacolo di due forme di energia[15].

Di fatto, l'idea di etere – che pure Maxwell sembra accettare con una certa cautela ma che conferma, in ultima istanza, l'impianto intimamente meccanicistico del suo sistema – comporta il riconoscimento dei *campi di forze* in termini di effetti delle azioni dell'etere stesso come un vero e proprio *mediatore* di ogni azione a distanza o propagazione di energia e materia nello spazio. Perfino lo spazio assoluto di Newton risulta ancora individuato dal sistema di riferimento rispetto a cui l'etere è in quiete: a questo proposito, la posizione di Maxwell sembra oscillare tra l'accettazione di tale costrutto sul piano teorico generale e la sua concomitante esclusione dall'orizzonte pratico dell'indagine fisica. D'altra parte, la teoria maxwelliana del campo elettromagnetico suppone la velocità della luce come costante e indipendente dal sistema di riferimento di volta in volta adottato: ciò finisce per dare sostegno all'ipotesi di un etere cosmico funzionalmente assimilato allo spazio assoluto della meccanica classica. Per comprendere meglio quest'ordine di idee, è sufficiente riportare quanto scrive Maxwell in un passo particolarmente emblematico di *Matter and Motion* (1876):

Lo spazio assoluto [*absolute space*] è concepito come sempre identico a sé stesso e come immobile. La disposizione delle parti di spazio non può essere alterata più di quanto lo possa essere l'ordine delle parti di tempo. Concepirle come capaci di muoversi dai loro luoghi [*places*] significa concepire un luogo che si sposta da sé stesso. Ma come non c'è nulla che permetta di distinguere una parte di tempo da un'altra se non i diversi eventi che vi si verificano, così non c'è nulla che permetta di distinguere una parte dello spazio da un'altra eccetto la loro relazione con il luogo dei corpi materiali. Non possiamo descrivere il tempo di un evento se non riferendoci a qualche altro evento, o un luogo di un corpo se non riferendoci a qualche altro corpo. Tutta la nostra conoscenza, sia del tempo che del luogo, è essenzialmente relativa[16].

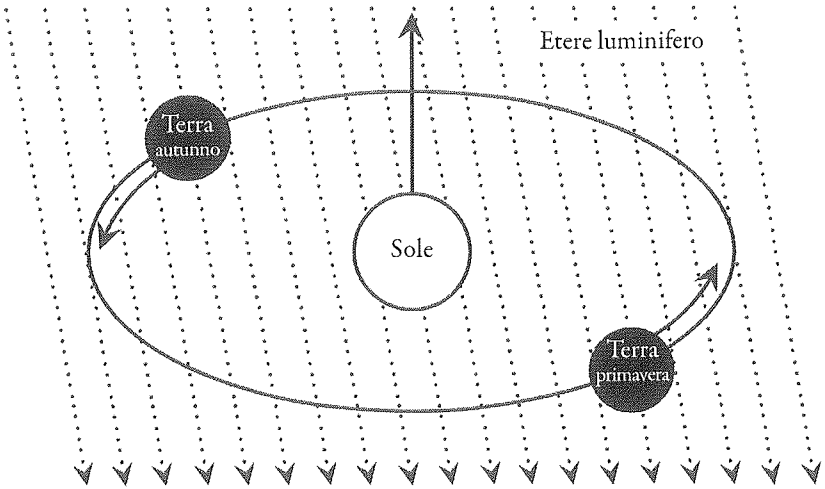
15. Maxwell (1973, vol. 2, pp. 578-80).
16. Maxwell (1876, p. 20).

A fine Ottocento, l'ipotesi dell'esistenza dell'etere cosmico è così saldamente ancorata all'idea della natura ondulatoria della luce che la negazione della prima avrebbe necessariamente comportato la negazione della seconda: un'onda elettromagnetica senza un *mezzo* che la trasporti appariva infatti come qualcosa di difficile da immaginare. Non sono tuttavia mancate anche alcune voci critiche. Lord Kelvin, solo per fare un esempio, aveva esplicitamente riconosciuto che «la triplice alleanza fra l'etere, l'elettricità e la materia ponderabile è un risultato della nostra mancanza di conoscenze e di capacità ad immaginare quanto è contenuto al di là dell'attuale e limitato orizzonte delle scienze, piuttosto che una realtà della natura»[17]. Dal canto suo Poincaré, analizzando alcuni lavori del fisico irlandese Joseph Larmor (1857-1942), aveva parlato di una «folla di fatti» che convergevano verso la reale impossibilità di osservare il moto relativo della materia rispetto all'etere[18].

A livello sperimentale, una prima fondamentale prova contro l'esistenza dell'etere cosmico (e contro il concetto newtoniano di spazio assoluto come sistema di riferimento per i fenomeni elettromagnetici: un sistema, cioè, rispetto al quale la luce si propaga, attraverso l'etere immobile, in ogni direzione alla medesima velocità) arriva, tra il 1881 e il 1887, da due importanti fisici americani: Albert Abraham Michelson (1852-1931), primo statunitense a vincere il premio Nobel per la fisica nel 1907, e il suo collega Edward Williams Morley (1838-1923). Già negli auspici di Maxwell, prematuramente scomparso nel 1879, si sarebbe potuto verificare sperimentalmente tale ipotesi mettendo in evidenza il moto della Terra rispetto all'etere cosmico. Secondo le equazioni di Maxwell, infatti, la velocità della luce avrebbe dovuto essere relativa a un sistema di riferimento fermo rispetto all'etere e ogni corpo in movimento nell'universo avrebbe subìto gli effetti fisici del cosiddetto *vento d'etere*, il quale si muove rispetto al corpo alla sua stessa velocità ma con direzione opposta (come quando, in sella a una bicicletta, sentiamo il vento contro di noi). Nel suo moto di rivoluzione intorno al Sole, infatti, la Terra si muove a una velocità orbitale media di circa 30 km/s (cioè circa 107.000 km/h): di conseguenza, essa muta continuamente la sua orientazione e cambia la sua direzione ogni sei mesi, ora a favore ora a sfavore della velocità della luce nell'etere. In altri termini, se la direzione del vento d'etere è variabile, la velocità della luce sarà minore

17. Thomson Kelvin (1971, p. 783).
18. Cfr. Bellone (1990, p. 252).

FIGURA 6.3
Il fenomeno del vento d'etere

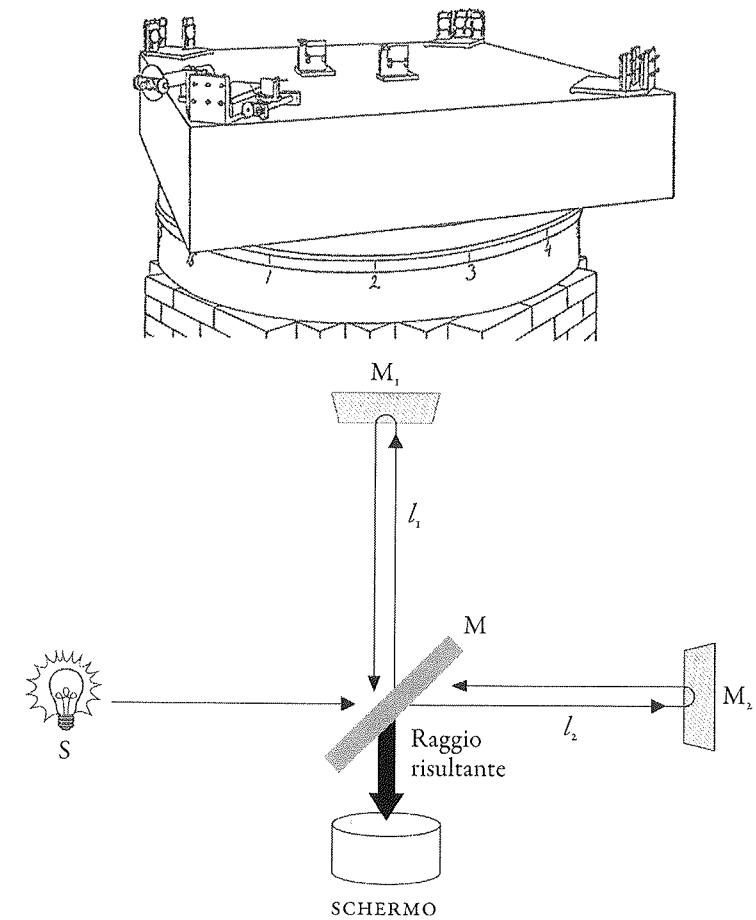


di c quando segue il moto della Terra, mentre sarà maggiore di c quando procede nel verso opposto (FIG. 6.3).

Il celebre esperimento di Michelson e Morley, eseguito per la prima volta nel 1881 e ripetuto nel 1887, si propone proprio di individuare queste differenze nella velocità della luce attraverso l'uso di un *interferometro*[19], uno strumento che permette di studiare gli effetti di composizione delle onde e visualizzare le frange di interferenza prodotta dalla sovrapposizione di due onde luminose (FIG. 6.4). Possiamo sinteticamente descriverne il funzionamento nei termini seguenti. Un sottile fascio di luce monocromatico (composto cioè da una sola frequenza) è fatto passare attraverso uno specchio semiriflettente che lo divide in due fasci fra loro perfettamente perpendicolari. Tali fasci percorrono i due bracci dell'interferometro fino a incontrare due specchi, posti esattamente alla stessa distanza dallo specchio centrale. I due specchi riflettono i due fasci di luce facendoli convergere su uno schermo rilevatore dove possono interferire tra loro, e da tale interferenza o interazione si possono notare frange (una figura a righe parallele) chiare e scure a seconda che essa sia costruttiva o distruttiva.

19. Cfr. Michelson, Morley (1887).

FIGURA 6.4
Disegno originale e rappresentazione semplificata dell'apparato di Michelson e Morley



Il raggio luminoso proveniente dalla sorgente S viene scomposto dallo specchio M in due raggi l_1 e l_2, poi riflessi in M_1 e M_2, i quali convergono infine su uno schermo rilevatore dell'interferenza.

Sulla base degli assunti maxwelliani, nel suo spostarsi nell'etere (il laboratorio si trova infatti sulla Terra e si muove con una certa velocità rispetto allo spazio assoluto) l'interferometro doveva essere esposto al vento d'etere: ciò avrebbe provocato uno spostamento delle bande luminose formate dall'interferenza tra i due fasci di luce. Non conoscendo la reale direzione del vento d'etere, nella situazione sperimentale

Michelson e Morley ponevano l'interferometro in lenta rotazione: in questo modo, si sarebbe senz'altro intercettato, almeno in qualche fase della rotazione, il vento d'etere. L'esperimento veniva ripetuto in diversi periodi dell'anno, poiché durante il moto di rivoluzione della Terra intorno al Sole la velocità della Terra rispetto all'etere doveva cambiare e il vento d'etere avrebbe prodotto uno spostamento delle bande luminose. Inoltre, le misure venivano effettuate intorno a mezzanotte, cioè quando la direzione del moto orbitale della Terra è esattamente a est. Contro ogni previsione e nonostante i successivi e sempre più mirati perfezionamenti, l'esperimento di Michelson e Morley, rivelatosi ben presto «una delle più grosse sorprese nella storia della fisica»[20], ha un esito negativo, smentendo di fatto l'idea dell'etere cosmico come sistema di riferimento per il moto terrestre e dimostrando l'impossibilità di rilevare il moto di traslazione di un sistema rispetto all'etere come sistema di riferimento assoluto. Più ancora, il «verdetto di morte»[21] stabilito dall'esperimento nei confronti della teoria dell'etere immobile e dello spazio assoluto di Newton ha un'ulteriore e fondamentale conseguenza sul piano teorico: la velocità della luce nello spazio vuoto è sempre la stessa in tutte le direzioni e indipendente dal moto tanto della sorgente quanto dell'osservatore.

L'esito negativo dell'esperimento spinge diversi scienziati all'elaborazione di teorie alternative finalizzate a conciliare la relatività del movimento con l'indipendenza della velocità della luce dal sistema di riferimento. In particolare, nel 1889 il fisico irlandese George Francis FitzGerald (1851-1901) propone, in una breve lettera a "Science", la paradossale ipotesi secondo cui il risultato negativo dell'esperimento di Michelson e Morley sarebbe dovuto a una *contrazione* del braccio dell'interferometro, il cui effetto compenserebbe esattamente la differenza di velocità che i due fisici americani volevano misurare[22]. Secondo FitzGerald, infatti, tutti gli oggetti materiali in movimento attraverso lo spazio (cioè l'etere elettromagnetico) sarebbero sottoposti ad accorciamento o contrazione nella direzione del loro moto. Poiché la velocità del movimento terrestre è l'unica causa determinante di questo fenomeno, la contrazione risulta estremamente piccola: di contro, essa risulterebbe ben più evidente solo nel caso in cui la velocità del mo-

20. March (2010, p. 139).
21. Einstein, Infeld (1965, p. 183).
22. Cfr. FitzGerald (1889).

vimento aumentasse fino a diventare paragonabile a quella della luce. Una tale contrazione non può essere però osservata in alcun modo, sia perché sarebbe troppo piccola, sia perché qualunque regolo o campione di misura utilizzato per misurarla sarebbe a sua volta soggetto alla stessa contrazione.

Pochi anni dopo, nel 1892, il fisico olandese Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928), che pure dà ancora credito all'ipotesi dell'etere luminifero, sostiene che un simile effetto possa essere previsto basandosi sulla teoria elettromagnetica e sulla teoria della struttura elettrica degli atomi. Secondo Lorentz, quando un corpo si muove attraverso lo spazio la sua dimensione parallela alla traiettoria si riduce di una quantità dipendente dalla velocità. Data la velocità del corpo v e la velocità della luce c, la contrazione si verifica nella proporzione $1 : \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. Sul piano generale, le conseguenze di tale congettura – matematicamente espressa in un gruppo di formule, note come *trasformazioni di Lorentz*, che permettono di descrivere la variazione della misura del tempo e dello spazio tra due sistemi di riferimento inerziali[23] – sono quanto mai paradossali, almeno sul piano del mero senso comune: chiunque osservi ciò che accade in un sistema in movimento rispetto all'osservatore vedrà *contrarsi* le lunghezze dei corpi lungo la direzione del moto e *dilatarsi* gli intervalli di tempo, mentre solo la velocità della luce rimane invariata. Così si esprime al riguardo Lorentz in una delle sue celebri conferenze tenute, nella primavera del 1906, presso la Columbia University di New York:

> Possiamo renderci conto della possibilità del cambiamento di dimensioni ipotizzato se facciamo attenzione al fatto che la forma di un corpo solido dipende dalle forze tra le sue molecole e che, con tutta probabilità, tali forze sono propagate dall'etere collocato fra di esse in modo più o meno simile a quello in cui, attraverso tale mezzo, si trasmettono le azioni elettromagnetiche. Da questo punto di vista, è naturale supporre che, al pari delle forze elettromagnetiche, le attrazioni e le repulsioni molecolari siano in qualche modo modificate da una traslazione impartita al corpo, e ciò può benissimo dare luogo a una variazione delle sue dimensioni[24].

Dunque, lunghezze e tempi non sono più proprietà assolute del mondo materiale, ma devono essere considerate come proprietà *relative* all'osservatore. È questo, come si può facilmente intuire, un ordine di idee

23. Cfr. Lorentz (1895).
24. Lorentz (1916, pp. 201-2).

destinato a trovare adeguata sistemazione in una delle più emblematiche, affascinanti e discusse teorie scientifiche del Novecento: la teoria einsteiniana della relatività[25].

6.2
Einstein, la teoria della relatività e lo spazio-tempo quadridimensionale

In via preliminare, possiamo descrivere il quadro teorico della fisica degli ultimi anni del XIX secolo nei termini seguenti. I costrutti newtoniani di spazio e tempo assoluti, isotropi e omogenei, erano ancora ritenuti veri e reciprocamente indipendenti. Lo spazio assoluto era stato *sostanzializzato* e identificato da Maxwell con l'etere fluido, imponderabile e onnipervasivo al cui interno si propagano le perturbazioni del campo elettromagnetico. Lo spazio era inoltre assunto come naturalmente euclideo: di fatto, i sistemi geometrici non euclidei non conoscevano ancora un'effettiva applicazione nello studio del mondo fisico. Le forze o le interazioni allora conosciute erano solamente due: la *forza gravitazionale*, di derivazione newtoniana, e la *forza elettromagnetica*, con cui Maxwell unificava l'interazione elettrica e magnetica.

Se sul fronte della termodinamica – quella parte della fisica che studia i processi macroscopici implicanti scambi e conversioni di calore – erano state definite due nuove grandezze (il *calore*, per l'appunto, come forma di energia termica, e la *temperatura*, come proprietà che misura la quantità di calore di un corpo), nello studio del moto, invece, oltre ai princìpi della dinamica di Newton valevano anche la *relatività* e le *trasformazioni galileiane*. Com'è noto, il principio di relatività galileiana stabiliva che due osservatori, posti l'uno in quiete e l'altro in moto rettilineo uniforme, vedono ogni fenomeno meccanico nello stesso

25. Sulla teoria relativistica e l'opera scientifica di Einstein la letteratura disponibile è quanto mai vasta e di non sempre facile accesso. A questo proposito, ci limitiamo a segnalare i seguenti contributi: Bellone (1994); Bergia (1978); Bernstein (2004); Born (1969); Damour (2009); Davies (1983); DiSalle (2020); Eddington (1971); Friedman (1983); Gratton (1968); Greco (2015); Gribbin (2015); Holton (1991); Janssen, Lehner (2014); Laudisa (2015); Pais (1986); Pauli (1974); Renn (2012); Russell (1974).

modo: in altri termini, nessuno dei due è in grado di stabilire con esperienze di carattere meccanico se il proprio sistema sia in quiete oppure in movimento, e ciò vale anche in relazione al movimento della Terra nel sistema copernicano. Dal punto di vista matematico, le equazioni della meccanica erano ritenute invarianti (cioè non cambiavano) se ad esse vengono applicate le *trasformazioni galileiane*, un insieme di formule che descrivono il legame tra le coordinate di un oggetto rispetto a due sistemi di riferimento in moto rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro (sempre nell'ipotesi che le velocità in gioco siano *inferiori* alla velocità della luce): date le formule con cui un osservatore *a* descrive un determinato fenomeno dal proprio punto di vista, attraverso le trasformazioni galileiane è possibile ottenere le formule (del tutto identiche alle prime) con cui un osservatore *b* descrive lo stesso fenomeno dalla propria prospettiva. Di contro, le equazioni di Maxwell non risultavano invarianti per le trasformazioni galileiane, così che due osservatori in moto relativo non avrebbero mai visto fenomeni elettromagnetici identici, ma sempre differenti. In altri termini, il principio di relatività galileiana poteva essere ritenuto valido per la meccanica, ma non per l'elettromagnetismo. Dal canto suo, Lorentz aveva invece proposto nuove formule di trasformazione per rendere invarianti anche le equazioni di Maxwell. In questo contesto, restava ancora senza soluzione tutta una serie di problemi teorici fondamentali: dal comportamento della velocità della luce nel vuoto misurata in diversi sistemi di riferimento (essa non sembrava sommarsi secondo le regole della fisica classica) a quello di oggetti con cariche elettriche in moto con velocità costante rispetto ad altri oggetti dotati di correnti elettriche microscopiche (esso sembrava doversi descrivere con formule diverse a seconda del sistema di riferimento adottato, il che andava contro la relatività galileiana). Era inoltre necessario chiarire come fosse possibile la trasmissione istantanea, anche per distanze galattiche, dell'interazione gravitazionale descritta da Newton e perché, nonostante una certa precisione nelle misurazioni, il calcolo dell'orbita di Mercurio fornisse risultati diversi rispetto a quanto si osservava, tenuto conto delle interazioni gravitazionali con il Sole e con gli altri pianeti.

Nell'*annus mirabilis* 1905 Albert Einstein (1879-1955), all'epoca giovane impiegato dell'Ufficio Brevetti di Berna, invia alla rivista "Annalen der Physik" una serie di articoli destinati a mutare radicalmente la storia della scienza del XX secolo e dedicati rispettivamente alla dimostrazione del concetto planckiano di *quanto* nell'ambito della spiegazione dell'ef-

fetto fotoelettrico dei metalli[26], a una valutazione quantitativa del moto browniano e all'ipotesi di aleatorietà dello stesso[27] e, soprattutto, al problema dell'elettrodinamica dei corpi in movimento[28]. Più nello specifico, lo scritto einsteiniano *Elektrodynamik bewegter Körper* segna l'atto di nascita di quella che è comunemente nota come *teoria della relatività speciale* o *ristretta*. Sotto le indubbie influenze di autori come Hume e Mach e in forza della generalizzazione di concetti dell'elettrodinamica di Faraday e Maxwell, qui Einstein si propone di trovare una formulazione della teoria elettromagnetica che risulti invariante da un sistema a un altro sistema in movimento rispetto al primo con velocità uniforme (la teoria della relatività ristretta è infatti valida solo per i sistemi inerziali, in moto rettilineo uniforme). Attraverso un'analisi della nozione di *simultaneità* ed estendendo il principio di invarianza galileiano e newtoniano in modo che sia soddisfatto tanto dalle equazioni della meccanica quanto dalle equazioni di Maxwell per i campi elettrodinamici, Einstein sottopone a una rigorosa analisi le condizioni in cui sono istituite le misurazioni spazio-temporali in fisica e dimostra che i valori assegnati alle lunghezze e alle durate temporali dipendono essenzialmente dallo stato di moto relativo dei corpi oggetto di misurazione.

26. Cfr. Einstein (1988a). Per *effetto fotoelettrico* si intende quel fenomeno quantistico che consiste nell'emissione di elettroni da parte di una superficie metallica quando viene investita da una radiazione elettromagnetica di frequenza non inferiore a un certo valore soglia caratteristico di ogni metallo (detto *soglia fotoelettrica*). Nella teoria del fisico tedesco Max Planck (1858-1947), il *quanto* identifica la più piccola quantità invisibile di energia che può essere emessa o assorbita in modo discontinuo dagli atomi. Per estensione, il termine – uno dei concetti fondamentali della meccanica quantistica – è utilizzato come sinonimo di *particella elementare* associata a un campo di forze. Nel suo articolo, Einstein applica l'ipotesi di Planck alla natura stessa della luce, ipotizzando che la radiazione elettromagnetica sia costituita da una sorta di *pacchetti* di energia (o *quanti*), poi denominati *fotoni*. Com'è noto, per i suoi studi sull'effetto fotoelettrico Einstein ha ricevuto il Premio Nobel per la fisica nel 1921.

27. Cfr. Einstein (1988b). Il *moto browniano* – la cui scoperta, nel 1827, è fatta risalire al botanico scozzese Robert Brown (1773-1858) mentre studiava al microscopio particelle di polline sospese in un solvente e in costante e disordinata agitazione – consiste nel continuo, rapido e irregolare movimento, in ogni direzione, delle minute particelle in sospensione in un fluido e delle molecole stesse di un fluido. Secondo Einstein, che fornisce una descrizione quantitativa di tale fenomeno, il moto delle particelle sospese (aventi dimensioni molto maggiori di una molecola) è dovuto alle collisioni casuali tra le molecole del solvente in cui è dispersa la particella (a loro volta mosse dall'agitazione termica) e la particella stessa.

28. Cfr. Einstein (1988c).

Due sono i princìpi, o *postulati*, alla base della relatività ristretta. Il primo di essi stabilisce che «per tutti i sistemi di coordinate per i quali valgono le equazioni della meccanica varranno anche le stesse leggi elettrodinamiche e ottiche»[29]: in altri termini, le leggi della fisica hanno *la stessa forma* in tutti i sistemi di riferimento inerziali. Il secondo principio, solo apparentemente in contraddizione con il primo, stabilisce invece che «la luce, nello spazio vuoto, si propaghi sempre con una velocità determinata, *c*, che non dipende dallo stato di moto del corpo che la emette»[30]: sotto questo profilo, la velocità della luce è sempre costante e non dipende dalla velocità dell'osservatore che la misura. In altri termini, per esempio, se si prende una torcia elettrica che emette luce e si misura la velocità della luce emessa, quella velocità rimane sempre la stessa indipendentemente dalla velocità con cui la torcia si muove rispetto a noi mentre emette la luce: il tempo e lo spazio, dunque, sono tali che la luce si propaga sempre, in relazione a qualsiasi osservatore, con la stessa velocità, ma né lo spazio né il tempo (né tanto meno la massa) possiedono, se misurati separatamente, quella costanza che solitamente si attribuisce loro. Nella meccanica classica, invece, per tutti gli altri corpi fisici si ammette la variazione della velocità di un corpo al variare della velocità dell'osservatore (come nel caso di un viaggiatore che cammini su un treno in movimento, che sembrerà muoversi più velocemente a un osservatore esterno fermo a un passaggio a livello piuttosto che a uno dei suoi compagni di viaggio).

Di fatto, secondo Einstein, i due postulati possono diventare compatibili solo in virtù dell'abbandono delle trasformazioni galileiane a favore di quelle di Lorentz e – sul piano concettuale – con l'accantonamento dell'idea di etere luminifero[31] e la riconsiderazione dei concetti newtoniani di spazio e tempo assoluti come meramente *relativi* all'osservatore. A questo proposito, nella prima parte della sua memoria Einstein propone un nuovo concetto di *simultaneità*. La scienza classica si fonda su un'idea di tempo che presuppone l'esistenza di orologi *perfetti* che, dopo essere stati sincronizzati, rimangono continuamente sincroni, vale a dire scandiscono il tempo in modo simultaneo e il loro segnale è

29. Ivi, pp. 148-9.

30. Ivi, p. 149.

31. Più precisamente, Einstein recupera il concetto di etere già nel 1920, facendo coincidere l'etere gravitazionale con lo spazio dotato di proprietà fisiche: cfr. Einstein (1988g).

diffuso istantaneamente (a velocità infinita) da un punto a un altro dello spazio. Se però si ammette il postulato della costanza della velocità della luce (e con ciò il fatto che nessun corpo può muoversi, nell'universo, a una velocità ad essa superiore), «al concetto di simultaneità non possiamo attribuire alcun significato *assoluto*»[32], così che «eventi giudicati simultanei in un certo sistema di coordinate, in un altro sistema che sia in moto rispetto ad esso non son più da considerare tali»[33]. Ciò significa che due eventi simultanei per un osservatore non lo sono più per un altro osservatore in moto rispetto al primo, e dunque che la simultaneità di due eventi non costituisce più un carattere assoluto della natura, ma definisce qualcosa di relativo alle condizioni di moto dell'osservatore. Dalla relatività della simultaneità discende anche la relatività del tempo, per cui ciascun osservatore misurerà un *tempo proprio*, diverso cioè da quello misurato dagli altri osservatori in moto relativo.

La successiva analisi di Einstein mostra che questa nuova visione relativa della simultaneità comporta anche la relatività rispetto all'osservatore del concetto di *lunghezza* di corpi in moto rispetto all'osservatore. Se misurare la lunghezza di un oggetto non è altro che considerare *contemporaneamente* i suoi due punti estremi, tale concetto si rivela ancora una volta una questione di simultaneità. A questo proposito, Einstein fa l'esempio di un regolo graduato in movimento: tanto più velocemente esso si sposta rispetto a un sistema di riferimento immobile, tanto più breve è la distanza che un segnale luminoso dell'estremità anteriore del regolo deve percorrere per giungere a un osservatore in moto con esso. Più ancora, tanto più la velocità aumenta, tanto più la sua lunghezza *si contrae*: paradossalmente, se il movimento del regolo raggiungesse la velocità della luce, la sua lunghezza si annullerebbe agli occhi di chi si muove con esso[34]. Se la fisica classica riteneva indiscutibile l'esistenza di corpi

32. Einstein (1988c, p. 153).

33. Ivi, pp. 153-4.

34. D'altra parte, nessun oggetto materiale potrebbe mai raggiungere la velocità della luce, dal momento che a quella velocità la sua massa diventerebbe infinita e ciò richiederebbe un'infinita quantità di energia. Diversamente, se per assurdo fosse possibile viaggiare su un aeroplano o un'astronave con velocità di poco inferiore a quella della luce, la nostra lunghezza nella direzione del moto apparirebbe contratta a un osservatore posto sulla Terra, così come la nostra massa gli sembrerebbe maggiore e la nostra scala temporale più lenta del solito. Da parte nostra, tuttavia, non avvertiremmo tali cambiamenti perché anche il nostro metro subirebbe un accorciamento, così come il nostro campione di peso avrebbe una massa maggiore e noi peseremmo di più, o ancora i nostri orologi scorrerebbero più lentamente. Da questo punto di vista, poiché il moto è soltanto relativo, l'osservatore sulla Terra rispetto a noi si muoverebbe alla stessa velocità con cui ci muoviamo rispetto a lui. Analogamente, esso ci apparirebbe contratto nella direzione del moto, con una massa sproporzionata rispetto alle sue dimensioni e molto più lento, e avrebbe di noi le stesse impressioni. Posto che, in ottica relativistica, è del tutto insensato stabilire chi ha ragione e chi ha torto, è fondamentale sottolineare che lunghezza, massa, spazio e tempo non definiscono grandezze assolute ma soltanto relative, e i loro veri valori fisici possono essere ottenuti soltanto con la misura.

rigidi ideali, di lunghezza assolutamente invariabile e capaci di definire la metrica spaziale, la nozione di simultaneità proposta da Einstein porta invece a negare l'assolutezza delle lunghezze: queste ultime, al pari degli intervalli di tempo, sono sempre relative allo stato di moto dell'osservatore. In questo modo, le proprietà matematiche delle trasformazioni di Lorentz divengono *conseguenze logiche* di procedimenti fisici di misura compiuti ammettendo la costanza della velocità della luce[35].

Da tutto ciò scaturisce un ordine di conseguenze che possiamo enucleare nei termini seguenti: 1. in natura non esistono sistemi di moto privilegiati e pertanto due eventi simultanei in un sistema di riferimento possono non esserlo in un altro; 2. le velocità si sommano in modo diverso rispetto a quanto avviene con le trasformazioni galileiane; 3. l'azione a distanza attraverso un mezzo intermedio con velocità della luce (che è finita) sostituisce l'azione a distanza istantanea nel vuoto con propagazione a velocità infinita; 4. per un osservatore in moto, a seconda della velocità più o meno prossima alla velocità della luce, le lunghezze si contraggono nella direzione del moto e gli intervalli temporali si dilatano; 5. l'ordine temporale con cui avvengono alcuni eventi non è più determinato, ma dipende da chi sta osservando tali eventi; 6. spazio e tempo, come grandezze relative, dipendono dal sistema di riferimento in cui vengono misurati. D'altra parte, se le grandezze cinematiche (cioè spazio, tempo e velocità) dipendono dallo stato

35. A questo proposito, può essere utile ricordare che Einstein attribuisce alle trasformazioni di Lorentz un significato diverso da quello loro attribuito dallo stesso Lorentz: le contrazioni delle lunghezze non sono più il risultato delle leggi di comportamento di un insieme di elettroni, ma sono intrinseche alla definizione di lunghezza di un corpo in movimento. Se per Lorentz sono gli oggetti che fisicamente si contraggono, per Einstein non è l'oggetto in sé a contrarsi o la durata di un evento a diventare maggiore per l'oggetto stesso, ma sono gli spazi e i tempi che si contraggono o si dilatano per un osservatore esterno in funzione della velocità del sistema di riferimento dell'osservatore stesso rispetto al sistema di riferimento in cui si trovano gli oggetti.

di moto dell'osservatore, la costanza della velocità della luce in ogni sistema immobile o in movimento non costituisce più alcun paradosso ed è possibile conciliare l'idea dell'invarianza delle leggi meccaniche in sistemi immobili o in moto uniforme – la relatività galileiana – con il principio della costanza della velocità della luce già riscontrato dall'esperimento di Michelson e Morley, che pure Einstein non menziona esplicitamente almeno nella sua memoria del 1905. Tutto questo comporta un'ulteriore, fondamentale conseguenza sul piano teorico: la necessità di specificare gli eventi osservati non solo attraverso le tre canoniche coordinate spaziali, ma anche attraverso una quarta coordinata temporale, che la fisica classica intendeva come assolutamente comune a tutti gli osservatori. La nuova fisica relativistica lascia così cadere i concetti newtoniani di spazio e tempo assoluti (vale a dire di un continuo tridimensionale spaziale e di un continuo unidimensionale temporale, tra loro indipendenti) e considera gli eventi fisici come svolgentisi in spazi e tempi relativi all'osservatore, o meglio rispetto a uno *spazio-tempo quadridimensionale* relativo a un particolare sistema di riferimento.

La nozione di spazio-tempo quadridimensionale (o *cronòtopo*) ha ricevuto una veste matematica efficace a opera del matematico tedesco di origine lituana Hermann Minkowski (1864-1909), tra i più stretti collaboratori di David Hilbert all'Università di Gottinga[36]. In una conferenza pronunciata a Colonia il 21 settembre 1908 in occasione dell'ottantesima Assemblea degli scienziati e fisici tedeschi, Minkowski, prematuramente scomparso l'anno successivo per un attacco di appendicite, sviluppa un'interpretazione geometrica della relatività ristretta basata sull'idea – peraltro già intuita da d'Alembert e Lagrange[37] – che spazio e tempo siano entità tra loro *inseparabili*:

> Signori! Le idee [*Anschauungen*] sullo spazio e il tempo che desidero esporvi traggono origine dal terreno della fisica sperimentale. In ciò risiede la loro forza. Sono radicali. D'ora innanzi, lo spazio di per sé stesso e il tempo di per sé stesso devono svanire completamente nell'ombra, e solo una sorta di unione tra i due concetti potrà preservare una realtà indipendente[38].

36. Cfr. Minkowski (1908; 1915). Per una prima ricognizione critica, cfr. almeno Petkov (2010).

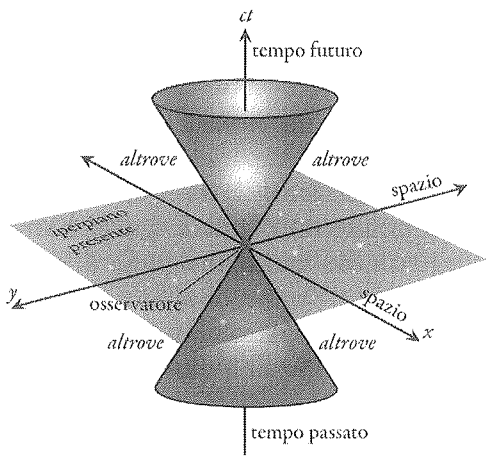
37. Cfr. d'Alembert (1754, p. 1010) e Lagrange (1881, pp. 337-8).

38. Minkowski (1911, p. 431).

La rappresentazione dello spazio-tempo proposta da Minkowski si basa su un sistema di quattro coordinate: tre spaziali (x, y e z) – cioè lunghezza, altezza e profondità – e una temporale (ct), in cui il tempo t trascorso tra due eventi è moltiplicato per la velocità della luce c, in modo da avere le stesse unità di misura per il tempo e per lo spazio per sommare o sottrarre distanze spaziali e distanze temporali. In questa combinazione di spazio e tempo, un secondo corrisponde ai circa 300.000 km che la luce percorre nella stessa unità di misura. I diagrammi costruiti con questo sistema di coordinate non arrivano a definire la posizione di oggetti nello spazio, ma quella di eventi nello *spazio-tempo*, i quali sono collegati per mezzo di linee, dette *linee di universo*, che rappresentano la distanza spazio-temporale che li separa.

Tra le differenze fondamentali tra lo spazio-tempo euclideo-galileiano della fisica classica e lo spazio-tempo di Minkowski è opportuno ricordare la definizione di *distanza* tra due punti. Nel primo caso, infatti, dati due eventi a riposo all'interno di un sistema inerziale, è possibile calcolare o misurare la loro distanza temporale o spaziale o entrambe le distanze poiché queste due grandezze non dipendono dal sistema di riferimento adottato. Nello spazio-tempo pseudoeuclideo di Minkowski, invece, la distanza tra due punti – così come l'intervallo temporale tra due eventi – perde la propria invariabilità per diventare relativa a un particolare sistema di riferimento. Inoltre, a un istante dato non esiste una divisione oggettiva in passato, presente e futuro, salvo che per un punto dato sulla linea di universo di un determinato osservatore. Lo spazio-tempo di Minkowski (o almeno una sua parte) è di solito graficamente rappresentato attraverso il cosiddetto *cono di luce* (FIG. 6.5), in cui per maggiore praticità si impiegano soltanto due coordinate spaziali (x, y) e una temporale (ct). In estrema sintesi, qui l'osservatore si trova nell'origine di un piano orizzontale che contiene le due coordinate spaziali e in cui le linee di universo corrispondenti alla velocità della luce formano un cono centrato nell'origine stessa. Lo spazio risulta così diviso in tre parti distinte accessibili o inaccessibili a qualsiasi effetto causale, ovvero a qualsiasi segnale che si propaghi a una velocità pari o inferiore a quella della luce: 1. il futuro, in cui si trovano gli eventi che potranno avere una relazione di causa-effetto con l'osservatore; 2. il passato, in cui si trovano tutti gli eventi che possono avere avuto una relazione di causa-effetto con l'osservatore; 3. l'altrove, cioè quella parte di spazio esterna al cono in cui sono presenti eventi che non possono avere una relazione di causa-effetto con l'osservatore.

FIGURA 6.5
Rappresentazione tridimensionale del *cono di luce* di Minkowski



D'altra parte, a differenza di quanto avviene nella meccanica classica, nello spazio-tempo di Minkowski – così come in quello di Einstein – l'ordine degli eventi non risulta più determinato in maniera assoluta, ma dipende sempre dal sistema di riferimento considerato. Lo stesso si può dire, evidentemente, per le interazioni tra i corpi, una volta smantellata l'ipotesi della propagazione istantanea delle forze e riconosciuta la costanza della velocità della luce: in altri termini, l'ordine temporale degli eventi in un determinato sistema di riferimento dipende necessariamente dalla loro distanza spazio-temporale.

Oltre a una nuova visione del continuo spazio-temporale quadridimensionale di struttura pseudoeuclidea, la teoria della relatività speciale presenta un ulteriore aspetto innovativo che mette in luce una nuova proprietà della natura e che risponde a una questione specifica: come influisce sulla massa di un corpo la relatività? Nella breve memoria intitolata *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*, anch'essa del 1905, Einstein definisce la massa inerziale di un corpo (la quantità di materia di un corpo che appare nel secondo principio della dinamica: $F = ma$) come «una misura del suo contenuto di energia; variando l'energia di una quantità L, la massa varia, nello stesso senso»[39]. In altri termini, esiste una relazione di equivalenza di massa ed energia

39. Cfr. Einstein (1988d, p. 180).

che viene esplicitata attraverso una delle formule più celebri della storia della scienza occidentale: $E = mc^2$, dove E indica l'energia totale relativistica di un corpo, m la sua massa relativistica e c la costante velocità della luce nel vuoto. Questa equazione vede la massa di un corpo fermo come una misura del suo contenuto di energia. Possiamo comprendere, almeno intuitivamente, il contenuto di questa importante legge fisica attraverso il seguente esperimento mentale:

> Figuriamoci una scatola contenente delle sferette, l'una e le altre in riposo nel nostro sistema di coordinate, vale a dire la Terra. Per mettere la scatola in moto o per aumentarne la velocità occorre una data forza. Potrà la stessa forza accrescerne la velocità nella stessa misura e nello stesso intervallo di tempo anche qualora le sferette nell'interno della scatola si muovessero in tutti i sensi, come le molecole di un gas, ma con velocità media prossima a quella della luce? Occorrerà indubbiamente una forza maggiore in ragione dell'accresciuta energia cinetica delle sferette e della conseguente maggior resistenza che la scatola opporrà al moto. L'energia, o quanto meno l'energia cinetica, resiste al moto, come le masse ponderabili. Ma è ciò forse vero per tutte le specie o forme di energia? A questa domanda la teoria della relatività dà una risposta chiara e netta, ricavata dai suoi presupposti fondamentali: una risposta, anche questa, di carattere quantitativo. *L'energia sotto tutte le sue forme si comporta come la materia*[40].

Sotto questo profilo, «un pezzo di ferro pesa più quando è caldo di quando è freddo; la radiazione emessa dal Sole attraverso lo spazio possiede energia e pertanto anche massa; il Sole e tutte le stelle radianti perdono massa emettendo radiazione»[41]. In altri termini, rispetto a quanto sostenuto dalla fisica classica, non vi è alcuna differenza essenziale tra la massa e l'energia, giacché l'energia si comporta come la massa, possiede una massa e la massa stessa rappresenta energia. Oltre allo spazio e al tempo assoluti di Newton e all'etere luminifero, con la teoria della relatività speciale Einstein si sbarazza così anche di un ulteriore costrutto ancora in voga nella seconda metà del XIX secolo: l'energia come sostanza imponderabile distinta dalla materia come sostanza dotata di peso (con le due rispettive leggi di conservazione). Va da sé che, dal momento che nella formula $E = mc^2$ il valore della costante di proporzionalità c^2 è straordinariamente elevato, è sufficiente trasformare una ridottissima

40. Einstein, Infeld (1965, p. 206).
41. *Ibid.*

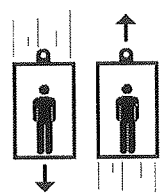
quantità di materia per ottenere quantità davvero enormi di energia: basti pensare, solo per fare un esempio, allo sfruttamento dell'energia atomica nei processi di fissione e di fusione nucleare.

«Simile a una casa a due piani»[42], la teoria della relatività ha conosciuto, com'è noto, una seconda fondamentale formulazione, contenuta in modo particolare nello scritto *Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie* (1916), che risale al periodo in cui Einstein, da poco rientrato in Germania dopo gli anni trascorsi a Zurigo, era divenuto membro dell'Accademia Prussiana delle Scienze, direttore dell'Istituto di Fisica teorica Kaiser Wilhelm nonché professore di Fisica presso l'Università di Berlino. Se nella memoria del 1905 Einstein aveva preso in considerazione soltanto i sistemi inerziali, limitando così al moto rettilineo uniforme il problema dell'elettrodinamica dei corpi in movimento, nello scritto del 1916 emerge invece un proposito più ardito, quello cioè di rendere conto di ogni tipo di moto, giacché «le leggi della fisica debbono essere di natura tale che le si possa applicare a sistemi di riferimento comunque in moto»[43]. Seguendo questa via, Einstein giunge a una generalizzazione della teoria della relatività speciale, di cui la teoria della *relatività generale* rappresenta «il logico sviluppo»[44]. A sua volta, la teoria della relatività speciale è presupposta valida come *caso limite* di quella generale, laddove sia applicata a regioni quadridimensionali infinitamente piccole.

Alla base della teoria della relatività generale c'è il riconoscimento di due princìpi fondamentali: l'uguaglianza di *massa inerziale* (proprietà di un corpo in virtù della quale esso si oppone a una sua accelerazione) e *massa gravitazionale* (proprietà da cui dipende l'intensità dell'interazione gravitazionale tra due corpi) e l'equivalenza di tutti i sistemi di riferimento, indipendentemente dal loro stato di moto, ai fini della formulazione delle leggi generali della natura (*covarianza generale*)[45]. Nella relatività generale, infatti, le leggi della natura vengono formulate in modo da restare invarianti non soltanto rispetto al passaggio da un osservatore inerziale a un altro in moto rettilineo rispetto al primo, ma anche rispetto a qualunque generico cambiamento di riferimento nello spazio-tempo. Il principio di equivalenza implica che una variazione cinematica (come un'accelerazione) può *modificare* o *annullare* la gravità per un determinato sistema di riferimento: in questo modo, è possibile spiegare da un punto di vista cinematico i vari effetti gravitazionali come spostamenti spaziali nel tempo, nei termini di una geometria dello spazio-tempo. Sotto questo profilo, Einstein vede nella forza di gravità (e dunque nella distribuzione dei corpi) una forza in grado di influenzare direttamente l'universo, di modificarne cioè la struttura spazio-temporale provocandone distorsioni e curvature. Sorprendentemente già FitzGerald, nel 1894, sembrava avere intuito quest'ordine di idee nel momento in cui affermava, con il linguaggio tipico della fisica ottocentesca, che «la gravità è probabilmente dovuta a un cambiamento della struttura [dell'etere] prodotto dalla presenza di materia»[46]. Applicando alla gravitazione la forma generalizzata della relatività, Einstein arriva alla fondamentale conclusione che lo spazio (o meglio lo spazio-tempo) è in grado di subire l'influsso della forza di gravità. Nella teoria della relatività generale, «la gravitazione occupa così una posizione eccezionale nei confronti delle rimanenti forze, e soprattutto delle forze elettromagnetiche»[47] andando dunque a determinare le proprietà metriche dello spazio quadridimensionale. In altri termini, il campo gravitazionale, generato dalle masse, agisce sulla struttura dello spazio-tempo modificandone la metrica, cioè la distanza fra i suoi punti.

Nella seconda parte della sua memoria del 1916, Einstein offre la descrizione matematica della struttura dello spazio-tempo curvo ricorrendo ai fondamentali contributi dei matematici italiani Gregorio Ric-

42. Einstein (1988h, p. 580).
43. Einstein (1988e, p. 285).
44. Einstein (1988i, p. 586).
45. Sul tema, cfr. Pettoello (2016). Per comprendere questo principio è sufficiente immaginare, secondo un noto esperimento mentale proposto dallo stesso Einstein, un laboratorio racchiuso in un ascensore in due situazioni differenti. Nel primo caso, la cabina risulta appesa e ferma nel campo gravitazionale della Terra, così che un osservatore al suo interno vedrebbe cadere gli oggetti con la consueta accelerazione di gravità. Nel secondo caso, invece, la cabina si trova nello spazio, lontana da ogni massa, ma è spinta – all'insaputa dell'osservatore al suo interno – da un motore a razzo esattamente con l'accelerazione di gravità. Secondo Einstein, se vale il principio di equivalenza non è assolutamente possibile distinguere dall'interno la caduta dei gravi dovuta al loro peso rispetto da quella dovuta al rinculo. In altri termini, dall'interno dell'ascensore l'osservatore non è in grado di stabilire se al di fuori c'è una forza che esercita una pressione oppure una massa in quiete che esercita un'attrazione gravitazionale: sotto questo profilo, gravitazione e inerzia producono gli stessi effetti.



46. FitzGerald (1902, p. 313).
47. Einstein (1988e, p. 293).

ci-Curbastro (1853-1925) e Tullio Levi-Civita (1873-1941) al cosiddetto *calcolo tensoriale* o *calcolo differenziale assoluto*: una forma di calcolo che, rispetto a quello infinitesimale, permette di presentare le equazioni fisiche in una forma indipendente dalla scelta del sistema di coordinate. Da un punto di vista matematico, la teoria della relatività generale è oltremodo complessa e la sua esposizione dettagliata esula dagli scopi di questo lavoro. A livello teorico-concettuale, è doveroso però sottolineare almeno un aspetto fondamentale: oltre all'eliminazione della nozione di *moto assoluto* e al riconoscimento della natura *finita* ancorché *illimitata* dell'universo, con la teoria della relatività generale Einstein ammette, per la prima volta in fisica, il carattere strutturalmente non euclideo dello spazio-tempo in quanto dotato di curvatura non nulla. Ciò, tuttavia, non significa negare in senso assoluto l'applicabilità del modello geometrico euclideo, che rimane comunque approssimativamente valido per limitate e infinitamente piccole regioni dello spazio-tempo. D'altra parte, è proprio la presenza della materia (come distribuzione di massa-energia) a modificare la geometria dello spazio-tempo, alla cui curvatura è riconducibile il campo gravitazionale: come tali, le masse non esercitano, a differenza di quanto stabilito da Newton, alcuna forza gravitazionale, bensì determinano tanto la curvatura dello spazio-tempo che le circonda, quanto il percorso dei corpi che si trovano al suo interno in movimento. Se la configurazione geometrica del mondo assume ora un carattere di relatività, vale a dire di dipendenza dalla presenza delle masse e dalla loro velocità, un sistema geometrico non euclideo di tipo riemanniano a curvatura variabile sarà più funzionale alla descrizione dello spazio-tempo e delle sue modificazioni. La forza di gravità è dunque sostituita da Einstein con la curvatura dello spazio-tempo e, poiché il principio d'inerzia rimane invariato di fronte a un cambiamento di riferimento spazio-temporale, sarà possibile calcolare il movimento gravitazionale di un corpo conoscendo la curvatura dello spazio-tempo provocata dalla distribuzione di massa-energia. In tale spazio-tempo, infatti, i corpi si muovono seguendo le linee di universo di uno spazio curvo, cioè le geodetiche. La teoria einsteiniana della gravitazione ha quindi un carattere strettamente geometrico: se però nella teoria della relatività speciale la struttura geometrica dello spazio-tempo coinvolgeva solo le coordinate spaziali e temporali, nella relatività generale essa comprende anche la presenza delle masse capaci di deformare la struttura dello spazio-tempo con i campi gravitazionali da esse sviluppati.

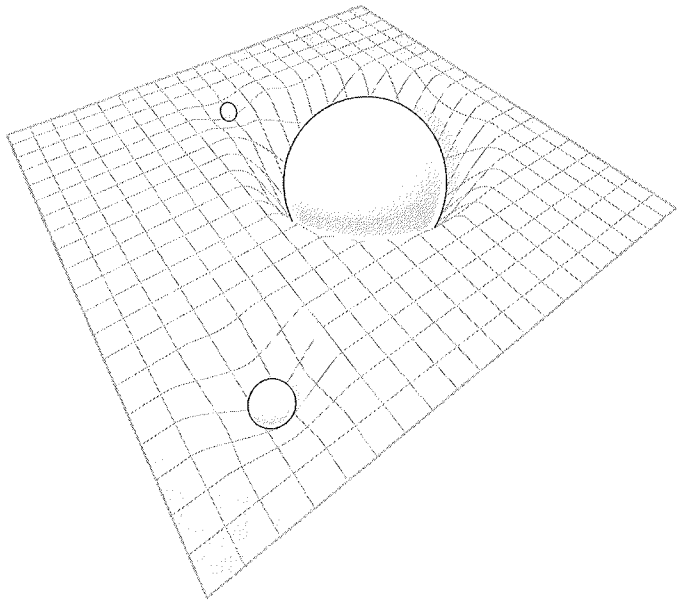
Sarebbe sostanzialmente fuorviante intendere, in questo contesto, la materia come *causa* della struttura geometrica dello spazio-tempo. Le cose non stanno propriamente così. Più corretto, nel senso di Einstein, sarebbe infatti intendere la relazione tra materia e curvatura dello spazio-tempo nel senso di una costante reciprocità: se è vero che la distribuzione di massa-energia influenza la geometria dello spazio-tempo, è altrettanto vero che la curvatura dello spazio-tempo condiziona la distribuzione di materia determinando i movimenti dei corpi. In altri termini, «*lo spazio agisce sulla materia, dicendole come muoversi. A sua volta, la materia reagisce sullo spazio, dicendogli come curvarsi*»[48]: tutto ciò avviene secondo un ordine circolare di interazioni. Il movimento, per esempio, di un corpo verso la Terra o attorno ad essa su un'orbita deve essere attribuito semplicemente alla sua traiettoria naturale (il più possibile rettilinea, simile a un'ellisse) presente in una determinata regione curva dello spazio-tempo. Quest'ordine di idee comporta un'ulteriore conseguenza sul piano teorico: se lo spazio-tempo influenza il moto dei corpi, ha cioè una funzione attiva sui corpi e possiede energia, allora esso gode di una propria *realtà fisica* paragonabile a quella del campo elettromagnetico. Sotto questo profilo, si può ragionevolmente affermare che lo spazio e il tempo non costituiscono (come voleva Newton) qualcosa di diverso dalla materia, ma la loro unione – lo spazio-tempo – è una delle *componenti materiali* del mondo: un'entità cioè soggetta a ondulazione, flessione, curvatura e torsione. Più ancora, il campo gravitazionale non è diffuso nello spazio-tempo, ma è esso stesso spazio-tempo[49].

Un semplice esperimento mentale può aiutarci ad afferrare, almeno intuitivamente, il punto di vista di Einstein sulla forza di gravità e la curvatura dello spazio-tempo (FIG. 6.6). Se paragoniamo lo spazio a un sottile tappeto di gomma ben teso (simile a quello comunemente

48. Misner, Thorne, Wheeler (1973, p. 5). Il corsivo è nell'originale.

49. Sotto questo profilo, Einstein può riconoscere che «non esiste un qualcosa come uno spazio vuoto, ossia uno spazio senza campo. Lo spazio-tempo non pretende di avere un'esistenza per proprio conto, ma soltanto una qualità strutturale del campo. Descartes non era dunque così lontano dal vero quando credeva di dover escludere l'esistenza di uno spazio vuoto. Tale nozione appare invero assurda, finché la realtà fisica viene vista esclusivamente nei corpi ponderabili. Solo l'idea del campo come rappresentante la realtà, in combinazione con il principio generale di relatività, riesce a rivelare il vero nocciolo dell'idea di Descartes: non esiste spazio "vuoto di campo"» (Einstein, 1988f, p. 503).

FIGURA 6.6
Rappresentazione intuitiva dello spazio-tempo einsteiniano



usato nei trampolini elastici) e immaginiamo di appoggiare una sfera di un certo peso al centro del tappeto, possiamo constatare un fatto: la sfera provoca una sorta di avvallamento nel tappeto, il quale si incurva sotto il peso della sfera. Se poi lasciamo cadere sul tappeto una sfera più piccola (e più leggera) della precedente, essa inizierà a spostarsi verso l'avvallamento creato dalla sfera più grande. Una cosa analoga accade a livello planetario, laddove, per esempio, la Terra *piega* lo spazio intorno a sé e la Luna non le gira intorno perché mossa dalla forza gravitazionale, ma perché si sposta nell'avvallamento che la Terra provoca nello spazio-tempo, dove peraltro il tempo scorre più lentamente che al di fuori dell'avvallamento stesso. Va da sé che più grande e pesante è un corpo materiale, maggiore sarà l'avvallamento da esso provocato nello spazio-tempo: basti pensare ai diversi pianeti che orbitano intorno al Sole nel nostro universo o al particolare fenomeno dei *buchi neri*, corpi celesti capaci di generare un campo gravitazionale (ovvero una deformazione dello spazio-tempo) così grande e intenso che nemmeno la luce è letteralmente in grado di venirne fuori.

L'inclusione, da parte della relatività generale, della gravitazione nella geometria dello spazio-tempo non ha soltanto avuto il vantaggio di rendere la teoria logicamente più semplice e compatta, ma anche quello di prevedere e dimostrare empiricamente tre fenomeni significativi: l'anomalia della precessione del perielio dell'orbita di Mercurio, cioè l'avanzamento del punto dell'orbita in cui il pianeta è più vicino al Sole, non spiegata dalla teoria newtoniana della gravitazione (l'orbita ellittica di Mercurio ruota lentamente intorno al suo piano e il suo perielio anticipa di 43 secondi d'arco ogni secolo rispetto ai valori stabiliti dall'astronomia di Newton); la deflessione gravitazionale della luce nella vicinanza della materia; lo spostamento verso il rosso delle righe spettrali emesse da una sorgente in un campo gravitazionale (*redshift* gravitazionale), alla cui presenza dovrebbe diminuire la frequenza di una radiazione luminosa.

Limitiamoci a considerare il secondo fenomeno. Come abbiamo visto, la teoria della relatività generale stabilisce che l'energia ha una massa, che la massa inerziale è anche massa gravitazionale e che la gravitazione *agisce*, per così dire, sull'energia: di conseguenza, un raggio di luce di una stella che passi nella prossimità del campo gravitazionale generato dal Sole dovrà necessariamente subire una deviazione del proprio corso. Si tratta, per la verità, di un effetto prevedibile anche nell'ottica newtoniana, ma il valore della deviazione era la metà di quello richiesto dalla teoria di Einstein. Una delle più importanti conseguenze della relatività generale è dunque l'abbandono del secondo postulato della relatività speciale: la velocità della luce, pur restando la velocità limite del movimento nell'universo, non assume più un valore costante, dal momento che la luce è attratta e distorta dai campi gravitazionali e assume velocità diverse.

La conferma sperimentale e la quantificazione (tuttavia non esente da critiche) del fenomeno della deflessione gravitazionale della luce arriva in occasione dell'eclissi totale di Sole osservata da Arthur Eddington il 29 maggio 1919 all'isola di Principe, a largo della costa occidentale dell'Africa, sulla base della comparazione della posizione di alcune stelle fotografate di notte in condizioni normali e nella prossimità del Sole oscurato (FIG. 6.7). Nuove misure eseguite in Australia in occasione dell'eclissi di Sole del 21 settembre 1922 e altre più recenti hanno confermato quanto già previsto dalle equazioni di Einstein e riscontrato dalle osservazioni di Eddington: la luce *curva* o *cade* in un campo gravitazionale (FIG. 6.8).

FIGURA 6.7
Una delle fotografie realizzate da Eddington dell'eclissi totale di Sole del 1919

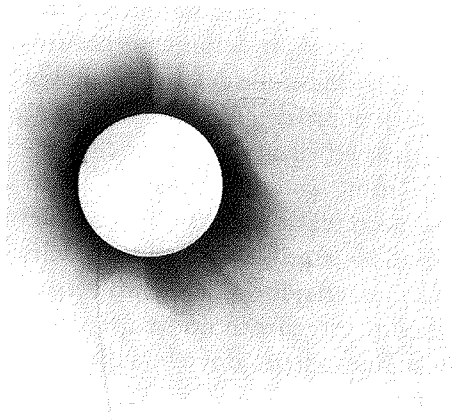
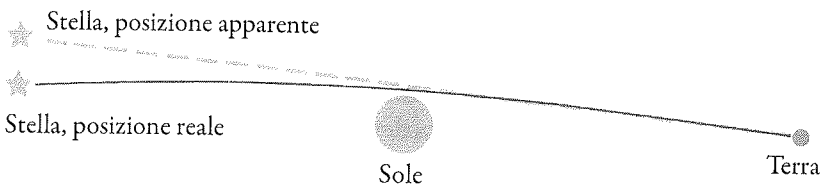


FIGURA 6.8
La curvatura di un raggio luminoso che passa nelle vicinanze del campo gravitazionale del Sole



Giunti a questo punto, prima di procedere con l'analisi del rapporto tra geometria ed esperienza nella prospettiva einsteiniana e del dibattito filosofico sul problema della spazialità generatosi a partire dalla teoria relativistica, può essere utile richiamare, almeno per sommi capi, le tre particolari concezioni dello spazio offerte dalla fisica classica, dalla teoria della relatività speciale e da quella generale. Secondo la *fisica classica*, fondata sui *Principia mathematica* di Newton, esistono uno spazio e un tempo assoluti; lo spazio è euclideo a curvatura nulla; in esso tutti i sistemi inerziali sono equivalenti e valgono i tre princìpi della dinamica, la legge della gravitazione universale e le equazioni di Maxwell. Secondo la teoria della *relatività speciale*, invece, esiste un continuo quadridimensionale (*cronòtopo*) dove spazio e tempo sono relativi e dove tutti i sistemi inerziali sono equivalenti; lo spazio è ancora euclideo a curvatura nulla (poi pseudoeuclideo nella formulazione di Minkowski) e

in esso la legge della gravitazione universale è una delle diverse forze, insieme a quelle elettromagnetiche, che possono descrivere le interazioni tra sistemi fisici; non esiste più alcun etere luminifero e la luce si propaga nel vuoto a una velocità costante c, indipendentemente dallo stato di moto della sorgente o dell'osservatore; due eventi simultanei in un sistema inerziale non lo sono più se osservati da un altro sistema inerziale in moto rispetto al primo; nello spazio-tempo si verificano particolari fenomeni, come la dilatazione del tempo e la contrazione delle lunghezze, e sussiste un'equivalenza tra massa ed energia anche per i corpi a riposo. Nella teoria della *relatività generale*, infine, lo spazio-tempo è curvato dalla distribuzione di massa-energia e in esso non vale più la geometria euclidea, bensì un modello geometrico riemanniano a curvatura variabile, al cui interno i corpi si muovono (condizionati dalla curvatura dello spazio-tempo) secondo la propria traiettoria o linea di universo (geodetica); la relatività speciale è estesa anche a sistemi non inerziali, come quelli accelerati, ma continua a godere di un valore approssimativo per limitate regioni dello spazio-tempo; infine, la velocità della luce rimane pur sempre la velocità limite dei corpi ma non è più un valore costante, poiché la luce subisce un'attrazione e una deformazione della propria traiettoria rettilinea a opera dei campi gravitazionali.

6.3
Fisica, geometria ed esperienza: aspetti del dibattito filosofico sulla relatività

Con la teoria della relatività generale, Einstein non sancisce tanto la legittimità logico-matematica (peraltro all'epoca già ampiamente riconosciuta) dei sistemi geometrici non euclidei, quanto piuttosto la loro effettiva applicabilità nell'indagine fisica. La realtà dello spazio-tempo, infatti, è descritta da un'equazione – nota come *equazione di campo* – che stabilisce un preciso legame tra la presenza o la distribuzione di materia-energia e la metrica, vale a dire la geometria dello spazio-tempo curvo. D'altra parte, oltre a riconoscere al «superbo edificio della geometria di Euclide»[50] una validità approssimativa per limitate porzioni dello spazio-tempo, la relatività gene-

50. Ivi, p. 391.

rale ne ridimensiona notevolmente il ruolo, stabilito da Poincaré, di sistema geometrico privilegiato per comodità empirica e semplicità matematica. Nella prospettiva einsteiniana, infatti, è il maggiore o il minore grado di semplicità o comodità del sistema complessivo delle leggi fisiche (e dunque del sistema fisico-teorico nella sua globalità) a condizionare l'adozione di una particolare geometria nello studio dello spazio fisico, come avviene nel caso del modello riemanniano a curvatura variabile, e la domanda relativa alla validità o meno della geometria euclidea finisce per acquisire, in questo contesto, un significato specificamente *fisico*.

Tra i primi a prendere posizione sulla caratura epistemologica delle innovazioni geometriche introdotte dalla teoria della relatività generale e sul problema della natura delle proposizioni matematiche e della determinabilità empirica della geometria c'è lo stesso Einstein. Il 27 gennaio 1921, in un clima già particolarmente teso per le istanze antisemite che andavano diffondendosi nella Germania di Weimar, Einstein tiene a Berlino, presso l'Accademia Prussiana delle Scienze, una conferenza intitolata *Geometrie und Erfahrung*. Muovendo dall'affermazione secondo cui la matematica – e con essa la geometria – godrebbe, rispetto a tutte le altre scienze, di una particolare considerazione dovuta al fatto che «le sue leggi sono assolutamente certe e incontestabili, mentre tutte le altre scienze sono in una certa misura discutibili e nel costante pericolo di essere sovvertite dalla scoperta di nuovi fatti»[51], Einstein riconosce come il processo di assiomatizzazione che ha coinvolto le scienze matematiche (come nel caso della geometria di Hilbert) abbia di fatto favorito una loro caratterizzazione in senso logico-formale, a prescindere cioè da qualsiasi riferimento all'intuizione empirica. D'altra parte, si chiede Einstein, come è possibile che la matematica – un prodotto del pensiero umano, svincolato da ogni altra esperienza e responsabile dell'ideale di esattezza comunemente riconosciuta alle scienze della natura – riesca comunque a sopravvivere a qualsiasi forma di confronto con l'esperienza? In altri termini, «può la ragione umana penetrare a fondo nelle proprietà delle cose reali senza l'esperienza, mediante il puro pensiero?»[52].

Sulla base di una preliminare distinzione tra *contenuto logico-formale* e *portata reale* delle teorie matematiche, Einstein si avvicina

51. Einstein (1921, p. 3).
52. *Ibid.*

a un'interpretazione del significato epistemologico della teoria della relatività in contrasto con la concezione kantiana della matematica e della geometria laddove afferma che «nella misura in cui le proposizioni della matematica si riferiscono alla realtà, esse non sono certe, e nella misura in cui esse sono certe, non si riferiscono alla realtà»[53]. È questo un ordine di idee che nel linguaggio di Kant potremmo tradurre in questi termini: se le proposizioni matematiche sono *a priori*, non sono sintetiche, bensì analitiche; diversamente, se sono sintetiche, non possono essere *a priori*. Di conseguenza, «nel primo caso le conclusioni della geometria sono certe ma tacciono sul mondo dell'esperienza; nel secondo caso, esse possono essere verificate dall'esperienza, e sono certe, o incerte, allo stesso modo di qualsiasi asserzione della fisica, o, nella fattispecie, di qualsiasi scienza empirica»[54]. Tutto ciò impone, secondo Einstein, una nuova interpretazione della natura degli assiomi geometrici (e delle proposizioni matematiche in generale) come *liberi prodotti* della mente umana o come *definizioni implicite* nel senso di Schlick[55], e dunque come semplici *schemi concettuali*, privi di contenuto e definiti unicamente dagli assiomi stessi:

> La geometria tratta di oggetti, denotati con parole come *retta*, *punto* ecc. Non si presuppone alcuna conoscenza o intuizione di questi oggetti, ma solo la validità degli assiomi, [...] che vengono formulati in un senso puramente formale, cioè liberato da ogni contenuto intuitivo ed empirico. Questi assiomi sono libere creazioni dello spirito umano. Tutte le altre proposizioni della geometria sono conseguenze logiche degli assiomi (assunti dal punto di vista nominalistico). Gli assiomi definiscono primariamente gli oggetti di cui tratta la geometria[56].

Una tale concezione degli assiomi geometrici ha per Einstein il merito particolare di depurare la matematica da tutti gli altri elementi ad essa estranei e di eliminare la «mistica oscurità»[57] che da sempre ne circonda i fondamenti. Ciò però rende evidente che la matematica in quanto tale non è in grado di dire alcunché circa gli oggetti della rappresentazione intuitiva, così come riguardo agli oggetti della real-

53. Ivi, pp. 3-4.
54. Frank (1973, p. 37).
55. Cfr. Schlick (1986).
56. Einstein (1921, pp. 4-5).
57. Ivi, p. 5.

tà fisica. Ciò che dà invece contenuto ai semplici schemi concettuali della geometria assiomatica non appartiene come tale alla matematica, bensì all'esperienza:

D'altra parte, è certo che la matematica in generale e la geometria in particolare devono ringraziare per il loro sviluppo la necessità di sperimentare il comportamento delle cose reali. La parola geometria, che significa proprio "misurazione della terra", lo prova chiaramente. La misurazione della terra riguarda le possibilità delle posizioni relative di dati corpi naturali, vale a dire di parti del corpo terrestre, nastri metrici, aste metriche e così via. È chiaro che il sistema di concetti della geometria assiomatica da solo non può fare alcuna affermazione sul comportamento di tali oggetti della realtà, che designeremo come i corpi rigidi della pratica. Per essere in grado di fare tali asserzioni, la geometria deve essere spogliata del suo carattere esclusivamente logico-formale: in questo modo, i vuoti schemi concettuali della geometria assiomatica vengono subordinati ai fatti sperimentabili della realtà[58].

In altri termini, se la geometria intende farsi strumento di conoscenza della realtà, essa deve spogliarsi del suo carattere esclusivamente formale, deve cioè trasformarsi in una scienza naturale – nella «più antica branca della fisica»[59] – e le sue affermazioni non devono fondarsi soltanto su scelte di ordine logico, ma soprattutto sull'induzione a partire dall'esperienza. Questa *geometria pratica* si distingue pertanto dalla *geometria assiomatica pura*: posto che senza tale geometria «sarebbe impossibile fondare la teoria della relatività»[60], solamente l'esperienza permette di stabilire l'euclideicità o la non euclideicità dello spazio fisico. Sotto questo profilo, per esempio, la domanda se il continuo spazio-temporale a quattro dimensioni sia a curvatura nulla oppure costante o variabile è «una questione propriamente fisica che trova risposta soltanto nell'esperienza, non un problema di convenzione da scegliersi sulla base di una mera opportunità»[61]. La stessa geometria di Riemann, infatti, «reggerà se le leggi di configurazione dei corpi praticamente rigidi tanto più strettamente coincidono con quelle dei corpi della geometria euclidea quanto più piccole sono le dimensioni della regione spazio-temporale

58. Ivi, pp. 5-6.
59. Ivi, p. 6.
60. *Ibid.*
61. Ivi, p. 10.

considerata»[62]. In questo senso, secondo Einstein, la scelta di un modello geometrico euclideo, riemanniano o di altro tipo non avviene convenzionalmente (come invece sosteneva Poincaré), ma si motiva in forza di un problema di ordine fisico, e in tale ordine problematico trova la propria ragion d'essere o condizione di possibilità. La validità di una posizione convenzionalista in senso poincareano potrebbe tutt'al più essere accettata solo se considerata *sub specie aeternitatis*:

L'idea di regolo di misura e anche l'idea di orologio a essa coordinata nella teoria della relatività non trovano un oggetto esattamente corrispondente nel mondo reale. È dunque chiaro che i corpi rigidi e l'orologio non giocano il ruolo di elementi irriducibili nell'edificio concettuale della fisica, ma solo quello di strutture composite che non possono giocare alcun ruolo indipendente nella fisica teorica. È tuttavia mia convinzione che nell'attuale fase di sviluppo della fisica teorica questi elementi concettuali devono ancora essere impiegati come concetti indipendenti; siamo infatti troppo lontani da una conoscenza sicura dei fondamenti teorici [della fisica atomica] da poter dare costruzioni teoriche esatte di quelle strutture[63].

Einstein non è però stato il solo a intervenire su questo complesso e variegato ordine di problemi. L'«importanza speculativa della relatività» è infatti stata, per dirla con Levi-Civita, «così enorme»[64] da avere generato, fin dagli anni immediatamente successivi alla sua prima formulazione e nonostante l'apparente paradossalità delle sue tesi, accese discussioni tra matematici, fisici e filosofi della scienza di diversa estrazione e orientamento: discussioni, peraltro, che in tempi più recenti si sono protratte fino al *convenzionalismo geocronometrico* di Adolf Grünbaum (1923-2018), dalle cui articolate analisi dei concetti di spazio e tempo emerge l'idea della convenzionalità delle definizioni di congruenza e simultaneità come basi delle possibili metriche spazio-temporali[65]. Al centro di questo primissimo dibattito si trova un ordine problematico che investe, oltre al delicato rapporto tra geometria, esperienza e mondo fisico[66], anche il concetto di spazio-tempo quadridimensionale con le sue inevitabili conseguenze sulla concezione kan-

62. *Ibid.*
63. Ivi, p. 8.
64. Levi-Civita (1921, p. VII).
65. Cfr. Grünbaum (1973).
66. A questo proposito, cfr. almeno Torretti (1983, pp. 220-56) e Ryckman (2005).

tiana della spazialità, la differenza tra assoluto e relativo e il fenomeno fisico della simultaneità. Un quadro sufficientemente ampio di questo dibattito può essere tracciato alla luce dei contributi, tra gli altri, di autori come Hugo Dingler, Hermann Weyl, Alfred North Whitehead, Samuel Alexander, Moritz Schlick, Hans Reichenbach, Rudolf Carnap ed Ernst Cassirer, sui quali ora concentreremo la nostra attenzione.

Allievo di Klein, Minkowski, Hilbert e Husserl, il filosofo e matematico tedesco Hugo Dingler (1881-1954) è uno dei principali rappresentanti dell'*operazionismo scientifico*, un orientamento epistemologico – sostenuto anche dal fisico e filosofo della scienza statunitense Percy Williams Bridgman (1882-1961)[67] – per il quale il significato di un concetto fisico o matematico coincide con l'insieme delle operazioni mediante cui esso trova applicazione. Alla base della fisica e della matematica si pone così un sistema di princìpi metodologici finalizzati a definire i presupposti logico-epistemologici della sperimentazione scientifica, come una sorta di *a priori* che trascende la verificazione empirica. In ambito geometrico, in polemica con l'impostazione einsteiniana e l'empirismo di Helmholtz e Riemann, Dingler difende l'apriorismo geometrico euclideo rigettando ogni ipotesi fisica che possa condurre alla sua negazione[68]. Sotto questo profilo, egli avanza critiche al formalismo introdotto dalla teoria della relatività e dall'assiomatica

67. Secondo Bridgman (1965), al cui nome si legano peraltro studi fondamentali sulla fisica delle alte pressioni e sull'analisi dimensionale, un *concetto* deve essere infatti inteso come sinonimo di un certo *gruppo di operazioni* ad esso corrispondenti. In altri termini, un concetto risulta definito quando tutte le operazioni in base a cui esso è determinato risultano definite e non è possibile fare alcuna osservazione su domini non ancora oggetto di indagini sperimentali, a meno di non incorrere in estrapolazioni convenzionali e insufficienti di cui il fisico – nel suo puro empirismo metodologico – deve essere pienamente consapevole. Su questa base, Bridgman definisce lo spazio come l'insieme di tutti i concetti relativi alla posizione di qualcosa che viene determinata come un sistema di misure, come nel caso delle coordinate cartesiane. Da un punto di vista operativo, il sistema di riferimento cartesiano è a tutti gli effetti un *sistema fisico*, così come la geometria – nel momento in cui se ne applicano i risultati al mondo fisico – rappresenta una *scienza sperimentale*. In base alle diverse operazioni fondamentali di misura è poi possibile ottenere diverse tipologie di spazio: da quello *tattile* (lo spazio dei regoli graduati) a quello *ottico* (lo spazio dei raggi luminosi, cioè dell'astronomia). Chiedersi, per esempio, se lo spazio astronomico abbia o meno il carattere dell'euclideicità significa dunque chiedersi se le caratteristiche dello spazio ottico che rientrano nel raggio delle nostre misure astronomiche siano o meno euclidee, e l'unica risposta in proposito può essere data solo in sede sperimentale.

68. Cfr. Dingler (1911; 1925; 1933; 1955-56).

hilbertiana difendendo, in funzione operazionista, la meccanica newtoniana e la geometria euclidea. Posto che «la geometria non può essere scelta arbitrariamente»[69] – come scrive in polemica con Poincaré in *Die Methode der Physik* (1938) – dal momento che «noi siamo invece condotti a essa, in modo univoco, semplicemente dalle circostanze e dalle conseguenze del procedere metodico-pratico e dell'agire»[70], secondo Dingler,

> dalle ricerche condotte negli ultimi sessant'anni sui fondamenti della geometria si ricava, inoltre, che ogni altra geometria diversa dalla euclidea richiede per la determinazione del c.ind. [corpo indeformabile] *un numero* di determinazioni *maggiore* che non la euclidea. Infatti se si vogliono accettare quelle, si trova che esse *non sono determinabili soltanto con i mezzi dello stadio presistematico (e del piano)*. Già le semplici geometrie non euclidee richiedono che allo scopo sia fissata una distanza fissa con numeri per le misure, ciò che con i mezzi detti non può essere effettuato nello stesso senso che guida le altre «definizioni» della geometria ideale. Cioè, questa determinazione *non* può avvenire *idealmente* (ma soltanto mediante la scelta empirica di un corpo empirico, sicché scompare la natura ideale della geometria con tutte le sue importanti prerogative e conseguenze, che vengono trattate nello stesso modo)[71].

Un aspetto degno di nota riguarda le relazioni tra la geometria euclidea e quelle non euclidee (iperbolica in particolare). Secondo Dingler, «chi volesse ora concludere: ogni qualvolta si trovano relazioni iperboliche si è in contraddizione con la geometria euclidea, commetterebbe un errore logico»[72]. Noi sappiamo, infatti, che ci sono parti della geometria euclidea che contengono esattamente le relazioni logiche di quella iperbolica, come nel caso del cosiddetto *inviluppo* di sfere iperbolico o delle relazioni delle linee geodetiche su una regione finita della pseudosfera: non potendo darsi in generale alcuna geometria in sé non contraddittoria il cui formalismo logico non compaia almeno in un campo limitato della geometria euclidea, «l'intera geometria iperbolica può venir incorporata nella euclidea»[73]. Difendendo la validità *a priori* della geometria euclidea e con essa la priorità della meccanica newtoniana

69. Dingler (1953, p. 126).
70. Ivi, p. 161.
71. Ivi, p. 327.
72. Ivi, p. 389.
73. *Ibid.*

sulla relatività einsteiniana, Dingler finisce per considerarla come una sorta di *geometria d'uso* presupposta perfino nella costruzione degli strumenti di misura – come il regolo graduato o *corpo rigido* – e conseguentemente non passibile di invalidazione con risultati sperimentali ottenuti grazie a questi stessi strumenti[74].

La fenomenologia husserliana ha permeato il punto di vista filosofico di uno dei maggiori matematici e fisici del XX secolo, il tedesco Hermann Weyl (1885-1955), al quale si deve peraltro una teoria di campo unificata in cui il campo elettromagnetico di Maxwell e il campo gravitazionale di Einstein sono considerati proprietà geometriche dello spazio-tempo[75]. Per Weyl, il mondo fisico costituisce un oggetto intenzionale dispiegabile in un insieme di atti logici di coscienza (cioè in un insieme di enunciati geometrici) e la fisica si propone di cogliere il significato della varietà inesauribile del mondo materiale a partire dalle nozioni-base di *uguaglianza* e *congruenza*, le quali permettono di esprimere *naturalmente* i contenuti delle categorie di spazio e tempo come correlate a una forma di esperienza originaria (sia attiva che passiva) con la *materialità* del reale: sotto questo profilo, si attribuisce al mondo una struttura metrica quando si assume che l'uguaglianza degli intervalli temporali e la congruenza delle figure spaziali siano dotati di un significato oggettivo. In forza di questa originale impostazione fenomenologica, Weyl descrive il formarsi dell'originario spazio euclideo (che nella fisica classica viene poi relazionato al tempo) a partire dalle esperienze sensoriali nel mondo-ambiente materiale e arriva vedere nella teoria della relatività il momento di massima connessione tra la geometria come modello di scienza pura e il concetto di materia.

Tra geometria e fisica sussiste un'interdipendenza di fondo. È questo un ordine di idee che emerge chiaramente nello scritto weyliano *Raum-Zeit-Materie* (la cui prima edizione risale al 1918), dedicato all'esposizione di importanti risultati matematici della relatività generale. Per Weyl, «la geometria, la meccanica e la fisica costituiscono un'unità teorica inscindibile»[76], fermo restando che «la connessione tra l'esperienza immediata e l'elemento oggettivo dietro ad essa, che la ragione cerca di afferrare concettualmente in una teoria, non è così semplice

74. Cfr. Dingler (1920).
75. Cfr. Weyl (1918).
76. Weyl (1922, p. 60).

come se ogni singola affermazione della teoria avesse un significato verificabile attraverso un'intuizione diretta»[77]. In questo senso, se dal punto di vista filosofico si è sostenuto che le osservazioni empiriche non possono provare la validità o meno della geometria euclidea, è tuttavia necessario «riconoscere che in tutte le osservazioni di questo tipo giocano un ruolo preminente supposizioni di natura essenzialmente fisica, come quella per cui il percorso di un raggio di luce è una linea retta e altre simili»[78]. Ciò non può che confermare che «solo il tutto [*das Ganze*] composto dalla geometria e dalla fisica può essere empiricamente controllato»[79].

Riprendendo le affermazioni einsteiniane sul rapporto tra realtà fisica e asserzioni matematiche, nella *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft* (1927) Weyl affronta poi il problema dell'apriorità o dell'aposteriorità del sapere geometrico:

> Il corso generale della filosofia, d'altra parte, si è sviluppato da allora in un verso che ha condotto a scindere i giudizi *a priori* kantiani in due direzioni. Da un lato vi sono leggi non empiriche [*Wesensgesetze*], che esprimono il modo in cui i dati e gli strati della coscienza si fondano gli uni sugli altri, ma che non pretendono di rendere possibili affermazioni su fatti; questa linea di ricerca ha avuto il suo culmine nella fenomenologia di Husserl, in cui l'*a priori* è molto più ricco che nel sistema kantiano. Dall'altro lato si formulano i princìpi della costruzione teoretica che secondo il punto di vista più estremista (Poincaré) poggiano su pure convenzioni[80].

In questo contesto, secondo Weyl – che al problema dello spazio ha dedicato, nel 1923, anche una brillante analisi condotta attraverso i metodi della teoria dei gruppi di Sophus Lie[81] – è possibile, almeno nel caso dello spazio fisico, «contraddistinguere obbiettivamente gli aspetti *a priori* e quelli *a posteriori* senza far riferimento (come invece faceva Kant) alla loro sorgente conoscitiva o al loro carattere conoscitivo»[82]. Del resto, secondo il punto di vista di Riemann e di Einstein, è possibile «contrapporre *la natura* (unica e data in modo assoluto) della

77. *Ibid.*
78. Ivi, p. 87.
79. *Ibid.*
80. Weyl (1967, p. 164).
81. Cfr. Weyl (1991).
82. Weyl (1967, p. 164).

metrica pitagorico-euclidea, che non partecipa dell'irrimediabile vaghezza a cui è soggetto ciò che occupa un posto variabile in una scala continua, al reciproco *orientamento* delle metriche nei vari punti, vale a dire all'andamento quantitativo del campo metrico»[83]. Quest'ultimo è accidentale e dipende dalla distribuzione sempre mutevole della materia. Più ancora, può essere accertato solo in modo approssimativo e mediante un riferimento *intuitivo* e *immediato* alla realtà. In questo modo, secondo Weyl, la teoria della relatività generale non nega completamente la possibilità di un *a priori* nella struttura del mezzo in cui il mondo esterno si estende. Una *linea di separazione* tra l'*a priori* e l'*a posteriori* pare invece trovarsi altrove:

> Fra gli aspetti *a priori* del mondo, accanto e sopra alla natura propria del campo metrico, vi è la connessione topologica, che è fissata una volta per tutte, e in particolare il numero 4 delle dimensioni. L'andamento quantitativo del campo metrico obbedisce a leggi naturali esatte, cioè alle leggi di gravitazione di Einstein, che sono simili alle leggi del campo elettromagnetico di Maxwell. Fra ciò che è *a posteriori* bisogna allora distinguere ancora ciò che è necessitato da leggi naturali e ciò che resta libero anche rispetto ad esse, e appare così come un fattore contingente. La partizione binaria è sostituita da una ternaria[84].

Per quanto concerne poi il più comune spazio intuitivo o spazio dell'intuizione, Weyl ne afferma l'esistenza e il carattere euclideo della struttura metrica. Una tale concezione, peraltro, non sembra neppure contraddire la fisica come tale, «nel senso che quest'ultima concorda con il carattere euclideo degli intorni infinitesimi di un punto *o* (in cui l'io si trova in un certo momento)»[85]. D'altra parte,

> gli angoli formati dalle direzioni spaziali dei raggi luminosi emessi dalle varie stelle e che colpiscono l'occhio soddisfano effettivamente le leggi della trigonometria sferica dello spazio euclideo. Ma si deve ammettere che la relazione fra lo spazio intuitivo e lo spazio fisico diviene tanto più vaga quanto più ci si allontana dal centro-io. Lo spazio intuitivo può essere paragonato a un piano tangente che tocca una superficie curva (lo spazio fisico) in un punto *o*; nelle vicinanze immediate di *o* i due coincidono, ma quanto maggiore è la distanza da *o* tanto più arbitraria diviene la corrispondenza biunivoca fra il piano e

83. *Ibid.*
84. Ivi, p. 165.
85. *Ibid.*

> la superficie, che si cerca di stabilire allargando la relazione di coincidenza nell'intorno di *o*. Ciò non significa che lo spazio intuitivo come tale debba avere un carattere necessariamente vago. Tutto considerato, esso non supera con oscillazioni o compromessi la discrepanza creata dalla visione binoculare (purché circostanze estreme, o il dirigere l'attenzione sulla percezione visiva come tale, non facciano sorgere un conflitto fra i due campi), ma la sua limpidezza intuitiva non è offuscata, anche se nella costruzione obbiettiva l'effettivo stato di cose può essere rappresentato solo come un compromesso[86].

Sul fronte del neorealismo inglese – la cui rivalutazione dell'esistenza obiettiva del reale è sviluppata in opposizione al soggettivismo della filosofia idealistica – vale la pena di ricordare i contributi del filosofo e matematico britannico Alfred North Whitehead (1861-1947) e del filosofo australiano Samuel Alexander (1859-1938). A Whitehead si lega la formulazione, nel 1922, di una teoria gravitazionale, oggi sostanzialmente respinta, alternativa alla relatività generale di Einstein[87]. Pur accettando i risultati e gli scenari della relatività ristretta, Whitehead rifiuta infatti l'idea, propria della relatività generale, di una curvatura variabile dello spazio-tempo (cui oppone una molteplicità di sistemi spazio-temporali), inquadrando il fenomeno della gravità come una forza basata sull'azione a distanza e non come l'effetto della curvatura dello spazio-tempo dovuta alla presenza di massa-energia. Alla base della proposta teorica di Whitehead si trova una precisa concezione metafisica: l'universo rappresenta una realtà fisica e spirituale che, nella sua complessità, si sottrae alle rigide astrazioni della ragione e al cui interno si esplica processualmente, dinamicamente e olisticamente l'azione creativa di un principio divino immanente[88]. Per Whitehead è l'*evento* (inteso sia in senso soggettivo che in senso oggettivo) il punto di partenza dell'analisi spaziale e temporale, mentre lo spazio e il tempo, laddove presi isolatamente, rappresentano soltanto astrazioni derivate dall'esperienza. Come tale, la natura si definisce come una molteplicità di enti collegati da un complesso sistema di rapporti, così che lo spazio-tempo ha un carattere essenzialmente *relazionale*. Tutti gli eventi (e dunque i corpi come insieme e connessione di eventi) sono riuniti nello spazio-tempo, e in esso si sviluppano e vengono conosciuti. In questo senso, solo all'interno dello spazio-tempo è possi-

86. Ivi, pp. 165-6.
87. Cfr. Whitehead (2007).
88. Cfr. Whitehead (2019).

bile *concretare* gli oggetti obiettivando rapporti determinati fra eventi diversi ed esprimendoli attraverso invarianti matematiche (vale a dire relazioni logico-matematiche dotate di validità assoluta). Dalle relazioni reciproche tra eventi nasce in generale l'idea dello spazio, mentre dall'unico evento che costituisce la natura presente all'esperienza con altri eventi non simultanei si origina l'idea del tempo. Su questa base, il divenire della natura si presenta come un susseguirsi di durate che, a differenza di quanto sostenuto da Bergson, fluiscono in un'inscindibile connessione con le dimensioni della spazialità[89].

Influenzato soprattutto dall'evoluzionismo bergsoniano e dalla teoria relativistica, di cui fornisce peraltro una chiara interpretazione metafisica, Alexander propone invece una concezione della realtà e dello spazio-tempo in termini di *evoluzione emergente*[90]. Secondo Alexander, infatti, lo spazio e il tempo non sono (come vorrebbe Kant) semplici forme pure della sensibilità, ma nella loro indissolubile unità definiscono i caratteri costitutivi della realtà come una vera e propria *sostanza universale*: il tempo costituisce il *divenire*, mentre lo spazio la *materia* (così come nell'uomo lo *spirito* è determinato dal tempo, mentre il *corpo* dallo spazio). Nel suo intrinseco e incessante dinamismo spazio-temporale, la realtà conosce sempre nuovi e più alti livelli di sviluppo: dalle semplici configurazioni dello spazio materiale – corpo dell'intera realtà e quindi, in ultima istanza, di Dio, che si pone al culmine della realtà stessa – alle realizzazioni più sublimi dello spirito. Sotto questo profilo, la reciproca tensione evolutiva tra uomo e cosmo è concepita da Alexander come l'eterna ricerca della *deità*, la quale rappresenta, per l'uomo, l'oggetto indefinito della venerazione di tutte le rappresentazioni storiche di Dio.

In ambito neopositivista[91], il filosofo e fisico tedesco Moritz Schlick (1882-1936), fondatore del Circolo di Vienna (1922), ha proposto un'interpretazione della teoria relativistica einsteiniana che, influenzata anche dalle epistemologie di Helmholtz e Poincaré, perviene a una critica radicale del concetto kantiano di *sintetico a priori*[92]. Secon-

89. Cfr. Whitehead (1948).

90. Cfr. Alexander (1920).

91. La ricostruzione del clima filosofico che ha visto la nascita del positivismo (o empirismo) logico a partire dal dibattito neokantiano sul *sintetico a priori* e dalla teoria einsteiniana della relatività esula ovviamente dagli scopi di questo lavoro. Sul tema, cfr. almeno Friedman (1992; 1999) e Parrini (2002).

92. Cfr. Schlick (1979; 2014).

do Schlick, infatti, è falsa l'idea che la teoria della relatività costituisca una sorta di *prolungamento* del criticismo di Kant, dal momento che i concetti di spazio e tempo da essa assunti hanno una base empirica sempre mutevole. Ciò nonostante, essa si muove nel solco della tradizione kantiana nel momento in cui distingue, più ancora della fisica classica, tra dimensione *percettiva* e dimensione *concettuale* dello spazio e del tempo. Posto che le nostre esperienze spaziali hanno tutte un'origine sensoriale che le rende indefinibili e non quantificabili a livello di esperienza vissuta, lo spazio fisico non è in alcun modo dato dalle percezioni, ma è una *costruzione concettuale* che sostituisce in ogni occorrenza linguistica le esperienze sensoriali:

> Non si può perciò attribuire agli oggetti fisici la spazialità intuitiva che conosciamo dalle sensazioni visive, e neppure quella che troviamo nelle sensazioni tattili, ma soltanto un ordinamento di genere non intuitivo, che chiamiamo poi spazio obiettivo e concepiamo concettualmente mediante una varietà di numeri (coordinate). Le cose, con la spazialità intuitiva, stanno quindi proprio come con le qualità sensoriali, i colori, i suoni e così via: la fisica non lavora coi colori come con proprietà del suo oggetto, ma, invece che con questi, lavora soltanto con frequenze di oscillazioni luminose; non tratta con le qualità del calore, ma con l'energia cinetica delle molecole, e così via[93].

Da questo punto di vista, la relatività einsteiniana ha soprattutto il merito di precisare e perfezionare l'idea kantiana della soggettività dello spazio e del tempo: essa mette infatti in luce il fatto che lo spazio della fisica è un costrutto concettuale soggettivo con valore d'uso oggettivo che però non può essere confuso con lo spazio sensorialmente sperimentabile. Il legame tra lo spazio (ma ciò vale anche per il tempo) soggettivo e quello concettuale è stabilito, secondo Schlick, da una serie di *concetti intermedi* (come quelli di *corpo*, *luogo* o *momento*) alla cui base si trova l'idea di *trasformazione* come possibilità di localizzazione, mutamento e funzione di un corpo determinato. Lo spazio e il tempo di Einstein, a differenza di quelli di Kant, sono il risultato di operazioni di misura e di trasformazione di coordinate e come tali possono essere considerati, nella loro unità quadridimensionale, solamente in senso fisico. La teoria della relatività si configura dunque come un vero e proprio *compimento concettuale* di un sistema fondato sull'idea di trasfor-

93. Schlick (1979, p. 87).

mazione, da intendersi anche nel suo significato matematico. D'altra parte, rispetto allo spazio-tempo fisico, quello psicologico non è unico, bensì è molteplice in relazione al variare delle sensazioni e appartiene alla sfera della conoscenza *immediata* e *intuitiva* (*kennen*). Di contro, lo spazio-tempo della fisica – e dunque anche quello della geometria intesa in senso einsteiniano – appartiene alla sfera della conoscenza *mediata* o *concettuale* (*erkennen*) e ha un carattere esclusivamente intellettuale[94].

Sempre nel contesto del positivismo logico, la riflessione del fisico e filosofo della scienza tedesco Hans Reichenbach (1891-1953) occupa una posizione di assoluto rilievo. Com'è noto, rispetto al generale principio di verificazione fatto proprio dal neopositivismo, Reichenbach (influenzato in questo anche dagli sviluppi della meccanica quantistica[95]) ha proposto una concezione *probabilistica* e *antideterministica* della causalità che si esprime nelle leggi naturali. Secondo Reichenbach, le leggi e le ipotesi scientifiche non si trovano in un rapporto di equivalenza con un insieme di asserzioni su proprietà osservabili, ma in un rapporto di probabilità con le asserzioni osservative che evidenziano casi favorevoli alle leggi e alle ipotesi grazie alle verifiche a cui sono sottoposte. Un'asserzione o una legge di natura può dunque essere considerata *empiricamente significante* solo se possiede un certo grado di probabilità, giacché «la teoria della probabilità assicura sia lo strumento della previsione che la forma delle leggi naturali; il suo oggetto è il vero e proprio nerbo del metodo scientifico»[96]. Ovviamente il concetto di probabilità usato in senso fisico differisce da quello strettamente matematico, per il quale non esiste la possibilità della verificazione. D'altra parte, secondo Reichenbach, il principio di probabilità in senso fisico costituisce una forma di *generalizzazione* di quello di causalità, che pure non viene rinnegato. Lungi dall'essere assolutizzata, la probabilità continua così a mantenere un valore puramente empirico, giacché essa varia al variare del coefficiente di probabilità da un fenomeno all'altro.

Per quanto concerne la portata filosofica della teoria della relatività, l'analisi di Reichenbach si sviluppa alla luce di una critica operante di ogni concetto *a priori* in senso kantiano. È questo un ordine di idee che caratterizza opere come *Relativitätstheorie und Erkenntnis Apriori*

94. Cfr. Schlick (1986).
95. Cfr. Reichenbach (1954).
96. Reichenbach (1961, p. 226).

(1920), *Von Kopernikus bis Einstein* (1927) e *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre* (1928), ma anche *The Rise of Scientific Philosophy* (1951)[97]. Nella prospettiva di Reichenbach, è possibile mettere in luce le conseguenze epistemologiche della teoria einsteiniana della relatività come parte integrante e permanente del sapere filosofico. Più ancora, la critica del carattere apodittico di ogni concetto *a priori* – inteso come «residuo di una tendenza monistica verso un mondo di entità poste al di là delle cose osservabili»[98] – costituisce il fondamento logico o la premessa metodologica che ha reso possibile l'intera indagine fisica di Einstein. Secondo Reichenbach, ogni teoria fisica presuppone la validità di sistemi di princìpi costitutivi (detti *princìpi di coordinazione*) generali e variabili in funzione del progredire della conoscenza fisica. Il loro compito è quello di ordinare i dati raccolti dai sensi e di definire gli oggetti della conoscenza all'interno della teoria stessa, vale a dire di mettere in relazione termini teorici e termini osservativi: essi «non dicono *cosa* viene conosciuto nel caso individuale, bensì *come* viene conosciuto; essi definiscono il conoscibile, dicono cosa significa la conoscenza secondo il suo senso logico»[99]. Confrontando la posizione kantiana sull'*a priori* con la metodologia einsteiniana, Reichenbach conclude che se il compito della ragione umana è quello di adeguare all'esperienza i princìpi del comprendere, un simile adeguamento è possibile soltanto mediante un metodo di *approssimazione successiva* dei princìpi all'esperienza. Poiché poi gli stessi princìpi costitutivi possono essere sostituiti o modificati, l'*a priori* kantiano perde il proprio carattere apodittico, mantenendo però la proprietà fondamentale di essere *costitutivo dell'oggetto*. Sotto questo profilo, la relatività einsteiniana ha avuto un merito particolare: l'avere, per così dire, *relativizzato* il costrutto di *sintetico a priori*.

Il discorso di Reichenbach non investe soltanto la teoria della relatività, ma anche il problema del rapporto tra geometria e mondo fisico. Secondo Reichenbach, la pretesa evidenza intuitiva della geometria euclidea dipende esclusivamente da ipotesi logiche che si immaginano verificate nelle figure: posto che la geometria euclidea non può essere aprioristicamente intesa come la geometria della natura, la validità o meno di un sistema geometrico dipende essenzialmente dalla sua applicabilità all'indagine fisica. A questo proposito, la teoria della rela-

97. Cfr. Reichenbach (1961; 1977; 1984; 1985).
98. Reichenbach (1961, p. 250).
99. Reichenbach (1984, p. 151).

tività ha dimostrato la necessità di abbandonare ogni punto di vista aprioristico in funzione di una nuova impostazione del problema fisico (ma anche filosofico) dello spazio e del tempo. Già la scoperta delle geometrie non euclidee – oltre ad avere messo in crisi l'idea kantiana dell'apoditticità della geometria euclidea – aveva eliminato la necessità di ricercare una sorta di *metrica reale* dello spazio attraverso osservazioni empiriche. Con la teoria della relatività generale, poi, Einstein ha dimostrato che la ricerca di una metrica universalmente valida è priva di senso, dal momento che lo spazio fisico (o meglio lo spazio-tempo) assume di volta in volta caratteri metrici differenti al variare della distribuzione in esso della materia (cioè massa-energia). Da ciò discende una chiara concezione dello spazio, che Reichenbach enuclea nei termini seguenti:

> Lo spazio non è una forma d'ordine con cui l'osservatore umano costruisca il suo mondo; è un sistema di relazioni strutturali sussistenti fra i corpi trasportati e i raggi di luce, sistema rappresentante una proprietà generalissima del cosmo e la base di tutte le misurazioni empiriche. Lo spazio non è soggettivo, ma reale: questa è la conclusione dello sviluppo della matematica e della fisica moderne. In modo abbastanza strano, tale lungo sviluppo storico nel suo ultimo stadio ritorna proprio alla posizione di partenza: la geometria nacque come scienza empirica fra gli Egiziani, fu trasformata in scienza deduttiva dai Greci, e infine si presenta nuovamente come scienza empirica dopo che un'analisi logica della massima perfezione ha messo in luce l'esistenza di una pluralità di geometrie, delle quali una sola è quella del mondo fisico[100].

Come già per Einstein, anche per Reichenbach non è lecito porre sullo stesso piano o confondere geometria pura e geometria fisica, in quanto per la prima è sufficiente costruire una molteplicità di sistemi esenti da contraddizioni e fondati su implicazioni logico-deduttive, mentre per la seconda si tratta di «interpretare gli assiomi mediante definizioni di corrispondenza, così da trasformare il sistema geometrico in una descrizione del mondo»[101]. Di fatto, non può esistere alcuna geometria *sintetica a priori*, giacché o si tratta di geometria *a priori* (cioè pura e analitica) o di geometria *sintetica* (cioè fisica ed empirica): ancora una volta, «l'evoluzione della geometria termina con la disgregazione del

100. Reichenbach (1961, p. 139).
101. *Ibid.*

sintetico a priori»[102]. Un'analoga soluzione è offerta da Reichenbach in relazione al problema del tempo: neanche in questo caso esso può considerarsi come una realtà percepita con un atto intellettuale in senso platonico o una forma ordinatrice *a priori* in senso kantiano. Come già per le strutture spaziali, anche per quelle temporali la mente umana è in grado di operare una scelta – empiricamente determinata – tra diversi sistemi, come quello classico e quello einsteiniano. L'ordine temporale rappresenta così «una proprietà generale dell'universo in cui viviamo»[103], la cui realtà è la stessa già chiarita a proposito dello spazio: lungi dall'essere *a priori*, «la sua conoscenza è frutto di osservazioni, così da costituire un capitolo della fisica»[104] i cui sviluppi, come nel caso della simultaneità, sapranno in futuro dischiudere nuove e interessanti prospettive di ricerca e applicazione.

Alla cerchia neopositivista della prima metà del Novecento appartiene anche il filosofo e fisico tedesco Rudolf Carnap (1891-1970), il quale ne declina, soprattutto nella prima fase viennese del suo pensiero, i principali temi caratteristici: dall'importanza della logica simbolica all'interesse pressoché esclusivo per i linguaggi delle scienze empiriche, fino al rifiuto della metafisica (ma anche del *sintetico a priori* di Kant) come insieme di pseudoproposizioni articolate in ragionamenti scorretti. Da questo punto di vista, l'opera carnapiana più significativa è senz'altro *Der logische Aufbau der Welt* (1928)[105]. Qui, anche sotto l'influsso di Mach e della *Gestalttheorie*, è presentata una concezione fenomenistica dei concetti scientifici che riduce l'intero edificio del linguaggio sensato e della conoscenza empirica alle strutture logiche e ai dati immediati dell'esperienza vissuta. Secondo Carnap, infatti, tutti i concetti che si riferiscono al mondo esterno nei suoi molteplici aspetti (da quelli fisici a quelli psicologici, fino a quelli socioculturali) si basano in ultima istanza su *processi autopsichici*, vale a dire su concetti interni al flusso della coscienza o dei vissuti dell'osservatore come esperienze istantanee globali del soggetto conoscente. Come tale, la scienza è fatta di enunciati o proposizioni elementari (*elementi originari* del mondo) che esprimono sia un contenuto (l'esperienza vissuta elementare) che una forma (la relazione fondamentale tra le esperienze

102. *Ibid.*
103. Ivi, p. 152.
104. *Ibid.*
105. Cfr. Carnap (1997).

vissute). Tali enunciati definiscono la base della conoscenza scientifica, la quale nella sua unità di fondo comprende le scienze empiriche, cui si applica il metodo *sintetico a posteriori* (come la fisica o la chimica), e le scienze formali, il cui metodo è *analitico a priori* (come la matematica). La filosofia si configura come un'analisi logica del linguaggio finalizzata a ricondurre le proposizioni scientifiche a proposizioni verificabili mediante le esperienze vissute elementari e le loro relazioni. Da tale analisi consegue necessariamente un fatto: le proposizioni metafisiche vanno rigettate come inverificabili e devono al massimo essere viste come l'espressione di un *atteggiamento emotivo* di fronte alla vita analogo a quello dei poeti e dei musicisti (i quali, però, a differenza dei metafisici esprimerebbero le loro emozioni e il loro mondo interiore con mezzi più adeguati ai loro scopi).

Prima ancora che in *Der logische Aufbau der Welt*, un contributo particolarmente originale al problema dello spazio è offerto da Carnap nella sua dissertazione di dottorato *Der Raum. Ein Beitrag zur Wissenschaftslehre* (1922), discussa a Jena con il filosofo neokantiano Bruno Bauch (1877-1942). Per la verità, qui Carnap delinea un ordine di idee che andrà successivamente modificando per convergere sempre di più, da un punto di vista teorico, con le soluzioni proposte da Reichenbach – con cui peraltro fonderà, nel 1935, la prestigiosa rivista "Erkenntnis" – e dagli altri neopositivisti. Negli intenti di Carnap, che prende così una prima posizione nel controverso dibattito sulla natura dello spazio generato dalla scoperta delle geometrie non euclidee e dalla teoria einsteiniana della relatività, si tratta di favorire una chiarificazione logico-matematica del concetto di spazio finalizzata a eliminarne gli equivoci e le ambiguità presenti sia in filosofia che in fisica e in matematica. A questo proposito, uno degli obiettivi polemici, peraltro non apertamente dichiarati, di Carnap è proprio l'opera di Reichenbach, e più nello specifico la sua drastica svalutazione del *sintetico a priori* kantiano. Ciò comporta una concezione per così dire *mitigata* di tale costrutto che riduce la geometria di ogni esperienza possibile a una forma di topologia generalissima in cui si ammette l'apriorità dello spazio a prescindere da quella degli assiomi geometrici.

Nella sua dissertazione, Carnap procede innanzitutto con l'esposizione di tre specifici significati del concetto di spazio, mettendone anche in rilievo i relativi statuti gnoseologici e le relative modalità oggettive: lo *spazio formale* (analitico *a priori*), lo *spazio intuitivo* (sintetico *a priori*) e lo *spazio fisico* (sintetico *a posteriori*). Lo spazio formale coincide in ultima istanza con lo spazio della geometria di Hilbert (seppure emendata da qualsiasi riferimento a concetti spaziali) e rappresenta una sorta di *metageometria* in grado di contenere – nel senso di una vera e propria *precondizione* – le fondamenta logico-formali di ogni successiva elaborazione spaziale. In altri termini, esso definisce «una "pura teoria delle relazioni", ovvero una "teoria ordinale", cioè una scienza di cose indeterminate, tra le quali sussistono relazioni altrettanto indeterminate, per le quali vengono presupposti pochi assiomi ed in base ai quali vengono dedotti teoremi in numero illimitato»[106].

Il concetto di spazio intuitivo è poi presentato in stretta analogia con la posizione kantiana della *Kritik der reinen Vernunft* e viene definito come lo spazio dell'esperienza possibile, uno spazio geometrico tuttavia non caratterizzato da una metrica precisa. Esso denota infatti

> una struttura ordinale della quale possiamo certamente delimitare concettualmente la specie formale ma, come in tutto ciò che è intuitivo, non la sua specificità. Qui si può rinviare solamente a contenuti d'esperienza vissuta, vale a dire a figure e relazioni spaziali di natura intuitiva: punti, segmenti, parti di superfici, parti di spazio; il giacere di un punto su una linea in una porzione di spazio, l'intersecarsi di due linee, ecc.[107]

Lo spazio intuitivo è per Carnap un vero e proprio *spazio topologico* – omogeneo, isotropo e dotato di un numero illimitato di dimensioni – che ammette soltanto relazioni tra punti e figure (come avviene in topologia) e al cui interno gli unici rapporti formali esprimibili sono quelli di *coincidenza*, *adiacenza* e *contenimento*. Nello spazio intuitivo, condizione di possibilità di ogni oggetto dell'esperienza in generale, «non si tratta dunque delle figure che abitualmente vengono definite spaziali, come triangoli, cerchi e simili, bensì di elementi di relazioni privi di significato, al posto dei quali possono subentrare le cose più diverse (numeri, colori, gradi di parentela, cerchi, giudizi, uomini, ecc.) purché tra di essi vi siano delle relazioni che soddisfino determinate condizioni formali»[108]. Ciò permette di integrare di volta in volta tale forma di spazio mediante opportuni sistemi di assiomi in grado di generare sistemi geometrici o metriche differenti e mutualmente incom-

106. Carnap (2009, p. 34).
107. Ivi, p. 49.
108. Ivi, pp. 31-2.

patibili, come quelli euclidei e non euclidei. Lo spazio intuitivo è più generale di qualunque geometria particolare e si struttura su ciò che lo stesso Carnap chiama – richiamandosi curiosamente a Husserl – *intuizione d'essenza*, e che in questo contesto non è altro che la forma pura dell'intuizione in senso kantiano. I contenuti di tale intuizione assumono così la forma di quegli assiomi che caratterizzano lo spazio di ogni esperienza possibile. Su questo primo e più generale livello di spazio intuitivo sarà poi possibile strutturare un secondo livello costituito da tutte le possibili specificazioni dello spazio topologico stesso.

Da ultimo, lo spazio fisico è caratterizzato da Carnap come uno *spazio di cose*, cioè una struttura particolare di relazioni sussistenti tra oggetti o eventi fisici: infatti, «nei fenomeni che ci sono dati nell'esperienza, nella "natura", oltre a relazioni d'altro tipo noi fissiamo anche quelle che, nel linguaggio abituale, vengono dette spaziali: le relazioni prima, entro, tra, vicino, lontano, ecc.»[109]. Di conseguenza, la formulazione dei postulati dello spazio fisico e dei relativi criteri di misura deve essere necessariamente guidata dall'esperienza e la metrica di tale spazio può essere determinata soltanto dopo che si sia assunto un criterio di misura specifico. Come tale, lo spazio fisico «presuppone, per la propria conoscenza, quella dello spazio intuitivo e questo a sua volta trova preparata la forma pura della sua struttura nello spazio formale»[110].

Sul piano gnoseologico, lo spazio formale costituisce uno sviluppo della teoria delle relazioni, e i suoi teoremi – derivati dagli assiomi della logica deduttiva – sono del tutto indipendenti dall'esperienza: in termini kantiani, esso può dirsi *analitico a priori*. Lo spazio intuitivo è invece fondato sull'intuizione d'essenza dell'esperienza spaziale e i suoi assiomi coincidono con quanto Kant – la cui concezione «dev'essere accettata»[111], almeno nella sua massima generalità – ha definito princìpi *sintetici a priori*. Quest'ordine di idee vale però per lo spazio intuitivo come spazio topologico, e non per i singoli teoremi derivati dagli assiomi stessi, cui invece manca il carattere dell'apriorità: «la tesi di Kant è quindi giusta, ma non è valida per l'intero ambito di quei princìpi ai quali egli stesso la riferiva»[112], bensì solo, per così dire, nella sua forma *ristretta*. Da ultimo, lo spazio fisico si fonda su princìpi basati

109. Ivi, p. 59.
110. Ivi, p. 32.
111. Ivi, p. 94.
112. Ivi, p. 91.

sull'induzione e si caratterizza pertanto come *sintetico a posteriori*. Alla luce di questo nuovo quadro concettuale, Carnap conclude che i contrasti protrattisi per lungo tempo tra i matematici oppositori di Kant e i filosofi suoi sostenitori non hanno portato a nessun risultato «per il semplice fatto che i due partiti non parlavano dello stesso oggetto»[113]: se i primi, infatti, avevano in mente ora lo spazio formale (come nel caso di Couturat) ora quello fisico (come Riemann, Helmholtz o Poincaré), i secondi (come i neokantiani) erano maggiormente concentrati su quello intuitivo. In questo modo, «entrambi i partiti avevano ragione e avrebbero potuto facilmente mettersi d'accordo, se solo vi fosse stata chiarezza circa i tre differenti significati di spazio»[114].

Tra i filosofi di ispirazione neokantiana a cui fa riferimento Carnap va senz'altro annoverato Ernst Cassirer (1874-1945). In generale, per *neokantismo* o *neocriticismo* si intende una serie di scuole e movimenti filosofici originatisi nella seconda metà del XIX secolo in Germania e diffusisi anche in Francia, Gran Bretagna e Italia, accomunati da una ripresa del pensiero di Kant e dal rifiuto di istanze irrazionalistiche e della filosofia romantica della natura. L'obiettivo dei neokantiani è quello di recuperare dalla lezione kantiana un ideale di filosofia come riflessione critica antimetafisica e antidogmatica sulle condizioni di validità dell'attività conoscitiva umana. Il neokantismo ha dimostrato particolare sensibilità nei confronti dei problemi suscitati dalla teoria relativistica, dal momento che – come abbiamo visto – essa andava a colpire sia il fondamento stesso dell'*a priori* di Kant (cioè le intuizioni spaziali e temporali), sia l'idea stessa di *oggetto fisico*, fondata proprio su quelle forme trascendentali di possibilità. Sotto questo profilo, una parte del mondo neokantiano più radicale ha visto nella teoria della relatività solo una serie di procedure di misurazione, indipendente da qualsivoglia sistema concettuale, che non mette affatto in discussione l'integrità della filosofia kantiana. È il caso, per esempio, della fisica e filosofa tedesco-australiana Ilse Rosenthal-Schneider (1891-1990) e del suo controverso *Raum-Zeitproblem bei Kant und Einstein* (1921)[115]. Su un fronte più moderato, invece, l'opera di Einstein è stata vista come un momento di completamento e perfezionamento del pensiero di Kant soprattutto in relazione alla sua teoria della percezione. Il contributo di

113. *Ibid.*
114. *Ibid.*
115. Cfr. Rosenthal-Schneider (1921).

Cassirer si situa proprio in questo più ampio e *liberalizzato*[116] contesto teorico, del quale cercheremo ora di ripercorrere gli elementi fondamentali.

A detta di Cassirer, alla teoria della relatività generale spettano l'onore e l'onere di avere modificato profondamente le tradizionali modalità conoscitive del mondo e della natura. In ciò si ritrova la giustificazione di uno specifico interesse filosofico essenziale nei confronti della fisica relativistica[117]: un interesse, peraltro, che impone in generale alla filosofia l'assunzione di un ruolo eminentemente *critico* (o *metariflessivo*) nei confronti delle acquisizioni teorico-concettuali delle scienze particolari che non rientrano direttamente nella pratica scientifica. Posto che l'adozione e la legittimazione fisica di uno spazio riemanniano a curvatura variabile nella relatività generale hanno senz'altro comportato un sostanziale ripensamento di ogni forma di apriorismo geometrico in senso kantiano, la teoria della relatività generale rappresenta, secondo Cassirer, il momento più alto del passaggio concettuale – tipico del pensiero filosofico e scientifico moderno – dal piano della *sostanza* a quello della *funzione*. È ciò che avviene, in tutta evidenza, nel caso della rappresentazione prettamente *funzionalistica* dei concetti di spazio e tempo, a netto svantaggio di un loro intendimento in senso *cosale* o *sostanziale*. Come tali, infatti,

> spazio e tempo condividono con tutti gli altri concetti autenticamente fisici il non essere concetti di cosa ma puri concetti di misura: quand'anche poi a loro due debba spettare altresì una posizione logica speciale rispetto a questi ultimi, dovrà per forza risultare che essi si allontanano dai comuni concetti di cosa nella stessa direzione degli altri concetti fisici, ma se ne allontanano ancora un passo più oltre; cioè che essi rappresentano in certo modo concetti metrici e forme di misura d'ordine superiore a quello dei primi[118].

116. Cfr. Parrini (1979, p. 173).

117. Cfr. Cassirer (1920). D'altra parte, secondo Cassirer, «ogni risposta data dalla fisica intorno al carattere ed alla particolare natura specifica dei propri concetti fondamentali, per la gnoseologia torna di fatto ad assumere, automaticamente, la forma di problema. Quando, per esempio, Einstein chiama risultato essenziale della propria teoria l'aver tolto allo spazio e al tempo "l'ultimo residuo di oggettività fisica", per il teorico della conoscenza questa risposta del fisico comporta solo la formulazione precisa del suo proprio vero problema di fondo» (Cassirer, 1973b, p. 468). A questo proposito, cfr. anche Cassirer (2015).

118. Cassirer (1973b, p. 470).

Se dunque – come scrive Cassirer in *Zur Einsteinschen Relativitätstheorie* (1921) – «la realtà effettuale del fisico si contrappone alla realtà della percezione immediata come qualcosa di profondamente e progressivamente mediato»[119], cioè non come un insieme di cose o qualità esistenti ma di *simboli* utili per determinare rapporti metrici di grandezza, corrispondenza e dipendenza funzionale tra i fenomeni, non si può negare come la teoria della relatività generale abbia portato alle sue estreme conseguenze un processo di radicale *decosalizzazione* e *deantropomorfizzazione* della fisica classica, come è avvenuto nel caso dello spazio e del tempo assoluti. Da questo punto di vista, posto che «la rinunzia alla determinazione assoluta reinstaura il *maximum* di determinazione relativa di cui sia capace la conoscenza fisica»[120], la teoria einsteiniana della relatività può essere incorporata, senza nemmeno troppe difficoltà, all'interno di una prospettiva autenticamente critica. In fondo, scrive Cassirer,

> nel riguardo gnoseologico in genere essa è appunto caratterizzata dal fatto che il progresso dalla teoria della conoscenza come copia a quella della conoscenza come funzione vi si compie più consapevolmente e chiaramente di quanto fosse mai avvenuto prima. Finché la fisica si atteneva al postulato dello spazio assoluto, aveva ancora un senso definito domandarsi quale delle diverse curve percorse da un corpo in moto, che si ottengono studiandolo da diversi sistemi di riferimento, rappresentasse il suo «vero» moto effettivo – e qui per determinati valori metrici spaziali e temporali vigenti entro certi sistemi privilegiati si doveva necessariamente fare appello a un valore di verità oggettiva superiore a quello di altri, vigenti entro altri sistemi. La teoria della relatività osa rinunziare a questa posizione di privilegio; non come se potesse o volesse rinunziare al postulato della determinatezza univoca dell'accadere, ma perché dispone di nuovi mezzi concettuali per soddisfare questo postulato[121].

Pur nella necessità di un'accurata opera di revisione dell'*Estetica trascendentale* di Kant e lungi dal configurarsi in antitesi con gli assunti fondamentali del criticismo, la teoria della relatività generale rappresenta per Cassirer l'espressione più limpida della tesi kantiana dell'idealità dello spazio e del tempo. Se è pur vero che Kant ha legittimato filosoficamente l'applicazione della geometria euclidea in ambito

119. *Ibid.*

120. Cassirer (1982, p. 281).

121. Cassirer (1973b, pp. 520-1).

fisico-matematico, la possibilità di ricorrere a sistemi geometrici non intuitivi (come quelli non euclidei) non è tuttavia in contraddizione con il punto di vista critico in quanto tale:

Che questa forma di determinazione dinamica non appartenga più all'intuizione come tale, ma siano invece le «regole dell'intelletto» quelle da cui soltanto l'esistenza fattuale dei fenomeni può ricevere unità sintetica ed essere raccolta in un determinato concetto empirico: questo lo ha posto decisamente in risalto lo stesso Kant. Il passo avanti che ora noi dovremmo compiere rispetto a lui, in base ai risultati della teoria della relatività generale, consisterebbe nel vedere che in questa determinazione secondo intelletto, nella quale soltanto ci sorge il quadro fisico-empirico dell'universo, possono entrare anche assiomi e leggi geometriche di forma diversa dalla euclidea, e che l'ammettere tali assiomi non solo non distrugge l'unità dell'universo, cioè a dire l'unità del nostro concetto empirico d'un ordinamento complessivo dei fenomeni, ma è la sola cosa che la giustifichi per davvero da un nuovo lato, in quanto per questa via le particolari leggi di natura, di cui dobbiamo tener conto nella determinazione spazio-temporale, alla fine si riassumono nell'unità di un principio supremo – nell'unità, per l'appunto, del postulato universale della relatività[122].

Nel momento in cui gli assiomi geometrici non sono più considerati semplici *copie* di una realtà fattuale empiricamente data ma diventano *collocazioni puramente ideali* o *costruttive*, essi «non sottostanno ad altra legge che quella imposta loro dalla sistematica del pensiero e della conoscenza»[123]. In questo modo, la critica della conoscenza, lungi dal sollevare alcuna obiezione circa il passaggio da un sistema geometrico più semplice a un altro più complesso, «ha solo da ribadire che in geometria "non si può assegnare un senso intelligibile" all'empirismo»[124]:

Perché anche ora non è affatto l'esperienza a *fondare* in alcun modo gli assiomi geometrici, bensì essa non fa che compiere una determinata scelta fra loro – in quanto sistemi diversi logicamente equipossibili, ciascuno dei quali ha in se stesso la propria fondazione rigorosamente razionale – in vista del loro impiego concreto, ossia dell'interpretazione dei fenomeni. Anche ora, per dirla in linguaggio platonico, sono i fenomeni che vengono commisurati alle idee,

122. Ivi, pp. 588-9.
123. Ivi, p. 581.
124. Ivi, p. 582.

ai fondamenti della geometria, e non questi ultimi ad essere colti immediatamente nelle apparenze sensibili[125].

Una generalizzazione e relativizzazione ancora maggiori della teoria critica della conoscenza, non soltanto per l'inclusione dell'uso di geometrie euclidee e non euclidee nella presentazione della realtà naturale scientifica, ma anche la sua estensione all'ambito etico, estetico e mitico si ritrova, come ha sottolineato anche Michael Friedman[126], nel capitolo conclusivo di *Zur Einsteinschen Relativitätstheorie*. Qui il postulato o principio fondamentale della relatività generale (l'invarianza di grandezze e leggi nei confronti di ogni trasformazione dei sistemi di riferimento) è a tutti gli effetti inteso come una *regola dell'intelletto*, come un principio regolativo o massima generale di cui l'intelletto si serve in forma ipotetica nella propria indagine sull'esperienza e sulla natura. Scrive Cassirer:

Il postulato della relatività può ben essere la più pura, la più generale e rigorosa espressione del concetto fisico di oggetto; ma proprio questo concetto dell'oggetto *fisico*, dal punto di vista della critica gnoseologica generale, non coincide affatto immediatamente con la realtà effettiva. Il progresso dell'analisi gnoseologica si dimostra per l'appunto nel fatto che vi si scopre sempre più illusorio l'assumere che i vari concetti di «realtà effettuale» siano semplici e di una sola specie. Ogni direzione originaria che la conoscenza prende, ogni interpretazione a cui essa sottopone i fenomeni per raccoglierli nell'unità di un nesso teorico ovvero in una precisa univocità o unità di senso, implica una particolare versione e calibrazione del concetto di realtà effettuale[127].

E aggiunge:

Solo quando resistiamo alla tentazione di voler comprimere in un'unità *metafisica* ultima, nell'unità e semplicità di un assoluto «fondamento dell'universo», e dedurre da questo il complesso delle forme che qui ci si impone – solo allora ci si dischiude l'autentico contenuto concreto e la concreta ricchezza di quest'ultimo. Certo, ora nessuna singola forma può più accampare la pretesa di comprendere in sé e di portare ad espressione completa e adeguata la «realtà effettuale» [*Wirklichkeit*] come tale, la realtà [*Realität*] «assoluta». Piuttosto, il pensiero di una siffatta realtà univoca ultima è concepibile, se

125. *Ibid.*
126. Cfr. Friedman (2004, p. 120).
127. Cassirer (1973b, pp. 598-9).

mai, soltanto come *idea*: come il compito di una totalità della determinazione, a cui deve concorrere, secondo la propria natura specifica ed entro i propri limiti, ogni particolare funzione della conoscenza e della coscienza. Dove ci si attenga a questa visione d'insieme, già nello stesso puro concetto di natura ne viene una possibile diversità d'impostazioni a ciascuna delle quali è lecito rivendicare per sé un certo diritto e una propria validità caratteristica[128].

Per quanto abbia preso le mosse dagli sviluppi teorici e sperimentali della fisica classica, la teoria einsteiniana della relatività generale segna dunque per Cassirer un passo avanti significativo nella conoscenza del mondo fisico nel momento in cui assume, come proprio fondamento, un dispositivo teorico che consente la scoperta di nuove *invarianti*, cioè di nuove leggi che non mutano al variare dei sistemi di riferimento. Ciò permette di liberare le leggi fisiche generali da ogni legame con sistemi di coordinate particolari per farne così delle *relazioni simboliche* che risolvono matematicamente i rapporti tra gli oggetti fisici, in «un processo progressivo e senza fine, in virtù del quale il relativamente "necessario" sottentra in luogo del relativamente contingente, il relativamente "invariabile" in luogo del relativamente variabile»[129]. In altri termini, nella teoria di Einstein le coordinate spazio-temporali non hanno alcun significato fisico, ma sono piuttosto paragonabili a *etichette* utili per individuare i punti dello spazio-tempo, il che riduce il rapporto tra gli oggetti fisici a relazioni puramente matematiche. D'altra parte, spazio e tempo non hanno più natura sostanziale, ma divengono piuttosto princìpi ideali di ordinamento – «gli ultimi *invarianti logici* che stanno generalmente alla base di ogni determinazione delle leggi di natura»[130] – da applicare agli oggetti del mondo fisico come condizione necessaria per poterne fare esperienza. La relatività generale proverebbe così la validità strutturale della prospettiva kantiana nel momento in cui collega l'oggettività delle leggi fisiche al loro comportamento invariante rispetto a tutti i sistemi di riferimento, e non al mero contenuto sensibile delle esperienze. In fondo, se i concetti fisici più avanzati non possono più essere ricondotti a *copie* di contenuti percettivi, l'oggetto fisico non può più essere inteso come qualcosa di *dato* direttamente dall'esperienza, bensì come ciò che viene *costituito* – proprio come voleva Kant – dalle stesse leggi fisiche.

128. Ivi, pp. 599-600.
129. Cassirer (1966, p. 266).
130. Cassirer (1973a, p. 357).

Il dibattito filosofico e scientifico sulla natura dello spazio – e in particolare dello spazio-tempo – non si esaurisce certamente con Cassirer o il neopositivismo. Al contrario, nel corso del Novecento esso ha conosciuto un significativo sviluppo alla luce delle novità concettuali introdotte dalla fisica relativistica, e in tale discussione sono ancora rintracciabili, in ultima istanza, i due più consolidati modelli interpretativi *sostanzialista* e *relazionale* che abbiamo visto all'opera, per esempio, nei concetti di spazio proposti da Newton e Leibniz. L'interrogativo da cui questo nuovo dibattito ha preso le mosse è essenzialmente questo: che cosa rappresenta lo spazio-tempo all'interno del formalismo della teoria della relatività generale? Da un'analisi anche solo sommaria della vasta letteratura disponibile sul tema, emerge una posizione ontologicamente ambigua dello spazio-tempo, inteso ora come struttura geometrica prodotta dalla materia, ora come un agente fisicamente attivo che trasferisce energia guidando il movimento dei corpi[131]. Di fatto, le due posizioni sono rese possibili dall'identificazione dello spazio-tempo ora con il campo tensoriale metrico che influenza il moto dei corpi (posizione *sostanzialistica*, che riconosce allo spazio-tempo un'esistenza autonoma analoga a quella dei campi elettrici e magnetici), ora con la varietà quadridimensionale curva di cui il campo tensoriale metrico costituisce la metrica, le cui proprietà sono le relazioni topologiche tra i punti-evento (posizione *relazionistica*, per cui lo spazio-tempo non gode di un'esistenza autonoma ma si definisce solo in virtù delle relazioni tra i corpi o eventi nello spazio-tempo).

Quest'ambiguità ontologica ha importanti ripercussioni sull'interpretazione della struttura matematica della relatività generale ed è intimamente connessa con la duplice funzione che il tensore metrico svolge nella teoria einsteiniana, il che rende difficile mantenere distinte – come invece avveniva in fisica prima dell'avvento delle teorie del campo – la materia (o massa-energia) e lo spazio. La ricostruzione degli aspetti più tecnici del dibattito tra sostanzialisti e relazionisti degli ultimi decenni esula del tutto dagli scopi di questo libro. Ci limitiamo tuttavia a segnalare come il tema sia ancora all'origine di interessanti discussioni e di soluzioni teoriche tra loro anche molto diverse: dal *sostanzialismo del campo metrico* a quello *della varietà*, fino a forme di *realismo spazio-temporale di tipo strutturale*.

131. Cfr. Earman (1989).

In questo contesto, è emersa anche una posizione intermedia, sostenuta dal filosofo della scienza americano Robert Rynasiewicz, secondo cui l'avvento della relatività generale ha reso superfluo il problema se lo spazio abbia un'esistenza propria indipendente dalla materia oppure se esso si risolva in una serie di relazioni tra i corpi. Secondo Rynasiewicz, infatti, la relatività ha dotato lo spazio-tempo di proprietà dinamiche che rendono il classico dibattitto tra sostanzialisti e relazionisti del tutto privo di senso[132]. D'altra parte, non è del tutto improbabile che nuove occasioni di discussione sullo statuto ontologico dello spazio-tempo potranno aprirsi, in un prossimo futuro, nel momento in cui in fisica si riuscirà a far coesistere la relatività generale con la meccanica quantistica (e la sua concezione *granulare* e *discreta* di uno spazio fatto di *quanti* interagenti con la materia) all'interno di una nuova teoria – la *gravità quantistica a loop* – che ne superi e ne risolva gli elementi di contrasto. Possiamo efficacemente richiamare gli aspetti più intuitivi di questa complessa teoria (nota anche come *geometria quantistica* o *relatività generale canonica quantistica* e criticata in particolare dai sostenitori della *teoria delle stringhe*) con le parole di uno dei massimi fisici teorici italiani contemporanei, Carlo Rovelli:

> L'idea è semplice. La relatività generale ci ha insegnato che lo spazio non è una scatola inerte, bensì qualcosa di dinamico: una specie d'immenso mollusco mobile in cui siamo immersi, che si può comprimere e storcere. La meccanica quantistica, d'altra parte, c'insegna che ogni campo di tal sorta è «fatto di quanti»: ha una struttura fine granulare. Ne segue subito che lo spazio fisico è anch'esso «fatto di quanti». La predizione centrale della teoria dei loop è quindi che lo spazio non sia continuo, non sia divisibile all'infinito, ma sia formato da grani, cioè da «atomi di spazio». Questi sono minuscolissimi: un miliardo di miliardi di volte più piccoli del più piccolo dei nuclei atomici. La teoria descrive in forma matematica questi «atomi di spazio» e le equazioni che determinano il loro evolversi. Si chiamano «loop», cioè anelli, perché ciascuno di essi non è isolato, ma è «inanellato» con altri simili, formando una rete di relazioni che tesse la trama dello spazio. Dove sono questi quanti di spazio? Da nessuna parte. Non sono *in* uno spazio, perché sono essi stessi lo spazio. Lo spazio è creato dall'interagire di quanti individuali di gravità. Ancora una volta il mondo sembra essere relazione, prima che oggetti. Ma è la seconda conseguenza della teoria ad essere la più estrema. Come sparisce l'idea dello spazio continuo che contiene le cose, così sparisce anche l'idea

132. Cfr. Rynasiewicz (1996).

> di un «tempo» elementare e primitivo che scorre indipendentemente dalle cose. Le equazioni che descrivono grani di spazio e materia non contengono più la variabile «tempo». Questo non significa che tutto sia immobile e non esista cambiamento. Al contrario, significa che il cambiamento è ubiquo, ma i processi elementari non possono essere ordinati in una comune successione d'istanti. Alla piccolissima scala dei quanti di spazio, la danza della natura non si svolge al ritmo del bastone di un singolo direttore d'orchestra, di un singolo tempo: ogni processo danza indipendentemente con i vicini, seguendo un ritmo proprio. Lo scorrere del tempo è interno al mondo, nasce nel mondo stesso, dalle relazioni fra eventi quantistici che sono il mondo e sono essi stessi la sorgente del tempo. Il mondo descritto dalla teoria si allontana ulteriormente da quello che ci è familiare. Non c'è più lo spazio che «contiene» il mondo e non c'è più il tempo «lungo il quale» avvengono gli eventi. Ci sono solo processi elementari dove quanti di spazio e materia interagiscono tra loro in continuazione. L'illusione dello spazio e del tempo continui attorno a noi è la visione sfocata di questo fitto pullulare di processi elementari. Così come un quieto e trasparente lago alpino è in realtà formato da una danza veloce di miriadi di minuscole molecole d'acqua[133].

133. Rovelli (2014, pp. 50-2).

Bibliografia

ABBOTT E. A. (2018), *Flatlandia. Un racconto fantastico a più dimensioni* (1884), Feltrinelli, Milano.

AERTSEN J. A., SPEER A. (Hrsg.) (1998), *Raum und Raumvorstellungen im Mittelalter*, De Gruyter, Berlin-New York.

AGAZZI E., PALLADINO D. (1978), *Le geometrie non euclidee e i fondamenti della geometria*, Mondadori, Milano.

ALBERTAZZI L., LIBARDI M., POLI R. (eds.) (1996), *The School of Franz Brentano*, Kluwer, Dordrecht.

ALEXANDER S. (1920), *Space, Time and Deity*, 2 voll., MacMillan & Co., London.

ALGRA K. (1995), *Concepts of Space in Greek Thought*, Brill, Leiden-New York-Köln.

AMPÈRE A.-M. (1969), *Teoria matematica dei fenomeni elettrodinamici, unicamente dedotta dall'esperienza* (1826), in Id., *Opere*, a cura di M. Bertolini, UTET, Torino, pp. 245-464.

ANTONELLI M., BOCCACCINI F. (2021), *Franz Brentano. Mente, coscienza, realtà*, Carocci, Roma.

ANTONELLI M., MOLARO A. (2020), *Da Graz a Padova. Vittorio Benussi, Cesare Musatti e la via austro-italiana alla psicologia della Gestalt*, Mimesis, Milano-Udine.

ARISTOTELE (1983a), *Fisica*, in Id., *Opere*, vol. 3, a cura di A. Russo, O. Longo, Laterza, Roma-Bari, pp. 1-238.

ID. (1983b), *Del cielo*, in Id., *Opere*, vol. 3, a cura di A. Russo, O. Longo, Laterza, Roma-Bari, pp. 239-363.

ID. (1984a), *Categorie*, in Id., *Opere*, vol. 1, a cura di M. Gigante, G. Colli, Laterza, Roma-Bari, pp. 3-48.

ID. (1984b), *Metafisica*, in Id., *Opere*, vol. 6, a cura di A. Russo, Laterza, Roma-Bari.

ASH M. G. (2004), *La psicologia della Gestalt nella cultura tedesca dal 1890 al 1967* (1998), a cura di C. Morabito, N. Dazzi, FrancoAngeli, Milano.

BANDI F., VEGETTI M. (a cura di) (2024), *Corpo, spazio, architettura. Fenomenologia dell'esperienza spaziale*, Morcelliana, Brescia.

BANKS E. C. (2005), *Kant, Herbart and Riemann*, in "Kant Studien", 96, 2, pp. 208-34.
BARROW J. D. (2006), *L'infinito. Breve guida ai confini dello spazio e del tempo* (2005), a cura di T. Cannillo, Mondadori, Milano.
BARTOCCI C. (2012), *Una piramide di problemi. Storie di geometria da Gauss a Hilbert*, Raffaello Cortina, Milano.
BELL E. T. (2010), *I grandi matematici* (1937), Rizzoli, Milano.
BELLISSIMA E., PAGLI P. (1996), *Consequentia mirabilis. Una regola logica fra matematica e filosofia*, Olschki, Firenze.
BELLONE E. (1990), *Caos e armonia. Storia della fisica moderna e contemporanea*, UTET, Torino.
ID. (1994), *Spazio e tempo nella nuova scienza*, La Nuova Italia Scientifica, Roma.
BELTRAMI E. (1868), *Saggio di interpretazione della geometria non-euclidea*, in "Giornale di Matematiche", 6, pp. 284-312 (anche in Id., *Opere matematiche*, vol. 1, a cura della Facoltà di Scienze della Regia Università di Roma, Hoepli, Milano 1902, pp. 374-405).
ID. (1868-69), *Teoria fondamentale degli spazii di curvatura costante*, in "Annali di Matematica Pura ed Applicata", 2, pp. 232-55 (anche in Id., *Opere matematiche*, vol. 1, a cura della Facoltà di Scienze della Regia Università di Roma, Hoepli, Milano 1902, pp. 406-29).
ID. (1889), *Un precursore italiano di Legendre e di Lobatschewsky*, in "Atti della Reale Accademia dei Lincei. Rendiconti", 286, 5, pp. 441-8.
BERGIA S. A. (1978), *Einstein e la relatività*, Laterza, Roma-Bari.
BERGSON H. (2002a), *Saggio sui dati immediati della coscienza* (1889), Raffaello Cortina, Milano.
ID. (2002b), *L'evoluzione creatrice* (1907), a cura di F. Polidori, Raffaello Cortina, Milano.
ID. (2004), *Durata e simultaneità* (1922), a cura di F. Polidori, Raffaello Cortina, Milano.
BERKELEY G. (1989), *Philosophical Commentaries* (1706-08), ed. by G. H. Thomas, Garland, New York-London.
ID. (1996a), *Saggio per una nuova teoria della visione* (1709), in Id., *Opere filosofiche*, a cura di S. Parigi, UTET, Torino, pp. 77-171.
ID. (1996b), *Trattato sui principi della conoscenza umana* (1710), in Id., *Opere filosofiche*, a cura di S. Parigi, UTET, Torino, pp. 173-282.
ID. (1996c), *Sul movimento* (1721), in Id., *Opere filosofiche*, a cura di S. Parigi, UTET, Torino, pp. 425-55.
BERNSTEIN J. (2004), *Einstein* (1973), Il Mulino, Bologna.
BETTI R. (2005), *Lobačevskij. L'invenzione delle geometrie non euclidee*, Bruno Mondadori, Milano.

BETTINI A. (2019), *Da Talete a Newton. La fisica nelle parole dei giganti*, Bollati Boringhieri, Torino.
BINSWANGER L. (2022), *Il problema dello spazio in psicopatologia* (1933), a cura di A. Molaro, Quodlibet, Macerata.
BOAS M. (1981), *Il rinascimento scientifico* (1962), Feltrinelli, Milano.
BOI L. (1995), *Le problème mathématique de l'espace. Une quête de l'intelligible*, Springer, Berlin-Heidelberg-New York.
BOLLNOW O. F. (2011), *Human Space* (1963), Hyphen Press, London.
BOLYAI J. (2009), *La scienza assoluta dello spazio* (1832), a cura di R. Pettoello, Melquíades, Milano.
BOLYAI W., BOLYAI J. (1913), *Geometrische Untersuchungen*, vol. 1, hrsg. von P. Stäkel, Teubner, Leipzig-Berlin.
BONOLA R. (1906), *La geometria non-euclidea: esposizione storico-critica del suo sviluppo*, Zanichelli, Bologna.
BORELLI G. A. (1658), *Euclides restitutus, sive prisca geometriae elementa, brevius, & facilius contexta*, Francesco Onofrio, Pisa.
BORGES J. L. (1973), *Altre inquisizioni* (1952), Feltrinelli, Milano.
BORN M. (1969), *La sintesi einsteiniana* (1920), Boringhieri, Torino.
BORZACCHINI L. (2015), *Il computer di Kant. Struttura della matematica e della logica moderne*, Dedalo, Bari.
BOTTAZZINI U. (1990), *Il flauto di Hilbert. Storia della matematica moderna e contemporanea*, UTET, Torino.
BOYER C. B. (1990), *Storia della matematica* (1968), Mondadori, Milano.
BRADLEY F. H. (1984), *Apparenza e realtà. Saggio di metafisica* (1893), a cura di D. Sacchi, Rusconi, Milano.
BRAHE T. (1588), *De mundi aetherei recentioribus phaenomenis*, Christophorus Weida, Uraniborg-Hven.
BRAIN R. M., COHEN R. S., KNUDSEN O. (eds.) (2007), *Hans Christian Ørsted and the Romantic Legacy in Science: Ideas, Disciplines, Practices*, Springer, Dordrecht.
BRENNER A. (2014), *La réception du logicisme en France en réaction à la controverse Poincaré-Russell*, in "Revue d'Histoire des Sciences", 67, 2, pp. 231-55.
BRIDGMAN P. W. (1965), *La logica della fisica moderna* (1927), Boringhieri, Torino.
BRUNO G. (1980), *L'immenso e gli innumerevoli ossia l'universo e i mondi* (1591), in Id., *Opere latine*, a cura di C. Monti, UTET, Torino, pp. 415-819.
ID. (2000a), *La Cena de le Ceneri* (1584), in Id., *Dialoghi filosofici italiani*, a cura di M. Ciliberto, Mondadori, Milano, pp. 5-157.
ID. (2000b), *De l'infinito, universo e mondi* (1584), in Id., *Dialoghi filosofici italiani*, a cura di M. Ciliberto, Mondadori, Milano, pp. 299-454.
ID. (2000c), *De gli eroici furori* (1585), in Id., *Dialoghi filosofici italiani*, a cura di M. Ciliberto, Mondadori, Milano, pp. 753-960.

BUCCIANTINI M. (2007), *Galileo e Keplero. Filosofia, cosmologia e teologia nell'età della Controriforma*, Einaudi, Torino.
BUCCIANTINI M., CAMEROTA M., GIUDICE F. (a cura di) (2011), *Il caso Galileo. Una rilettura storica, filosofica, teologica*, Olschki, Firenze.
ID. (2012), *Il telescopio di Galileo. Una storia europea*, Einaudi, Torino.
BUFALINO G. (1989), *Dizionario dei personaggi di romanzo: da Don Chisciotte all'Innominabile*, Mondadori, Milano.
BUTTERFIELD H. (1998), *Le origini della scienza moderna* (1958), Il Mulino, Bologna.
CALINON A. (1885), *Étude critique sur la mécanique*, Berger-Levrault, Nancy.
ID. (1889), *Les espaces géométriques*, in "Revue Philosophique de la France et de l'Etranger", 27, pp. 588-95.
ID. (1893), *Étude sur l'indétermination géométrique de l'univers*, in "Revue philosophique de la France et de l'Étranger", 36, pp. 595-607.
CAMEROTA M. (2004), *Galileo Galilei e la cultura scientifica nell'età della Controriforma*, Salerno Editrice, Roma.
CAMPANELLA T. (1971), *Scelta d'alcune poesie filosofiche* (1622), in Id., *Opere letterarie*, a cura di L. Bolzoni, UTET, Torino, pp. 95-333.
ID. (2007), *Del senso delle cose e della magia* (1620), a cura di G. Ernst, Laterza, Roma-Bari.
CANTELLI G. (a cura di) (2006), *La disputa Leibniz-Newton sull'analisi*, Bollati Boringhieri, Torino.
CANTOR G. (1932), *Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten* (1887-88), in Id., *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*, hrsg. von E. Zermelo, Springer, Berlin-Heidelberg, pp. 378-439.
CANTOR G. N., HODGE M. J. S. (eds.) (1981), *Conceptions of Ether: Studies in the History of Ether Theories, 1740-1900*, Cambridge University Press, Cambridge.
CARNAP R. (1971), *I fondamenti filosofici della fisica* (1966), il Saggiatore, Milano.
ID. (1997), *La costruzione logica del mondo* (1929), in Id., *La costruzione logica del mondo. Pseudoproblemi nella filosofia*, a cura di E. Severino, UTET, Torino, pp. 98-440.
ID. (2009), *Lo spazio. Un contributo alla teoria della scienza* (1922), a cura di R. Pettoello, V. Latronico, Morcelliana, Brescia.
CASINI P. (2006), *Hypotheses non fingo. Tra Newton e Kant*, Edizioni di Storia e Letteratura, Roma.
CASSIRER E. (1920), *Philosophische Probleme der Relativitätstheorie*, in "Die neue Rundschau", 31, 7, pp. 1337-57.
ID. (1966), *Filosofia delle forme simboliche*, vol. 3.1: *Fenomenologia della conoscenza* (1929), La Nuova Italia, Firenze.

ID. (1973a), *Sostanza e funzione* (1910), in Id., *Sostanza e funzione. Sulla teoria della relatività di Einstein*, La Nuova Italia, Firenze, pp. 1-456.
ID. (1973b), *Sulla teoria della relatività di Einstein* (1921), in Id., *Sostanza e funzione. Sulla teoria della relatività di Einstein*, La Nuova Italia, Firenze, pp. 457-613.
ID. (1978), *Storia della filosofia moderna. Il problema della conoscenza nella filosofia e nella scienza* (1906-50), 4 voll., Einaudi, Torino.
ID. (1982), *Determinismo e indeterminismo nella fisica moderna* (1937), La Nuova Italia, Firenze.
ID. (2015), *I problemi filosofici della relatività. Lezioni 1920-1921*, a cura di R. Pettoello, Mimesis, Milano-Udine.
CATASTINI L., GHIONE F. (2018), *Geometrie senza limiti. I mondi non euclidei*, Il Mulino, Bologna.
CLAGETT M. (1981), *La scienza della meccanica nel Medioevo* (1959), Feltrinelli, Milano.
CLERICUZIO A. (2005), *La macchina del mondo. Teorie e pratiche scientifiche dal Rinascimento a Newton*, Carocci, Roma.
CLIFFORD W. K. (1882), *On the Space-Theory of Matter* (1870), in Id., *Mathematical Papers*, ed. by R. Tucker, Macmillan, London, pp. 21-2.
ID. (1886), *The Common Sense of the Exact Sciences*, Kegan Paul, Trench, & Co., London (2nd ed.).
COHEN I. B. (1971), *Introduction to Newton's "Principia"*, Cambridge University Press, Cambridge.
ID. (1982), *La rivoluzione newtoniana* (1980), Feltrinelli, Milano.
ID. (1988), *La rivoluzione nella scienza* (1985), Longanesi, Milano.
COPENHAVER B. (1980), *Jewish Theologies of Space in the Scientific Revolution: Henry More, Joseph Raphson, Isaac Newton, and their Predecessors*, in "Annals of Science", 37, pp. 489-548.
COPERNICO N. (1979), *La rivoluzione delle sfere celesti* (1543), in Id., *Opere*, a cura di F. Barone, UTET, Torino, pp. 149-702.
COSTA V. (1996), *Alle origini della fenomenologia: Husserl e Stumpf sul problema dello spazio*, in "Rivista di Storia della Filosofia", 51, 1, pp. 165-85.
COUPRIE D. L., HAHN R., NADDAF G. (2003), *Anaximander in Context: New Studies in the Origins of Greek Philosophy*, State University of New York Press, Albany.
COUTURAT L. (1898), *Essai sur Les fondements de la géométrie par Bertrand Russell*, in "Revue de Métaphysique et de Morale", 6, pp. 354-80.
ID. (1899), *Recension de l'ouvrage de B. Russell, "An Essay on the Foundations of Geometry"*, in "Bulletin des Sciences Mathématiques", 23, pp. 54-62.
CROMBIE A. C. (1982), *Da S. Agostino a Galileo. Storia della scienza dal V al XVII secolo* (1959), Feltrinelli, Milano.

CUSANO N. (2017a), *La dotta ignoranza* (1438-40), in Id., *Opere filosofiche, teologiche e matematiche*, a cura di E. Peroli, Bompiani, Milano, pp. 3-307.
ID. (2017b), *Dialogo sul gioco della palla* (1462-63), in Id., *Opere filosofiche, teologiche e matematiche*, a cura di E. Peroli, Bompiani, Milano, pp. 1759-907.
D'ALEMBERT J.-B. LE ROND (1754), *Dimension*, in *Encyclopédie, ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, vol. 4, Briasson-David-Le Breton-Durand, Paris, pp. 1009-10.
ID. (2003), *Discorso preliminare* (1751), in *Enciclopedia o dizionario ragionato delle scienze, delle arti e dei mestieri ordinato da Diderot e d'Alembert*, a cura di P. Casini, Laterza, Roma-Bari, pp. 3-70.
DAMASCIO (2022), *Intorno ai primi principi. Aporie e soluzioni*, a cura di T. F. Ottobrini, Scholé, Brescia.
DAMOUR T. (2009), *Albert Einstein. La rivoluzione della fisica contemporanea* (2005), Einaudi, Torino.
DAVIES P. C. W. (1983), *Spazio e tempo nell'universo moderno* (1977), Laterza, Roma-Bari.
DEBUS A. G. (1982), *L'uomo e la natura nel Rinascimento* (1978), Jaca Book, Milano.
DEDEKIND R. (1983), *Continuità e numeri irrazionali* (1872), in Id., *Scritti sui fondamenti della matematica*, a cura di F. Gana, Bibliopolis, Napoli, pp. 63-78.
DE PACE A. (2009), *Niccolò Copernico e la fondazione del cosmo eliocentrico*, Bruno Mondadori, Milano.
ID. (2020), *Galileo lettore di Copernico*, Olschki, Firenze.
DE RISI V. (2014), *Francesco Patrizi e la nuova geometria dello spazio*, in D. Giovannozzi, M. Veneziani (a cura di), *Locus-spatium*, XIV Colloquio internazionale (Roma, 3-5 gennaio 2013), Olschki, Firenze, pp. 269-327.
ID. (ed.) (2015), *Mathematizing Space: The Objects of Geometry from Antiquity to the Early Modern Age*, Birkhäuser, Basel.
DESCARTES R. (1903), *Œuvres*, vol. 5, éd. par C. Adam, P. Tannery, Léopold Cerf, Paris.
ID. (2009), *Il mondo o Trattato della luce* (1664-77), in Id., *Opere postume 1650-2009*, a cura di G. Belgioioso, Bompiani, Milano, pp. 213-359.
ID. (2012a), *Discorso sul metodo* (1637), in Id., *Opere 1637-1649*, a cura di G. Belgioioso, Bompiani, Milano, pp. 25-115 (2ª ed.).
ID. (2012b), *Meditazioni di filosofia prima* (1641), in Id., *Opere 1637-1649*, a cura di G. Belgioioso, Bompiani, Milano, pp. 679-799 (2ª ed.).
ID. (2012c), *I princìpi della filosofia* (1644), in Id., *Opere 1637-1649*, a cura di G. Belgioioso, Bompiani, Milano, pp. 1705-2237 (2ª ed.).
DE VITTORI T. (2009), *Les notions d'espace en géométrie. De l'antiquité à l'âge classique*, L'Harmattan, Paris.

DIGGES T. (1576), *A Perfit Description of the Caelestiall Orbes according to the most aunciente Doctrine of the Pythagoreans, latelye reuied by Copernicus and by Geometricall Demonstrations approued*, in appendice a L. Digges, *A Prognostication Everlasting of Right Good Effect*, T. Marsh, London.
DINGLER H. (1911), *Die Grundlagen der angewandten Geometrie. Eine Untersuchung über den Zusammenhang zwischen Theorie und Erfahrung in den exakten Wissenschaften*, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig.
ID. (1920), *Der starre Körper*, in "Physikalische Zeitschrift", 21, pp. 487-92.
ID. (1925), *Über den Zirkel in der empirischen Begründung der Geometrie*, in "Kant-Studien", 30, pp. 310-30.
ID. (1933), *Die Grundlagen der Geometrie. Ihre Bedeutung für Philosophie, Mathematik, Physik und Technik*, Ferdinand Enke, Stuttgart.
ID. (1953), *Il metodo della ricerca nelle scienze* (1938), Longanesi, Milano.
ID. (1955-56), *Geometrie und Wirklichkeit*, in "Dialectica", 9, pp. 341-62; 10, pp. 80-93.
DIOGENE LAERZIO (2005), *Vite e dottrine dei più celebri filosofi*, a cura di G. Reale, G. Girgenti, I. Ramelli, Bompiani, Milano.
DISALLE R. (2020), *Capire lo spazio-tempo. Lo sviluppo filosofico della fisica da Newton a Einstein* (2006), Bollati Boringhieri, Torino.
DOSTOEVSKIJ F. (2005), *I fratelli Karamazov* (1879-80), a cura di A. Villa, Einaudi, Torino.
DREYER J. L. E. (1980), *Storia dell'astronomia da Talete a Keplero* (1906-53), Feltrinelli, Milano.
DUHEM P. (1913), *Le système du monde. Histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic*, vol. 1, Hermann et Fils, Paris.
EARMAN J. (1989), *World Enough and Space-Time: Absolute versus Relational Theories of Space and Time*, The MIT Press, Cambridge.
EDDINGTON A. S. (1971), *Spazio, tempo e gravitazione. La teoria della relatività generale* (1920), Boringhieri, Torino.
EHM W. (2010), *Broad Views of the Philosophy of Nature: Riemann, Herbart, and the "Matter of the Mind"*, in "Philosophical Psychology", 23, 2, pp. 141-62.
EHRENFELS C. VON (1984), *Le qualità formali* (1890), in E. Funari, N. Stucchi, D. Varin (a cura di), *Forma ed esperienza. Antologia di classici della percezione*, FrancoAngeli, Milano, pp. 37-74.
EINSTEIN A. (1921), *Geometrie und Erfahrung*, Springer, Berlin.
ID. (1966), *Premessa* (1954), in Jammer (1966), pp. 8-12.
ID. (1988a), *Un punto di vista euristico relativo alla generazione e alla trasformazione della luce* (1905), in Id., *Opere scelte*, a cura di E. Bellone, Bollati Boringhieri, Torino, pp. 118-35.

ID. (1988b), *Il moto delle particelle in sospensione nei fluidi in quiete, come previsto dalla teoria cinetico-molecolare del calore* (1905), in Id., *Opere scelte*, a cura di E. Bellone, Bollati Boringhieri, Torino, pp. 136-47.
ID. (1988c), *L'elettrodinamica dei corpi in movimento* (1905), in Id., *Opere scelte*, a cura di E. Bellone, Bollati Boringhieri, Torino, pp. 148-77.
ID. (1988d), *L'inerzia di un corpo dipende dal suo contenuto di energia?* (1905), in Id., *Opere scelte*, a cura di E. Bellone, Bollati Boringhieri, Torino, pp. 178-80.
ID. (1988e), *I fondamenti della teoria della relatività generale* (1916), in Id., *Opere scelte*, a cura di E. Bellone, Bollati Boringhieri, Torino, pp. 282-343.
ID. (1988f), *Relatività: esposizione divulgativa* (1917-50), in Id., *Opere scelte*, a cura di E. Bellone, Bollati Boringhieri, Torino, pp. 389-504.
ID. (1988g), *L'etere e la teoria della relatività* (1920), in Id., *Opere scelte*, a cura di E. Bellone, Bollati Boringhieri, Torino, pp. 507-16.
ID. (1988h), *Tempo, spazio e gravitazione* (1948), in Id., *Opere scelte*, a cura di E. Bellone, Bollati Boringhieri, Torino, pp. 580-4.
ID. (1988i), *La teoria della relatività* (1949), in Id., *Opere scelte*, a cura di E. Bellone, Bollati Boringhieri, Torino, 585-92.
EINSTEIN A., INFELD L. (1965), *L'evoluzione della fisica. Sviluppo delle idee dai concetti iniziali alla relatività e ai quanti* (1938), Boringhieri, Torino.
ENGEL F. (1898), *Nikolaj Iwanowitsch Lobatschefskij. Zwei geometrische Abhandlungen aus dem Russischen übersetzt mit Anmerkungen und mit einer Biographie des Verfassers*, Teubner, Leipzig.
ENGEL F., STÄCKEL P. (1895), *Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss*, Teubner, Leipzig.
EPICURO (2003), *Epistola a Erodoto*, in Id., *Opere, frammenti, testimonianze sulla sua vita*, a cura di E. Bignone, Laterza, Roma-Bari, pp. 42-63.
ERDMANN B. (1877), *Die Axiome der Geometrie. Eine philosophische Untersuchung der Riemann-Helmholtzschen Raumtheorie*, Leopold Voss, Leipzig.
ERONE (1899), *Heronis Alexandrini Opera quae supersunt omnia*, vol. I: *Pneumatica et Automata*, hrsg. von W. Schmidt, Teubner, Leipzig.
ESIODO (2018), *Teogonia*, a cura di G. Ricciardelli, Fondazione Lorenzo Valla-Mondadori, Milano.
EUCLIDE (1883), *Euclidis Opera Omnia*, vol. I, hrsg. von J. L. Heiberg, H. Menge, Teubner, Leipzig.
ID. (1970), *Gli elementi*, a cura di A. Frajese, L. Maccioni, UTET, Torino.
ID. (2007), *Tutte le opere*, a cura di F. Acerbi, Bompiani, Milano.
EULER L. (1736), *Mechanica sive motus scientia analytice exposita*, 2 voll., Typographia Academiae Scientiarum, Petropoli.
ID. (1750), *Réflexions sur l'espace et le temps*, in "Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin", 4, pp. 324-33.

FARADAY M. (1839-55), *Experimental Researches in Electricity*, 3 voll., Taylor & Francis, London.
FILOPONO G. (1888), *In Aristotelis Physicorum libros quinque posteriores commentaria*, hrsg. von G. Vitelli, Reimer, Berlin.
FITZGERALD G. F. (1889), *The Ether and the Earth's Atmosphere*, in "Science", 13, p. 390.
ID. (1902), *Boltzmann on Maxwell* (1894), in J. Larmor (ed.), *The Scientific Writings of the Late George Francis FitzGerald*, Hodges, Figgis, & Co.-Longmans, Green, & Co., Dublin-London, pp. 311-6.
FRANK P. (1973), *La scienza moderna e la sua filosofia* (1949), Il Mulino, Bologna.
FREGUGLIA P. (1982), *Fondamenti storici della geometria*, Feltrinelli, Milano.
FRIEDMAN M. (1983), *Foundations of Space-time Theories*, Princeton University Press, Princeton (NJ).
ID. (1992), *Kant and the Exact Sciences*, Harvard University Press, Cambridge (MA).
ID. (1999), *Reconsidering Logical Positivism*, Cambridge University Press, Cambridge.
ID. (2004), *La filosofia al bivio. Carnap, Cassirer, Heidegger* (2000), Raffaello Cortina, Milano.
GALILEI G. (1890), *De motu* (1687), in Id., *Opere. Edizione nazionale*, vol. I, Barbera, Firenze, pp. 243-419.
ID. (1896), *Lettera a Francesco Ingoli in risposta alla Disputatio de situ et quiete terrae* (1624), in Id., *Opere. Edizione nazionale*, vol. 6, Barbera, Firenze, pp. 501-61.
ID. (1897), *Frammenti attinenti al Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, in Id., *Opere. Edizione nazionale*, vol. 7, Barbera, Firenze, pp. 521-46.
ID. (1980a), *Sidereus Nuncius* (1610), in Id., *Opere*, vol. I, a cura di F. Brunetti, UTET, Torino, pp. 263-319 (2ª ed.).
ID. (1980b), *Il Saggiatore* (1623), in Id., *Opere*, vol. I, a cura di F. Brunetti, UTET, Torino, pp. 595-807 (2ª ed.).
ID. (1996a), *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo* (1632), in Id., *Opere*, vol. 2, a cura di F. Brunetti, UTET, Torino, pp. 7-552 (3ª ed.).
ID. (1996b), *Discorsi intorno a due nuove scienze* (1638), in Id., *Opere*, vol. 2, a cura di F. Brunetti, UTET, Torino, pp. 553-839 (3ª ed.).
ID. (2023), *Il Saggiatore* (1623), a cura di M. Camerota, F. Giudice, Hoepli, Milano.
GARIN E. (1976), *Lo zodiaco della vita. La polemica sull'astrologia dal Trecento al Cinquecento*, Laterza, Roma-Bari.
GAUSS C. F. (1828), *Disquisitiones generales circa superficies curvas*, Typis Dieterichianis, Gottingae.
ID. (1900), *Werke*, vol. 8: *Nachträge zu Band I-IV*, Teubner, Leipzig.

GAUSS C. F., BOLYAI W. (1899), *Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und Wolfgang Bolyai*, hrsg. von F. Schmidt, P. Stäckel, Teubner, Leipzig.

GAUSS C. F., SCHUMACHER H. C. (1860-65), *Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und H. C. Schumacher*, 6 voll., hrsg. von C. A. F. Peters, Gustav Esch, Altona.

GENTILE G. (2012), *Teoria generale dello spirito come atto puro* (1916), in Id., *Opere complete*, vol. 3, a cura della Fondazione Giovanni Gentile per gli Studi Filosofici, Le Lettere, Firenze.

GIANNANTONI G. (a cura di) (1969), *I presocratici. Testimonianze e frammenti*, Laterza, Bari.

GIEDYMIN J. (1982), *Science and Convention: Essays on Henri Poincaré's Philosophy of Science and the Conventionalist Tradition*, Pergamon Press, Oxford.

GILBERT W. (1600), *Tractatus, sive physiologia de magnete, magneticisque corporibus et magno magnete Tellure, sex libris comprehensus*, Petrus Short, Londra.

GIUDICE F. (2009), *Lo spettro di Newton. La rivelazione della luce e dei colori*, Donzelli, Roma.

GOLDFARB W. (1988), *Poincaré against the Logicists*, in W. Aspray, P. Kitcher (eds.), *History and Philosophy of Modern Mathematics*, University of Minnesota Press, Minneapolis, pp. 61-8.

GRANT E. (1981), *Much Ado about Nothing: Theories of Space and Vacuum from the Middle Ages to the Scientific Revolution*, Cambridge University Press, Cambridge.

ID. (1994), *Planets, Stars and Orbs: The Medieval Cosmos, 1200-1687*, Cambridge University Press, Cambridge-New York.

ID. (2001), *Le origini medievali della scienza moderna. Il contesto religioso, istituzionale e intellettuale* (1996), Einaudi, Torino.

GRATTON L. (1968), *Relatività, cosmologia, astrofisica*, Boringhieri, Torino.

GRAY J. (1989), *Ideas of Space: Euclidean, non-Euclidean, and Relativistic*, Clarendon Press, Oxford.

ID. (2013), *Henri Poincaré: A Scientific Biography*, Princeton University Press, Princeton (NJ).

GRECO P. (2015), *Marmo pregiato e legno scadente. Albert Einstein, la relatività e la ricerca dell'unità in fisica*, Carocci, Roma.

GRIBBIN J. (2015), *Il capolavoro di Einstein. Il 1915 e la teoria generale della relatività* (2015), Bollati Boringhieri, Torino.

GROSSATESTA R. (2011), *La luce* (1225), a cura di C. Panti, Plus-Pisa University Press, Pisa.

GRÜNBAUM A. (1973), *Philosophical Problems of Space and Time*, Reidel, Dordrecht-Boston (2nd ed.).

GUICCIARDINI N. (2021), *Isaac Newton. Filosofo della Natura, interprete della Scrittura, cronologo degli Antichi Regni*, Carocci, Roma.

HALL A. R. (1981), *La rivoluzione scientifica 1500-1800. La formazione dell'atteggiamento scientifico moderno* (1954), Feltrinelli, Milano.

ID. (1982), *Filosofi in guerra. La polemica tra Newton e Leibniz* (1980), Il Mulino, Bologna.

ID. (1986), *La rivoluzione nella scienza 1500-1750* (1983), Feltrinelli, Milano.

ID. (1996), *Henry More and the Scientific Revolution*, Cambridge University Press, Cambridge.

HALL A. R., BOAS HALL M. (2022), *Breve storia della scienza* (1964), a cura di A. Molaro, Pgreco, Milano.

HARMAN P. H. (1984), *Energia, forza e materia. Lo sviluppo della fisica nell'Ottocento* (1982), Il Mulino, Bologna.

HEGEL G. W. F. (1996), *Enciclopedia delle scienze filosofiche in compendio* (1830), a cura di V. Cicero, Bompiani, Milano.

HEIDEGGER M. (1990), *Principi metafisici della logica* (1978), a cura di G. Moretto, Il Melangolo, Genova.

ID. (2005), *Essere e tempo* (1927), a cura di F. Volpi, Longanesi, Milano.

HEISENBERG W. (1964), *Fisica e filosofia* (1958), il Saggiatore, Milano.

HELMHOLTZ H. VON (1856-66), *Handbuch der physiologischen Optik*, Voss, Leipzig.

ID. (1878), *The Origin and Meaning of Geometrical Axioms II*, in "Mind", 3, 10, pp. 212-25.

ID. (1967a), *Sui fatti, che stanno a fondamento della geometria* (1868), in Id., *Opere*, a cura di V. Cappelletti, UTET, Torino, pp. 413-44.

ID. (1967b), *Sull'origine e sul significato degli assiomi geometrici* (1870), in Id., *Opere*, a cura di V. Cappelletti, UTET, Torino, pp. 491-534.

HENRY J. (2001), *The Scientific Revolution and the Origins of Modern Science*, Palgrave, New York.

HERBART J. F. (2003), *Metafisica generale con elementi di una teoria filosofica della natura* (1828-29), a cura di R. Pettoello, UTET, Torino.

HESSE M. B. (1974), *Forze e campi. Il concetto di azione a distanza nella storia della fisica* (1961), Feltrinelli, Milano.

HILBERT D. (2009), *Fondamenti della geometria. Con i Supplementi di Paul Bernays* (1899), FrancoAngeli-Bicocca, Milano.

HOBBES T. (1972), *Il corpo* (1655), in Id., *Elementi di filosofia: Il corpo, L'uomo*, a cura di A. Negri, UTET, Torino, pp. 59-489.

HOLTON G. (1991), *Einstein e la cultura scientifica del XX secolo* (1986), Il Mulino, Bologna.

HUGGETT N. (ed.) (1999), *Space from Zeno to Einstein: Classic Readings with a Contemporary Commentary*, The MIT Press, Cambridge-London.

HUME D. (2004), *Trattato sulla natura umana* (1739-40), in Id., *Opere filosofiche*, vol. I, a cura di E. Lecaldano, Laterza, Roma-Bari.
HUSSERL E. (1968), *Ricerche logiche* (1900-01), 2 voll., a cura di G. Piana, il Saggiatore, Milano.
ID. (1996), *Libro dello spazio*, a cura di V. Costa, Guerini, Milano.
ID. (2009), *La cosa e lo spazio. Lineamenti fondamentali di fenomenologia e critica della ragione*, a cura di V. Costa, Rubbettino, Soveria Mannelli.
ID. (2021), *Fenomenologia dello spazio e della geometria*, a cura di V. Costa, Scholé, Brescia.
ILIFFE R. (2019), *Newton. Il sacerdote della natura* (2017), Hoepli, Milano.
JACOB G. R. (1998), *The Scientific Revolution: Aspirations and Achievements, 1500-1700*, Humanities Press, Atlantic Highlands.
JAUCOURT L. DE (1755), *Espace*, in *Encyclopédie, ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, vol. 5, Briasson-David-Le Breton-Durand, Paris, pp. 953-6.
JAMMER M. (1966), *Storia del concetto di spazio* (1954), Feltrinelli, Milano.
ID. (1979), *Storia del concetto di forza* (1957), Feltrinelli, Milano.
JANSSEN M., LEHNER C. (eds.) (2014), *The Cambridge Companion to Einstein*, Cambridge University Press, Cambridge.
JOHNSON F. R., LARKEY S. V. (1934), *Thomas Digges, the Copernican System, and the Idea of the Infinity of the Universe in 1576*, in "The Huntington Library Bulletin", 5, pp. 69-117.
KANT I. (1967), *Critica della ragion pura* (1781-87), a cura di P. Chiodi, UTET, Torino.
ID. (1982a), *Nuova illustrazione dei primi princìpi della conoscenza metafisica* (1755), in Id., *Scritti precritici*, Laterza, Roma-Bari, pp. 3-54.
ID. (1982b), *Monadologia fisica* (1756), in Id., *Scritti precritici*, Laterza, Roma-Bari, pp. 55-76.
ID. (1982c), *Nuova dottrina del moto e della quiete e delle loro conseguenze rispetto ai primi princìpi della scienza naturale* (1758), in Id., *Scritti precritici*, Laterza, Roma-Bari, pp. 77-89.
ID. (1982d), *Tentativo per introdurre nella filosofia il concetto delle quantità negative* (1763), in Id., *Scritti precritici*, Laterza, Roma-Bari, pp. 249-90.
ID. (1982e), *Del primo fondamento della distinzione delle regioni nello spazio* (1768), in Id., *Scritti precritici*, Laterza, Roma-Bari, pp. 409-18.
ID. (1982f), *La forma e i princìpi del mondo sensibile e intelligibile* (1770), in Id., *Scritti precritici*, Laterza, Roma-Bari, pp. 419-61.
ID. (1996), *Prolegomeni ad ogni futura metafisica che potrà presentarsi come scienza* (1783), a cura di P. Carabellese, Laterza, Roma-Bari.
ID. (2009), *Storia universale della natura e teoria del cielo* (1755), a cura di G. Scarpelli, S. Velotti, Bulzoni, Roma.

ID. (2019), *Pensieri sulla vera valutazione delle forze vive* (1747), a cura di S. Veneroni, Mimesis, Milano-Udine.
KATZ D. (1979), *La psicologia della forma* (1944), Boringhieri, Torino.
KEPLER J. (1937), *Astronomia nova* (1609), in Id., *Gesammelte Werke*, vol. 3, hrsg. von M. Caspar, Beck, München.
ID. (1938a), *Mysterium cosmographicum* (1596), in Id., *Gesammelte Werke*, vol. 1, hrsg. von M. Caspar, Beck, München, pp. 1-80.
ID. (1938b), *De stella nova in pede Serpentarii* (1606), in Id., *Gesammelte Werke*, vol. 1, hrsg. von M. Caspar, Beck, München, pp. 147-390.
ID. (1940), *Harmonices mundi libri V* (1619), in Id., *Gesammelte Werke*, vol. 6, hrsg. von M. Caspar, Beck, München.
ID. (1953), *Epitome astronomiae copernicanae* (1618-21), in Id., *Gesammelte Werke*, vol. 7, hrsg. von M. Caspar, Beck, München.
KLEIN F. (1893), *Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen*, in "Mathematische Annalen", 43, pp. 63-100 (poi in Id., *Gesammelte mathematische Abhandlungen*, vol. 1, hrsg. von R. Fricke, A. Ostrowski, Springer, Berlin 1921, pp. 460-97).
KLINE M. (1975), *La matematica nella cultura occidentale* (1953), Feltrinelli, Milano.
ID. (1999), *Storia del pensiero matematico* (1972), 2 voll., Einaudi, Torino.
KLÜGEL G. S. (2012), *Tentativi di dimostrare la teoria delle parallele* (1763), a cura di L. Radif, Melquíades, Milano.
KOESTLER A. (1981), *I sonnambuli. Storia delle concezioni dell'universo* (1959), Jaca Book, Milano.
KÖHLER W. (1971), *La psicologia della Gestalt* (1947), Feltrinelli, Milano.
KOFFKA K. (1970), *Princìpi di psicologia della forma* (1935), Boringhieri, Torino.
KOYRÉ A. (1966), *La rivoluzione astronomica. Copernico, Keplero, Borelli* (1961), Feltrinelli, Milano.
ID. (1972), *Studi newtoniani* (1965), Einaudi, Torino.
ID. (1973), *Études d'histoire de la pensée scientifique*, Gallimard, Paris.
ID. (1976), *Studi galileiani* (1939-40), Einaudi, Torino.
ID. (1979), *Dal mondo chiuso all'universo infinito* (1957), Feltrinelli, Milano.
KÖNIGSBERGER L. (1902-03), *Hermann von Helmholtz*, 3 voll., Vieweg, Braunschweig.
KRISTELLER P. O. (2005), *Il pensiero e le arti nel Rinascimento* (1990), Donzelli, Roma.
KUHN T. S. (2000), *La rivoluzione copernicana. L'astronomia planetaria nello sviluppo del pensiero occidentale* (1957), Einaudi, Torino.
LAGRANGE L. DE (1881), *Théorie des fonctions analytiques* (1797), in Id., *Œuvres*, vol. 9, Gauthier-Villars, Paris, pp. 13-413.

LAMBERT D. (2000), *Un atome d'univers. La vie et l'œuvre de Georges Lemaître*, Lessius-Racine, Bruxelles.

LAMBERT J. H. (1786), *Die Theorie der Parallellinien*, in "Leipziger Magazin für reine und angewandte Mathematik", I, 2, pp. 137-64; I, 3, pp. 325-58.

LANCZOS C. (1970), *Space through the Ages: The Evolution of Geometrical Ideas from Pythagoras to Hilbert and Einstein*, Academic Press, London-New York.

LANGE L. (1885), *Über die wissenschaftliche Fassung des Galilei'schen Beharrungsgesetzes*, in "Philosophische Studien", 2, pp. 266-97, 539-45.

LAUDISA F. (2015), *Albert Einstein e l'immagine scientifica del mondo*, Carocci, Roma.

LEGENDRE A.-M. (1794), *Éléments de géométrie*, Firmin Didot, Paris.

ID. (1833), *Réflexions sur différentes manières de démontrer la théorie des parallèles ou le théorème sur la somme des trois angles du triangle*, in "Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France", 12, pp. 367-410.

LEIBNIZ G. W. (1989), *Philosophical Papers and Letters*, ed. by L. E. Loemker, Kluwer, Dordrecht-Boston-London.

ID. (2000a), *Nuovi saggi sull'intelletto umano* (1765), in Id., *Scritti filosofici*, vol. 2, a cura di M. Mugnai, E. Pasini, UTET, Torino.

ID. (2000b), *Princìpi di filosofia o monadologia* (1714-20), in Id., *Scritti filosofici*, vol. 3, a cura di M. Mugnai, E. Pasini, UTET, Torino, pp. 453-68.

ID. (2000c), *Gli inizi metafisici della matematica* (post 1714), in Id., *Scritti filosofici*, vol. 3, a cura di M. Mugnai, E. Pasini, UTET, Torino, pp. 469-82.

ID. (2000d), *Carteggio Leibniz-Clarke* (1717), in Id., *Scritti filosofici*, vol. 3, a cura di M. Mugnai, E. Pasini, UTET, Torino, pp. 487-556.

LEMAÎTRE G. (2019), *L'ipotesi dell'atomo primitivo. Saggio di cosmogonia* (1946), a cura di M. Stenico, Fondazione Museo Storico del Trentino, Trento.

LE ROY É. (1899-1900), *Science et philosophie*, in "Revue de Métaphysique et de Morale", 7, pp. 375-425, 503-62, 708-31; 8, pp. 37-72.

ID. (1900), *La science positive et les philosophies de la liberté*, in *Actes du 1er Congrès international de Philosophie* (Paris, 1900), vol. 1, Colin, Paris, pp. 313-41.

LEVI-CIVITA T. (1921), *Prefazione*, in A. Einstein, *Sulla teoria speciale e generale della relatività (volgarizzazione)*, Zanichelli, Bologna, pp. V-VII.

LEWIN K. (1961), *Princìpi di psicologia topologica* (1936), OS, Firenze.

ID. (1965), *Teoria dinamica della personalità* (1935), a cura di G. Petter, Giunti-Barbèra, Firenze.

LOBAČEVSKIJ N. I. (1829-30), *O načalach geometrii* (*Sui fondamenti della geometria*), in "Kazanski Vestnik", 25, pp. 178-87, 228-41; 27, pp. 227-43; 28, pp. 251-83, 571-683.

ID. (1867), *Pangeometria o sunto di geometria fondata sopra una teoria generale e rigorosa delle parallele* (1855), in "Giornale di Matematiche", 5, pp. 273-336.

ID. (1955), *Nuovi princìpi della geometria con una teoria completa delle parallele* (1835-37), a cura di L. Lombardo-Radice, Boringhieri, Torino.

ID. (1985), *Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien* (1840), in H. Reichardt, *Gauß und die Anfänge der nicht-euklidischen Geometrie*, Springer, Wien, pp. 159-223.

ID. (2010), *Pangeometry* (1855), ed. by A. Papadopulos, European Mathematical Society, Zürich.

LOCKE J. (2004), *Saggio sull'intelletto umano* (1690), a cura di V. Cicero, M.G. D'Amico, Bompiani, Milano.

LORENTZ H. A. (1895), *Versuch einer Theorie der electrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern*, Brill, Leiden (ora anche in Id., *Collected Papers*, vol. 5, Martinus Nijhoff, The Hague 1934, pp. 1-138).

ID. (1916), *The Theory of Electrons and its Applications to the Phenomena of Light and Radiant Heat*, Teubner-Stechert & Co., Leipzig-New York.

LORIA G. (1929-33), *Storia delle matematiche*, 3 voll., Hoepli, Milano.

LOVEJOY A. (1966), *La grande catena dell'essere* (1936), Feltrinelli, Milano.

LUCREZIO (1976), *La natura*, a cura di A. Fellin, UTET, Torino.

LUMINET J.-P. (2006), *L'invenzione del Big Bang. Storia dell'origine dell'universo* (2004), Dedalo, Bari.

MACH E. (1975), *L'analisi delle sensazioni e il rapporto fra fisico e psichico* (1886), Feltrinelli-Bocca, Milano.

ID. (1977), *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico* (1883), Boringhieri, Torino.

ID. (1982), *Conoscenza ed errore. Abbozzi per una psicologia della ricerca* (1905), Einaudi, Torino.

MAGNANI L. (a cura di) (1978), *Le geometrie non euclidee*, Zanichelli, Bologna.

MAMIANI M. (1979), *Teorie dello spazio da Descartes a Newton*, FrancoAngeli, Milano.

MANGIONE C., BOZZI S. (1993), *Storia della logica. Da Boole ai nostri giorni*, Garzanti, Milano.

MARCH R. H. (2010), *Fisica per poeti. Lo scienziato come uomo e artista: storia della fisica da Galileo ai giorni nostri* (1992), Dedalo, Bari.

MARTENS R. (2000), *Kepler's Philosophy and the New Astronomy*, Princeton University Press, Princeton (NJ).

MAXWELL J. C. (1865), *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*, in "Philosophical Transactions of the Royal Society", 155, pp. 459-512.

ID. (1876), *Matter and Motion*, Society for Promoting Christian Knowledge, London.

ID. (1973), *Trattato di elettricità e magnetismo* (1873), a cura di E. Agazzi, 2 voll., UTET, Torino.

MCGUIRE J. E. (1978), *Newton on Place, Time, and God: An Unpublished Source*, in "The British Journal for the History of Science", 11, 2, pp. 114-29.

ID. (1995), *Tradition and Innovation: Newton's Metaphysics of Nature*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

MERLEAU-PONTY M. (2003), *Fenomenologia della percezione* (1945), Bompiani, Milano.

MICHELI G. (1995), *Le origini del concetto di macchina*, Olschki, Firenze.

MICHELSON A. A., MORLEY E. W. (1887), *On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether*, in "American Journal of Science", 34, 203, pp. 333-45.

MILLER A. I. (1981), *Albert Einstein's Special Theory of Relativity: Emergence (1905) and Early Interpretation (1905-1911)*, Addison-Wesley, Reading (MA).

ID. (1996), *Why Did Poincaré not Formulate Special Relativity in 1905?*, in J.-L. Greffe, G. Heinzmann, K. Lorentz (éds.), *Henri Poincaré. Science et philosophie*, Akademie-Blanchard, Berlin-Paris, pp. 69-100.

MINKOWSKI H. (1908), *Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körper*, in "Göttinger Nachrichten", 1908, pp. 53-111 (ripubblicato in "Mathematische Annalen", 68, 1910, pp. 472-525).

ID. (1911), *Raum und Zeit* (1909), in Id., *Gesammelte Abhandlungen*, vol. 2, hrsg. von D. Hilbert, Teubner, Leipzig-Berlin, pp. 431-44.

ID. (1915), *Das Relativitätsprinzip*, in "Annalen der Physik", 47, pp. 927-38.

MISNER C. W., THORNE K. S., WHEELER J. A. (1973), *Gravitation*, Freeman & Co., San Francisco.

MOLARO A. (2016), *Psicoanalisi e fenomenologia: dialettica dell'umano ed epistemologia*, Raffaello Cortina, Milano.

ID. (2019), *Le geometrie non-euclidee e il problema dello spazio: esperienza, convenzioni, relatività, filosofia*, in C. L. Musatti, *Geometrie non-euclidee e problema della conoscenza*, a cura di A. Molaro, Mimesis, Milano-Udine, pp. 17-117.

ID. (2020), *Ludwig Binswanger*, in A. Molaro, G. Stanghellini (a cura di), *Storia della fenomenologia clinica. Le origini, gli sviluppi, la scuola italiana*, UTET, Torino, pp. 29-68.

MUSATTI C. L. (2020a), *La psicologia della forma* (1929), in V. Benussi, C. L. Musatti, *Psicologia sperimentale e teoria della forma. Scritti 1922-1938*, a cura di M. Antonelli, A. Molaro, Mimesis, Milano-Udine, pp. 261-97.

ID. (2020b), *Elementi di psicologia della forma* (1938), in V. Benussi, C. L. Musatti, *Psicologia sperimentale e teoria della forma. Scritti 1922-1938*, a cura di M. Antonelli, A. Molaro, Mimesis, Milano-Udine, pp. 415-555.

NABONNAND P. (2000), *La polémique entre Poincaré et Russell au sujet du statut des axiomes de la géométrie*, in "Revue d'histoire des mathématiques", 6, pp. 219-69.

NAGEL E. (1968), *La struttura della scienza. Problemi di logica nella spiegazione scientifica* (1961), Feltrinelli, Milano.

NEWTON I. (1962a), *De gravitatione et aequipondio fluidorum*, in Id., *Unpublished Scientific Papers of Isaac Newton*, ed. by A. R. Hall, M. Boas Hall, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 89-156.

ID. (1962b), *De motu corporum*, in Id., *Unpublished Scientific Papers of Isaac Newton*, ed. by A. R. Hall, M. Boas Hall, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 239-42.

ID. (1965), *Princìpi matematici della filosofia naturale* (1687), a cura di A. Pala, UTET, Torino.

ID. (1978), *Ottica o trattato sulle riflessioni, rifrazioni, inflessioni e sui colori della luce* (1730), in Id., *Scritti di ottica*, a cura di A. Pala, UTET, Torino, pp. 287-605.

ID. (1995), *Trattato sull'Apocalisse* (1670-80), a cura di M. Mamiani, Bollati Boringhieri, Torino.

ID. (2018), *Principî matematici della filosofia naturale* (1687), a cura di F. Giudice, Einaudi, Torino.

OLDROYD D. (1989), *Storia della filosofia della scienza* (1986), il Saggiatore, Milano.

ORESME N. (1968), *Le livre du ciel e du monde* (1377), ed. by A. D. Menu, A. J. Denomy, University of Wisconsin Press, Madison.

OTERO M. H. (1997), *Deux types de conventionnalisme et la croissance du savoir scientifique: la polémique Poincaré versus Le Roy*, in "Philosophia Scientiae", 2, 4, pp. 139-49.

OTTO W. F. (1996), *Theophania. Lo spirito della religione greca antica* (1956), Il Melangolo, Genova.

PAIS A. (1986), *"Sottile è il Signore...". La scienza e la vita di Albert Einstein* (1982), Boringhieri, Torino.

PALINGENIO STELLATO M. (2012), *Zodiacus vitae* (1536-43), a cura di F. Bacchelli, Pendragon, Bologna.

PALLADINO D., PALLADINO C. (2008), *Le geometrie non euclidee*, Carocci, Roma.

PARODI M. (1981), *Tempo e spazio nel Medioevo*, Loescher, Torino.

PARRINI P. (1979), *Fisica e geometria dall'Ottocento a oggi*, Loescher, Torino.

ID. (2002), *L'empirismo logico. Aspetti storici e prospettive teoriche*, Carocci, Roma.

PASCAL B. (2020a), *Opere di geometria* (1640-55), in Id., *Opere complete*, a cura di M. V. Romeo, Bompiani, Milano, pp. 235-83.

ID. (2020b), *Scritti sul vuoto* (1646-51), in Id., *Opere complete*, a cura di M. V. Romeo, Bompiani, Milano, pp. 591-655.
ID. (2020c), *Polemica con Étienne Noël* (1647-48), in Id., *Opere complete*, a cura di M. V. Romeo, Bompiani, Milano, pp. 657-743.
ID. (2020d), *L'intelligenza geometrica* (1655), in Id., *Opere complete*, a cura di M. V. Romeo, Bompiani, Milano, pp. 1577-629.
ID. (2020e), *Pensieri* (1670), in Id., *Opere complete*, a cura di M. V. Romeo, Bompiani, Milano, pp. 2231-785.
PATRIZI F. (1587a), *De rerum natura libri II priores. Alter de spacio physico, alter de spacio mathematico*, Baldini, Ferrara.
ID. (1587b), *Della nuova geometria libri XV*, Baldini, Ferrara.
ID. (1591), *Pancosmiae mundi corporei principia et constitutio*, Mammarelli, Ferrara.
PAULI W. (1974), *Teoria della relatività* (1921), Boringhieri, Torino.
PETERSCHMITT L. (2014), *Raphson and Newton: The Theologization of Space*, in "Revue philosophique de la France et de l'Étranger", 139, 1, pp. 73-90.
PETKOV V. (ed.) (2010), *Minkowski Spacetime: A Hundred Years Later*, Springer, Dordrecht.
PETTOELLO R. (1988), *Dentro la superficie dei fenomeni. Frammenti di filosofia in Bernhard Riemann*, in "Rivista di Storia della Filosofia", 43, 4, pp. 697-728.
ID. (2016), *Tra scienza e filosofia. Alcune considerazioni sullo statuto epistemologico del postulato di covarianza generale*, in "Studi filosofici", 39, 1, pp. 211-24.
PLATONE (1974), *Fedone*, in Id., *Opere complete*, vol. 1, a cura di M. Gigante, M. Valgimigli, Laterza, Roma-Bari, pp. 93-185.
ID. (1987), *Timeo*, in Id., *Opere complete*, vol. 6, a cura di F. Sartori, C. Giarratano, Laterza, Roma-Bari, pp. 347-446.
PLAYFAIR J. (1795), *Elements of Geometry*, Bell & Bradfute, and G. G. & J. Robinson, Edinburgh-London.
POINCARÉ J.-H. (1899), *Des fondements de la géométrie: à propos d'un livre de M. Russell*, in "Revue de Métaphysique et de Morale", 7, pp. 251-79.
ID. (1900), *Sur les principes de la géométrie: réponse à M. Russell*, in "Revue de Métaphysique et de Morale", 8, pp. 73-86.
ID. (1992), *Il valore della scienza* (1905), Dedalo, Bari.
ID. (1993), *Scritti di fisica-matematica*, a cura di U. Sanzo, UTET, Torino.
ID. (1995), *Geometria e caso. Scritti di matematica e fisica*, a cura di C. Bartocci, Bollati Boringhieri, Torino.
ID. (2012), *La scienza e l'ipotesi* (1902), a cura di C. Sinigaglia, Bompiani, Milano.
PONT J.-C. (1986), *L'aventure des parallèles. Histoire de la géométrie non euclidienne: précurseurs et attardés*, Lang, Bern-Frankfurt am Main.

POPPER K. (1972), *Congetture e confutazioni. Lo sviluppo della conoscenza scientifica* (1969), Il Mulino, Bologna.
PRINCIPE L. W. (2011), *The Scientific Revolution: A Very Short Introduction*, Oxford University Press, New York.
PROCLO (1978), *Commento al I libro degli Elementi di Euclide*, a cura di M. Timpanaro Cardini, Giardini, Pisa.
RAPHSON J. (1697), *Analysis aequationum universalis, seu ad aequationes algebraicas resolvendas methodus generalis, et expedita, ex nova infinitarum serierum doctrina, deducta ac demonstrata. Editio secunda cui accessit appendix de infinito infinitarum serierum progressu ad equationum algebricarum radices eliciendas. Cui etiam annexum est, De spatio reali seu ente infinito conamen mathematico-metaphysicum*, J. Taylor, Londra.
ID. (1715), *Historia fluxionum, sive Tractatus originem et progressum peregregiae istius methodi brevissimo compendio (et quasi synoptice) exhibens*, R. Mount, Londra.
REDONDI P. (2004), *Galileo eretico*, Einaudi, Torino (2ª ed.).
REICHENBACH H. (1954), *I fondamenti filosofici della meccanica quantistica* (1944), Einaudi, Torino.
ID. (1961), *La nascita della filosofia scientifica* (1951), a cura di A. Pasquinelli, Il Mulino, Bologna.
ID. (1977), *Filosofia dello spazio e del tempo* (1928), Feltrinelli, Milano.
ID. (1984), *Relatività e conoscenza a priori* (1920), a cura di P. Parrini, Laterza, Roma-Bari.
ID. (1985), *Da Copernico a Einstein. Il mutamento della nostra immagine del mondo* (1927), Laterza, Roma-Bari.
RENN J. (2012), *Sulle spalle di giganti e nani. La rivoluzione incompiuta di Albert Einstein* (2006), Bollati Boringhieri, Torino.
RICHARDS J. L. (1988), *Mathematical Visions*, Academic Press, San Diego.
RIEMANN B. (1994a), *Sulle ipotesi che stanno alla base della geometria* (1867), in Id., *Sulle ipotesi che stanno alla base della geometria e altri scritti scientifici e filosofici*, a cura di R. Pettoello, Bollati Boringhieri, Torino, pp. 3-20.
ID. (1994b), *Teoria della conoscenza* (1876), in Id., *Sulle ipotesi che stanno alla base della geometria e altri scritti scientifici e filosofici*, a cura di R. Pettoello, Bollati Boringhieri, Torino, pp. 86-91.
ROSENFELD B. A. (1988), *A History of Non-Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space*, Springer, New York.
ROSENTHAL-SCHNEIDER I. (1921), *Das Raum-Zeitproblem bei Kant und Einstein*, Springer, Berlin.
ROSSI P. (1989), *La scienza e la filosofia dei moderni. Aspetti della rivoluzione scientifica*, Bollati Boringhieri, Torino.
ID. (1997), *La nascita della scienza moderna in Europa*, Laterza, Roma-Bari.

ID. (2006), *Il tempo dei maghi. Rinascimento e modernità*, Raffaello Cortina, Milano.
ID. (a cura di) (2020), *La rivoluzione scientifica. Da Copernico a Newton*, ETS, Pisa.
ROVELLI C. (2014), *Sette brevi lezioni di fisica*, Adelphi, Milano.
RUSSELL B. (1898), *Les axiomes propres à Euclide sont-ils empiriques?*, in "Revue de Métaphysique et de Morale", 6, pp. 759-76.
ID. (1899), *Sur les axiomes de la géométrie*, in "Revue de Métaphysique et de Morale", 7, pp. 684-707.
ID. (1964), *Misticismo e logica e altri saggi* (1917), Longanesi, Milano.
ID. (1974), *L'ABC della relatività* (1925), a cura di L. Pavolini, Longanesi, Milano.
ID. (1975), *I fondamenti della geometria* (1897), Newton Compton, Roma.
ID. (1995), *La mia filosofia* (1959), Newton Compton, Roma.
ID. (2001), *Correspondance sur la philosophie, la logique et la politique avec Louis Couturat (1897-1913)*, éd. par A.-F. Schmid, Kimé, Paris.
RYCKMAN T. (2005), *The Reign of Relativity: Philosophy in Physics 1915-1925*, Oxford University Press, Oxford.
RYNASIEWICZ R. (1996), *Absolute versus Relational Space-Time: An Outmoded Debate?*, in "Journal of Philosophy", 93, pp. 279-306.
SACCHERI G. (2001), *Euclide liberato da ogni macchia* (1733), a cura di P. Frigerio, Bompiani, Milano.
ID. (2012), *Logica dimostrativa* (1697), a cura di M. Girondino, M. Mugnai, 2 voll., Edizioni della Normale, Pisa.
SARTRE J.-P. (1991), *L'essere e il nulla* (1943), il Saggiatore, Milano.
SCHLICK M. (1979), *Spazio e tempo nella fisica contemporanea. Un'introduzione alla teoria della relatività e della gravitazione* (1917), Bibliopolis, Napoli.
ID. (1986), *Teoria generale della conoscenza* (1925), a cura di E. Palombi, FrancoAngeli, Milano.
ID. (2014), *Il significato filosofico del principio di relatività* (1915), a cura di R. Pettoello, Morcelliana, Brescia.
SCHMITT C. B. (2001), *Filosofia e scienza nel Rinascimento* (1981), a cura di A. Clericuzio, La Nuova Italia, Firenze.
SCHOLZ E. (1980), *Geschichte der Mannigfaltigkeitsbegriff von Riemann zu Poincaré*, Birkhäuser, Boston-Basel-Stuttgart.
ID. (1982a), *Herbart's Influence on Bernhard Riemann*, in "Historia Mathematica", 9, pp. 413-40.
ID. (1982b), *Riemanns Studien der Philosophie J. F. Herbarts*, in "Dijalektika", 17, 1-4, pp. 69-81.
SCHRÖDINGER E. (1963), *La natura e i greci* (1954), in Id., *L'immagine del mondo*, Boringhieri, Torino, pp. 173-241.

SCHWEIKART F. K. (1807), *Die Theorie der Parallellinien, nebst Vorschlage ihrer Verbannung aus der Geometrie*, Gabler, Jena-Leipzig.
SHAPIN S. (2003), *La rivoluzione scientifica* (1996), Einaudi, Torino.
SIMPLICIO (1882), *In Aristotelis Physicorum Libros quattuor priores Commentaria*, hrsg. von H. Diels, Reimer, Berlin.
ID. (1894), *In Aristotelis de Caelo Commentaria*, hrsg. von I. L. Heiberg, Reimer, Berlin.
ID. (1907), *In Aristotelis Categorias Commentarium*, hrsg. von C. Kalbfleichs, Reimer, Berlin.
SORABJI R. (1988), *Matter, Space, and Motion: Theories in Antiquity and Their Sequel*, Duckworth, London.
STUMPF C. (1873), *Über den psychologischen Ursprung der Raumvorstellung*, Hirzel, Leipzig.
ID. (1883-90), *Tonpsychologie*, 2 voll., Hirzel, Leipzig.
SUAREZ-NANI T., ROHDE M. (éds.) (2011), *Représentations et conceptions de l'espace dans la culture médiévale – Repräsentationen und Konzeptionen des Raums in der Kultur des Mittelalters*, De Gruyter, Berlin.
SZUMILEWICZ-LACHMAN I. (1984), *Poincaré versus Le Roy on Incommensurability*, in G. Anderson (ed.), *Rationality in Science and Politics*, Reidel, Dordrecht, pp. 261-75.
TAURINUS F. A. (1825), *Theorie der Parallellinien*, Bachem, Köln a.R.
ID. (1826), *Geometriae Prima Elementa*, Tipiis J.P. Bachemii, Coloniae Agrippinae.
TELESIO B. (2009), *La natura secondo i suoi princìpi* (1570), a cura di R. Bondì, Bompiani, Milano.
THOMAS D. J., SMITH J. M. (1990), *Joseph Raphson, F. R. S.*, in "Notes and Records of the Royal Society of London", 44, 2, pp. 151-67.
THOMSON J. (1884), *On the Law of Inertia; the Principle of Chronometry; and the Principle of Absolute Clinural Rest, and of Absolute Rotation*, in "Proceedings of the Royal Society of Edinburgh", 12, pp. 568-78.
THOMSON KELVIN W. (1971), *Moto di un liquido viscoso; equilibrio e stato di moto di un solido elastico; equilibrio e stato di moto di una sostanza ideale denominata per brevità «etere»; rappresentazione meccanica della forza magnetica* (1890), in Id., *Opere*, a cura di E. Bellone, UTET, Torino, pp. 743-83.
TORRICELLI E. (1975), *Lettere sul vuoto* (1644), in Id., *Opere scelte*, a cura di L. Belloni, UTET, Torino, pp. 653-65.
TORRETTI R. (1983), *Geometry and Relativity*, Pergamon, Oxford.
ID. (1984), *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, Riedel, Dordrecht-Boston-Lancaster.
TOTH I. (2003), *No! Libertà e verità, creazione e negazione* (1997), a cura di F. Spagnolo Acht, Bompiani, Milano.

VAILATI G. (1911), *Di un'opera dimenticata di P. Gerolamo Saccheri ("Logica demonstrativa" 1697)* (1903), in Id., *Scritti*, Barth-Seeber, Leipzig-Firenze, pp. 477-84.
VERMEIR K., REGIER J. (eds.) (2016), *Boundaries, Extents and Circulations: Space and Spatiality in Early Modern Natural Philosophy*, Springer, Cham.
VOELKE J.-D. (2005), *Renaissance de la géométrie non euclidienne entre 1860 et 1900*, Peter Lang, Bern.
VOLTA A. (1967), *Opere scelte*, a cura di M. Gliozzi, UTET, Torino.
WACHTER F. L. (1817), *Demonstratio axiomatis geometrici in Euclideis undecimi*, Gedani.
WALLIS J. (1693), *De algebra tractatus*, E Theatro Sheldoniano, Oxoniae.
WEINBERG S. (2016), *Spiegare il mondo. La scoperta della scienza moderna* (2015), Mondadori, Milano.
WERTHEIMER M. (2012), *On Perceived Motion and Figural Organization*, ed. by L. Spillmann, M. Wertheimer, The MIT Press, Cambridge.
WESTFALL R. S. (1984), *La rivoluzione scientifica del XVII secolo* (1971), Il Mulino, Bologna.
ID. (1989), *Newton* (1980), 2 voll., Einaudi, Torino.
WEYL H. (1918), *Gravitation und Elektrizität*, in "Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin", pp. 465-80 (anche in Id., *Gesammelte Abhandlungen*, vol. 2, hrsg. von K. Chandrasekharan, Springer, Berlin 1968, pp. 29-42).
ID. (1922), *Raum-Zeit-Materie*, Springer, Berlin.
ID. (1967), *Filosofia della matematica e delle scienze naturali* (1927), Boringhieri, Torino.
ID. (1991), *Analisi matematica del problema dello spazio* (1923), a cura di A. Loninger, Zanichelli, Bologna.
WHEELER J. A. (1962), *Geometrodynamics*, Academic Press, New York-London.
WHITEHEAD A. N. (1948), *Il concetto della natura* (1920), Einaudi, Torino.
ID. (2007), *Il principio della relatività* (1922), a cura di M. V. Bramè, Melquíades, Milano.
ID. (2019), *Processo e realtà. Saggio di cosmologia* (1929), a cura di M. R. Brioschi, Bompiani, Milano.
WHITTAKER E. T. (1989), *A History of the Theories of Aether and Electricity* (1951-53), 2 voll., Dover, New York (2nd ed.).
WOLFE H. E. (1945), *Introduction to Non-Euclidean Geometry*, The Dryden Press, New York.
YOUSCHKEVITCH A. P. (1976), *Les mathématiques arabes (VIIe-XVe siècles)*, Vrin, Paris.
ZELLINI P. (1980), *Breve storia dell'infinito*, Adelphi, Milano.

Indice dei nomi

Abbott E. A., 258n
Abelardo P., 85n
Aertsen J. A., 55n
Aganis, 215
Agazzi E., 212n
Agostino d'Ippona, santo, 56
Albertazzi L., 196n
Alberto di Sassonia, 60-2, 64
Alberto III di Wittelsbach, duca di Baviera, 74n
Alembert J.-B. Le Rond d', 169n, 296 e n
Alexander S., 13, 18, 312, 317, 318 e n
Algra K., 21n
Al-Nayrīzī, 215
Ampère A.-M., 276 e n
Anassagora di Clazomene, 43
Anassimandro di Mileto, 22 e n
Anassimene di Mileto, 22
Antonelli M., 18, 196n
Apiano P., 41
Archimede di Siracusa, 216
Archita di Taranto, 23-4, 25 e n, 79
Aristarco di Samo, 216
Aristotele, 11, 13, 15, 23 e n, 26 e n, 27, 28 e n, 30 e n, 34-5, 36 e n, 37 e n, 38-9, 40 e n, 41n, 42 e n, 43-6, 50, 52 e n, 53, 54n, 55, 57-8, 60-1, 72, 76n, 77, 79-80, 84-5, 87, 88 e n, 91 e n, 92, 94-5, 105-6, 111, 113, 118, 133, 205, 208n, 214
Ash M. G., 197n
Averroè, 42n

Bacon F., 165
Bacone R., 56, 165
Bandi F., 9n
Banks E. C., 246n
Barozzi F., 216
Barrow J. D., 63n
Bartels J. C. M., 239n
Bartocci C., 212n
Battaglini G., 239n
Bauch B., 324
Bell E. T., 239n
Bellissima E., 219n
Bellone E., 285n, 290n
Beltrami E., 226n, 227n, 228 e n
Bentley R., 130n
Bergia S. A., 290n
Bergson H., 13, 17, 194 e n, 195 e n, 271, 318
Berkeley G., 13, 17, 138, 165, 170-1, 172 e n, 173 e n, 174 e n, 176, 177 e n, 178, 195, 262
Bernstein J., 290n
Bessel F. W., 232 e n, 233
Betti R., 239n
Bettini A., 69n
Binswanger L., 17, 201 e n
Boccaccini F., 196n
Boi L., 253n, 257n
Bollnow O., 9n

Bolyai J., 14, 18, 230n, 235 e n, 236-7, 238 e n, 239, 243, 249-50
Bolyai W. F., 212, 231, 234, 235 e n, 236 e n, 237
Bombelli R., 34
Bonola R., 212n, 223n
Borelli G. A., 216
Borges J. L., 26 e n
Born M., 290n
Borzacchini L., 250n
Bottazzini U., 212n
Boyer C. B., 223n
Boyle R., 142
Bozzi S., 212n
Bracciolini P., 94n
Bradley F. H., 193 e n
Bradley J., 282
Bradwardine T., 65, 66n
Brahe T., 73n, 79n, 91 e n, 97, 100 e n, 104
Brain R. M., 277n
Brenner A., 271n
Brentano F., 195, 196n, 197
Bridgman P. W., 312 e n
Brown R., 292n
Bruno G., 13, 16, 48, 67, 76 e n, 84, 85n, 91, 92 e n, 93n, 94 e n, 95 e n, 96 e n, 97, 105, 109, 160n
Bucciantini M., 98n, 106n, 109n
Bufalino G., 203n
Buridano G., 53, 60, 74n
Burley W., 65
Butterfield H., 69n, 91n

Calinon A., 252 e n
Callippo di Cizico, 41n
Camerota M., 98n, 106n, 109n, 113n
Campanella T., 13, 16, 82 e n, 83 e n, 84 e n
Cantelli G., 142n
Cantor G. N., 283n
Cantor G., 63 e n
Cardano G., 77, 218
Carlo V, imperatore, 61
Carnap R., 18, 223n, 226n, 228n, 312, 323 e n, 324, 325 e n, 326-7
Carolina di Ansbach, regina di Gran Bretagna e Irlanda, 146
Casini P., 180n
Cassirer E., 18, 77 e n, 85 e n, 275n, 312, 327, 328 e n, 329 e n, 331 e n, 332 e n, 333
Cataldi P. A., 212, 216
Catastini L., 212n
Cavalieri B., 114n
Cavendish H., 276
Ceva T., 218
Clagett M., 59n
Clarke S., 16, 143, 146-8, 149n, 150-1, 173
Clavio C., 212, 216, 218
Clemente VI, papa, 57
Clericuzio A., 69n
Clifford W. K., 252, 253 e n
Cohen I. B., 69n, 123n, 128n
Cohen R. S., 277n
Commandino F., 216
Copenhaver B., 158n
Copernico N., 51n, 52n, 67n, 73n, 85, 86 e n, 87, 88 e n, 89, 91n, 100n, 101-3, 110 e n, 111 e n, 112n, 127, 158, 216, 239
Costa V., 196n
Coulomb C.-A. de, 276 e n
Couprie D. L., 22n
Couturat L., 270 e n, 327
Crescas H., 65
Crombie A. C., 59n
Ctesibio di Alessandria, 49
Cusano N., 13, 16, 48, 60, 69, 70 e n, 71, 72, 73n, 74n, 75 e n, 76, 84, 90 e n, 245

Damascio, 16, 45, 50, 53 e n, 54-5, 119
Damour T., 290n
Dante Alighieri, 85n
Davies P. C. W., 290n
Davy H., 277 e n
De Pace A., 85n, 110n
De Risi V., 81n, 204n
De Vittori T., 204n
Debus A. G., 69n
Dedekind R., 63, 64n
Del Monte G., 114n
Delboeuf J., 232
Democrito di Abdera, 28, 35n, 43, 47, 85n
Descartes R. (Cartesio), 12, 16, 61, 74n, 115 e n, 116, 117 e n, 118 e n, 119n, 120 e n, 121n, 122 e n, 123 e n, 124 e n, 125-7, 131, 133, 136, 142, 148n, 156, 161, 168, 217, 303n
Digges L., 89
Digges T., 16, 89, 90 e n, 91 e n
Dingler H., 18, 312 e n, 313 e n, 314 e n
Diogene Laerzio, 46 e n
Dirichlet P. G. L., 245
DiSalle R., 290n
Donne J., 127
Dostoevskij F., 203, 204 e n
Dreyer J. L. E., 41n, 44n, 73n
Duhem P., 51 e n, 53n, 138
Dumbleton J., 65

Earman J., 333n
Eddington A. S., 253, 290n, 305-6
Ehm W., 246n
Ehrenfels C. von, 197 e n
Einstein A., 10, 11n, 12, 14, 18, 42n, 129n, 139n, 177, 195, 252, 254, 265, 270 e n, 280n, 283n, 288n, 290n, 291, 292 e n, 293 e n, 294 e n, 295 e n, 296, 298 e n, 299 e n, 300 e n, 301 e n, 302, 303 e n, 305, 307, 308 e n, 309 e n, 311, 314-7, 319, 321-2, 327, 328n, 332
Engel F., 212n, 239n
Enrico di Gand, 65
Epicuro, 28, 47 e n, 48
Eratostene di Cirene, 211
Erdmann B., 260 e n
Erone di Alessandria, 49 e n
Esiodo, 15, 21, 22 e n
Euclide, 33n, 81, 191, 204-5, 206 e n, 207n, 208 e n, 209 e n, 210-1, 213n, 214-6, 218, 220-2, 229, 231, 237, 239, 241n, 246, 249, 307
Eudemo di Rodi, 24-5
Eudosso di Cnido, 40 e n, 41n
Euler L. (Eulero), 17, 156, 157 e n, 158, 183

Faraday M., 12, 18, 198, 276, 277 e n, 278-9, 292
Filolao di Crotone, 23 e n
Filopono G., 16, 50 e n, 51 e n, 52 e n, 53, 60, 78n, 96
FitzGerald G. F., 18, 288 e n, 301 e n
Fizeau A.-H., 282
Fontenelle B. Le Bovier de, 97-8
Frank P., 264n, 265, 309n
Franklin B., 276 e n
Frege G., 265
Freguglia P., 212n
Fresnel A.-J., 283
Friedman M., 290n, 318n, 331 e n

Galilei G., 16, 35, 44 e n, 64n, 65n, 67n, 74n, 97, 98 e n, 107 e n, 109 e n, 110 e n, 111 e n, 112, 113 e n, 114 e n, 115, 123n, 127 e n, 128n, 135, 212
Galuzzi M., 18
Garin E., 75 e n
Gassendi P., 16, 81 e n, 121n
Gauss C. F., 14, 18, 229 e n, 230, 231

e n, 232 e n, 233 e n, 234, 236 e n, 237 e n, 238, 239n, 243, 246, 248-9
Gemino di Rodi, 211, 214-5
Gentile G., 193 e n
Gergonne J., 265
Gherardo da Cremona, 215
Ghione F., 212n
Giannantoni G., 22n, 23n, 25n, 28n, 29n
Giedymin J., 265n, 267, 268n, 271n
Gilbert W., 105 e n, 127
Giovanni da Verona, 34
Giovanni IV di Wittelsbach, duca di Baviera, 74n
Giudice F., 106n, 109n, 113n, 128n, 130n
Giustiniano I, imperatore d'Oriente, 53
Goldfarb W., 271n
Gorgia di Lentini, 29 e n, 30
Grant E., 42n, 55n
Gratton L., 290n
Gray J., 212n, 271n
Greco P., 290n
Green G., 283
Gribbin J., 290n
Grossatesta R., 56 e n, 57
Grünbaum A., 271n, 311 e n
Guericke O. von, 153n
Guicciardini N., 127n

Hahn R., 22n
Hall A. R., 69n, 98n, 143n
Halley E., 159
Harman P. H., 283n
Heaviside O., 280
Hegel G. W. F., 192 e n
Heidegger M., 17, 199, 200 e n
Heisenberg W., 35 e n
Helmholtz H. von, 18, 254 e n, 255 e n, 256 e n, 257 e n, 258-60, 267, 312, 318, 327
Henry J., 69n
Herbart J. F., 17, 193 e n, 194, 246
Hering E., 260 e n
Hertz H. R., 282
Hesse M. B., 124n
Heytesbury R., 65
Hilbert D., 226 e n, 296, 308, 312, 325
Hobbes T., 13, 165n, 166n
Hodge M. J. S., 283n
Holton G., 290n
Hooke R., 142
Huggett N., 21n
Hume D., 13, 165, 170, 177, 178 e n, 179, 262, 292
Husserl E., 196n, 199 e n, 312, 315, 326
Hutcheson F., 177
Huygens C., 138, 155-6, 226n, 283

Iliffe R., 140n
Infeld L., 280n, 283n, 288n, 299n
Ingoli F., 110n

Jackson J., 158
Jacob G. R., 69n
Jacobi C. G. J., 245
Jammer M., 10, 24n, 42n, 73n, 128n
Janssen M., 290n
Jaucourt L. de, 169n
Johnson F. R., 91n
Jordan C., 199

Kant I., 13, 180 e n, 181 e n, 182 e n, 183 e n, 184 e n, 185n, 186 e n, 187 e n, 188, 189 e n, 190, 191 e n, 192-3, 260, 264, 266, 270n, 309, 315, 318-9, 323, 326-7, 329-30, 332
Katz D., 197n
Kepler J. (Keplero), 16, 35, 67n, 73n, 97-9, 100 e n, 101 e n, 102 e n, 103-4, 105 e n, 106 e n, 107-8, 109 e n, 110-1, 123n, 127, 129-30, 161
Klein F., 14, 224 e n, 225n, 227n, 312
Kline M., 208n, 212n, 233n, 270n
Klügel G. S., 212 e n
Knudsen O., 277n
Koestler A., 85n, 126, 127n
Koffka K., 197 e n
Köhler W., 197 e n, 198
Königsberger L., 254n
Koyré A., 67 e n, 69n, 70n, 77 e n, 90n, 123n, 141 e n, 154n, 158n
Kristeller P. O., 34n
Kuhn T. S., 89 e n

Lagrange L. de, 169n, 296 e n
Lambert D., 56n
Lambert J. H., 228 e n, 230, 234
Lanczos C., 212n, 223n
Lange L., 139 e n
Laplace P.-S. de, 169n, 181, 277
Larkey S. V., 91n
Larmor J., 285
Laudisa F., 290n
Le Roy É., 18, 269, 271 e n, 272
Legendre A.-M., 228, 229n, 230, 234
Lehner C., 290n
Leibniz G. W. von, 12, 16, 138, 142-4, 145 e n, 146 e n, 147 e n, 148 e n, 149 e n, 150 e n, 151-2, 153 e n, 155 e n, 156-7, 159, 165, 180-4, 193, 226n, 247, 333
Lemaître G., 56 e n
Leonardo da Vinci, 34, 74n
Leucippo di Mileto, 28, 43, 47
Levi-Civita T., 302, 311 e n
Lewin K., 13, 198 e n, 199
Libardi M., 196n
Lie M. S., 256 e n, 265, 315
Lobačevskij N. I., 14, 18, 204, 223, 226, 227 e n, 228, 237-8, 239 e n, 240 e n, 241n, 243 e n, 244, 245 e n, 246, 249-50, 265
Locke J., 13, 165-6, 167 e n, 168, 170 e n, 171
Lorentz H. A., 18, 289 e n, 291, 293, 295 e n
Loria G., 212n
Lotze H., 195, 232
Lovejoy A., 66n, 85n, 95n
Lucrezio Caro Tito, 24 e n, 28, 48 e n, 94 e n, 160
Luminet J.-P., 56n

Mach E., 17-8, 138 e n, 139n, 177 e n, 260 e n, 261 e n, 262, 263 e n, 292, 323
Magnani L., 212n
Malara I., 18
Malebranche N., 16, 145n
Mamiani M., 118n, 122n, 139n
Mangione C., 212n
March R. H., 288n
Maricourt P. de, 105n
Marsenne M., 154n
Martens R., 101n
Maxwell J. C., 12, 18, 198, 278, 279 e n, 280 e n, 282, 283 e n, 284 e n, 285, 290-2, 306, 314, 316
McGuire J. E., 121n, 162n
Melisso di Samo, 25, 27, 28 e n, 31
Merleau-Ponty M., 199 e n
Micheli G., 49n
Michelson A. A., 18, 285, 286 e n, 287-8, 296
Miller A. I., 265n
Minding F., 226n
Minkowski H., 18, 296 e n, 297-8, 306, 312
Misner C. W., 303n
Molaro A., 196n, 201n, 212n
Molyneux W., 171

More H., 13, 81 e n, 97, 98 e n, 117n, 118n, 148n, 154, 160-2, 173
Morley E. W., 18, 285, 286 e n, 287-8, 296
Musatti C. L., 197n

Nabonnand P., 271n
Naddaf G., 22n
Nagel E., 227n, 249n
Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī (Nasîr-Eddin), 215, 219
Nenci E., 18
Newton I., 12-3, 16-7, 74n, 78n, 81 e n, 98 e n, 118n, 120n, 123n, 126 e n, 127n, 128-9, 130 e n, 131 e n, 132-6, 137 e n, 138 e n, 139 e n, 140 e n, 141 e n, 142, 145-8, 153, 155-8, 159 e n, 160, 161 e n, 162-3, 170-4, 178-9, 180 e n, 181, 183, 190, 226n, 252, 255, 269n, 276n, 278, 282, 284, 288, 290-1, 299, 302-3, 305-6, 333
Nicola d'Autrecourt, 57-8
Noël É., 154n

Ockham G. di, 16, 55, 58, 59 e n, 60, 165
Olbers H. W. M., 233n
Oldroyd D., 267n
Oresme N. d', 53, 60, 61 e n, 62, 65
Ørsted H. C., 276, 277n
Osiander A., 86
Otero M. H., 271n
Otto W. R., 21n

Pacioli L., 34
Pagli P., 219n
Pais A., 290n
Palingenio Stellato M., 16, 75 e n, 76 e n, 77, 90
Palladino C., 212n
Palladino D., 212n
Pappo di Alessandria, 216
Parmenide di Elea, 25 e n, 27-8
Parodi M., 55n
Parrini P., 318n, 328n
Pascal B., 16, 154n
Passione R., 18
Patrizi F., 16, 77, 79 e n, 80 e n, 81 e n, 82, 84
Pauli W., 290n
Peano G., 265
Peterschmitt L., 158n
Petkov V., 296n
Pettoello R., 18, 246n, 300n
Picot C., 115n
Piero della Francesca, 34
Pietro Lombardo, 59
Pitagora di Samo, 101
Planck M., 292n
Platone, 13, 23, 30 e n, 31-3, 34 e n, 35n, 38, 50, 53, 75, 81, 101, 214
Playfair J., 208 e n, 211
Plotino, 75, 85n
Plücker J., 265
Poincaré J.-H., 14, 18, 264 e n, 265 e n, 266 e n, 267 e n, 268 e n, 269, 270 e n, 271 e n, 272-3, 285, 308, 311, 313, 315, 318, 327
Poisson S.-D., 169n
Poli R., 196n
Pont J.-C., 212n
Popper K. R., 177 e n
Posidonio di Apamea, 211, 215
Principe L. W., 69n
Proclo Diadoco, 81, 206, 211, 213 e n, 214 e n, 215 e n, 216, 230n

Raphson J., 13, 17, 158-9, 160 e n, 161 e n, 162, 163 e n, 173
Redondi P., 18, 109n
Regier J., 69n
Reichenbach H., 18, 192 e n, 312, 320 e n, 321 e n, 322 e n, 323-4

Renn J., 290n
Renouvier C., 232
Riccardo di Middleton, 65
Ricci M., 153n
Ricci-Curbastro G., 301-2
Richards J. L., 257n
Riemann B., 14, 18, 224, 227, 245, 246 e n, 247-8, 249 e n, 250 e n, 251 e n, 252-3, 254 e n, 255-6, 260, 265, 269, 310, 312, 315, 327
Robertson H. P., 253
Rohde M., 55n
Rømer O. C., 282
Rosenfeld B. A., 212n
Rosenthal-Schneider I., 327n
Rossi P., 69n, 79n
Rovelli C., 334, 335n
Russell B., 18, 26 e n, 27, 232 e n, 265, 269 e n, 270 e n, 271n, 290n
Ryckman T., 311n
Rynasiewicz R., 334 e n

Saccheri G., 17, 216, 218 e n, 219 e n, 220-2, 223 e n, 228 e n, 234, 238
Sartre J.-P., 199 e n
Scaligero G. C., 16, 77
Schelling F., 192, 277n
Schering E. C. J., 254n
Schlick M., 18, 309 e n, 312, 318 e n, 319 e n, 320n
Schmitt C. B., 69n
Scholz E., 246n
Schrödinger E., 28n
Schumacher H. C., 234, 326n
Schweikart F. K., 228, 229 e n, 230
Sesto Empirico, 29
Shams al-Samarqandī, 216
Shapin S., 69n
Simplicio, 16, 22-3, 24 e n, 45 e n, 50, 52n, 53 e n, 215
Smith J. M., 158n
Sorabji R., 21n
Speer A., 55n
Spinoza B., 13, 16, 145n, 160 e n
Stäckel P., 212n
Stratone di Lampsaco, 49
Stumpf C., 17, 195 e n, 196 e n, 197 e n, 198
Suarez-Nani T., 55n
Swineshead R., 65
Szumilewicz-Lachman I., 271n

Talete di Mileto, 22
Tampier É., 57
Tartaglia N., 34
Taurinus F. A., 228, 230 e n, 232
Telesio B., 16, 48, 77-8, 84
Teofrasto, 45
Thomas D. J., 158n
Thomson J., 139 e n
Thomson Kelvin W. (Lord Kelvin), 139, 278, 285 e n
Thorne K. S., 303n
Toland J., 160n
Tolomeo C., 44, 87, 212-4
Tolomeo I, re d'Egitto, 205
Tolomeo II, re d'Egitto, 205
Tommaso d'Aquino, 66
Torretti R., 237n, 246n, 251n, 253n, 311n
Torricelli E., 16, 153n, 154n
Toth I., 225 e n

Vailati G., 228n
Vegetti M., 9
Vermeir K., 69n
Vitale G., 216
Voelke J.-D., 253n, 271n
Volta A., 276 e n

Wachter F. L., 228, 230 e n, 231
Wallis J., 212, 217 e n, 218-9
Watts I., 158
Weber W. E., 245

Weinberg S., 69n
Wertheimer M., 197 e n, 198
Westfall R. S., 121n, 159n
Weyl H., 10 e n, 18, 251n, 252n, 255n, 312, 314 e n, 315 e n, 316
Wheeler J. A., 253-4, 303n
Whitehead A. N., 18, 312, 317 e n, 318n
Whittaker E. T., 283n
Wolfe H. E., 212n
Wundt W., 232

Young T., 283
Youschkevitch A. P., 215n

Zellini P., 63n
Zenone di Cizio, 46
Zenone di Elea, 25-7